



- Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- Établir et connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
- Évaluer la puissance des actions de Laplace.
- Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.

I. Actions de Laplace

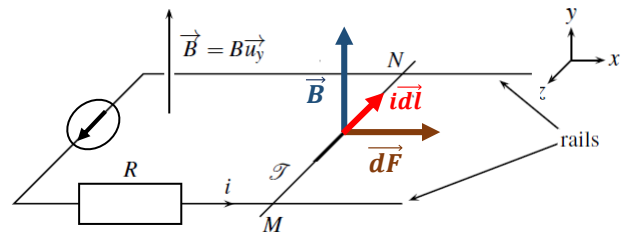
I.1. Force de Laplace

La force de Laplace exercée sur un tronçon de conducteur de longueur $\vec{dl}$, plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ uniforme et stationnaire, et parcouru par un courant d'intensité i est :

$$\vec{dF} = i \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

Exemple: Rails de Laplace

Une tige $\mathcal{T}$, conductrice, est posée sur deux rails métalliques connectés à un générateur qui délivre un courant d'intensité i . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire orthogonal au plan des rails $\vec{B} = B\vec{u}_y$.

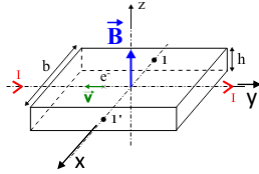


$$\vec{dF} = i \vec{dl} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = \int_M^N i \vec{dl} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = i \vec{MN} \wedge \vec{B}$$

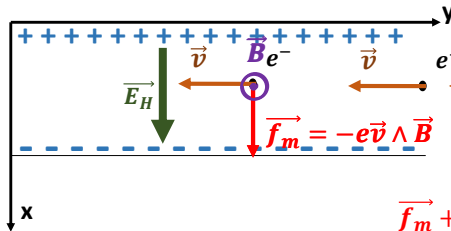
Pour un conducteur **rectiligne** MN , plongé dans un champ magnétique uniforme et parcouru par un courant d'intensité i allant de M vers N , la force de Laplace s'écrit : $\vec{F} = i \vec{MN} \wedge \vec{B}$

Origine microscopique de la force de Laplace: Effet Hall

Soit un conducteur de forme parallélépipédique parcouru par un courant d'intensité i , placé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire.



Sous l'effet du champ magnétique, les électrons sont déviés vers la face d'équation $x = b/2$, la face d'équation $x = -b/2$ devient chargée positivement. $\Rightarrow$ Apparition d'un champ électrique appelé: champ de Hall qui a un effet antagoniste à l'effet du champ magnétique sur les électrons.



$\Rightarrow$ En régime permanent, les lignes de courant redeviennent parallèles à Oy .

$$\vec{f}_m + \vec{f}_H = \vec{0} \quad \Rightarrow -e\vec{v} \wedge \vec{B} + (-e\vec{E}_H) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Le bilan de force sur un volume élémentaire du conducteur (e^- de vitesse $\vec{v}$ et ions fixes) s'écrit:

- Forces appliquées sur les e^- : la force magnétique appliquée aux e^- est compensée par l'effet du champ de Hall.
- Forces appliquées sur les ions: les ions ne subissent pas l'effet du champ magnétique (vitesse nulle), ils subissent seulement l'action du champ de Hall.

$$\vec{dF} = \rho_{ions} \vec{E}_H d\tau \quad \text{or } \rho_{ions} = -\rho_e \quad \text{et } \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\Rightarrow \vec{dF} = \rho_e \vec{v} \wedge \vec{B} d\tau \quad \text{Or } \rho_e \vec{v} = \vec{j} : \text{vecteur densité volumique du courant électrique}$$

$$\text{D'où l'expression de la force de Laplace: } \vec{dF} = \vec{j} d\tau \wedge \vec{B}$$

- Dans le cas où une dimension du conducteur est négligeable par rapport aux deux autres, la distribution de courant est modélisée par une distribution surfacique de courant de vecteur densité surfacique de courant $\vec{J}_s = \sigma_e \vec{v}$, où σ_e est la densité surfacique des électrons.

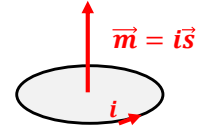
$$\text{La force de Laplace s'écrit: } \vec{dF} = \vec{J}_s ds \wedge \vec{B}$$

- Si deux dimensions sont négligeables par rapport à la troisième, la distribution de courant est modélisée par une distribution linéique de courant de vecteur élément de courant $i d\vec{l}$.

$$\text{La force de Laplace s'écrit: } \vec{dF} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

I.2. Moment de Laplace

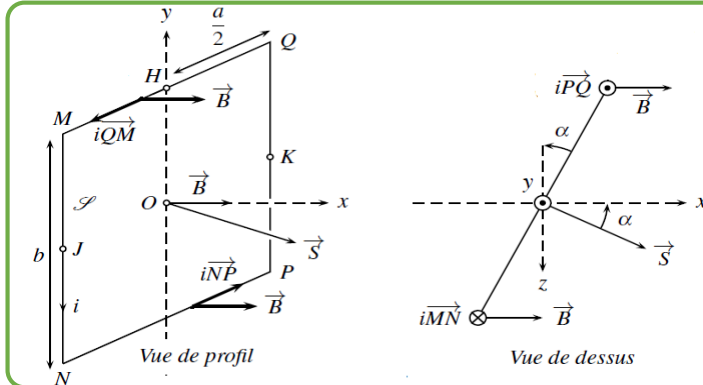
Rappel: un circuit fermé parcouru par un courant i se comporte comme un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{m} = i\vec{s}$



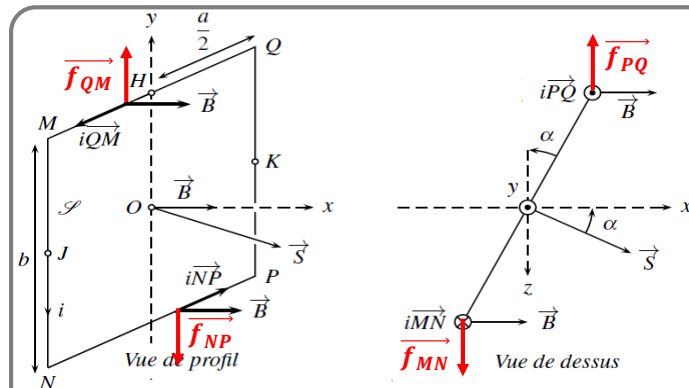
Un circuit ou un aimant de moment magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}$ subit un couple magnétique de moment :

$$\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

Exemple



Une spire rectangulaire $MNPQ$ parcourue par un courant i , et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire. La spire peut tourner autour de l'axe (Oy) . Déterminer l'expression de la force de Laplace ainsi que le couple magnétique exercé sur la spire. Étudier la stabilité de la spire.



Force de Laplace:

$$\begin{aligned}\vec{f} &= \vec{f}_{MN} + \vec{f}_{NP} + \vec{f}_{PQ} + \vec{f}_{QM} \\ &= i\vec{MN} \wedge \vec{B} + i\vec{NP} \wedge \vec{B} + i\vec{PQ} \wedge \vec{B} + i\vec{QM} \wedge \vec{B} \\ &= i(\underbrace{\vec{MN} + \vec{PQ}}_{\vec{0}}) \wedge \vec{B} + i(\underbrace{\vec{NP} + \vec{QM}}_{\vec{0}}) \wedge \vec{B} \\ &\Rightarrow \vec{f} = \vec{0}\end{aligned}$$

Moment de Laplace:

- Moment par rapport à O de $\vec{f}_{QM}$:
 $\vec{M}_{O,QM} = \vec{OH} \wedge \vec{f}_{QM} = \vec{0}$ car $\vec{OH} \parallel \vec{f}_{QM}$
- Moment par rapport à O de $\vec{f}_{NP}$:
 $\vec{M}_{O,NP} = \vec{OI} \wedge \vec{f}_{NP} = \vec{0}$ car $\vec{OI} \parallel \vec{f}_{NP}$
- Moment par rapport à O de $\vec{f}_{PQ}$:
 $\vec{M}_{O,PQ} = \vec{OK} \wedge \vec{f}_{PQ}$
 $\vec{OK} = \frac{a}{2}(\sin\alpha\vec{u}_x - \cos\alpha\vec{u}_z)$
 $\vec{f}_{PQ} = i\vec{PQ} \wedge \vec{B} = ib\vec{u}_y \wedge B\vec{u}_x = -ibB\vec{u}_z$
 $\Rightarrow \vec{M}_{O,PQ} = ibB\frac{a}{2}\sin\alpha\vec{u}_y$
- Moment par rapport à O de $\vec{f}_{MN}$:
 $\vec{M}_{O,MN} = \vec{OJ} \wedge \vec{f}_{MN}$
 $\vec{OJ} = \frac{a}{2}(-\sin\alpha\vec{u}_x + \cos\alpha\vec{u}_z)$
 $\vec{f}_{MN} = i\vec{MN} \wedge \vec{B} = -ib\vec{u}_y \wedge B\vec{u}_x = ibB\vec{u}_z$
 $\Rightarrow \vec{M}_{O,MN} = ibB\frac{a}{2}\sin\alpha\vec{u}_y$

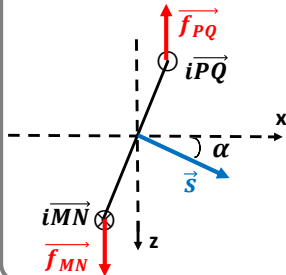
Le moment de Laplace exercé sur la spire s'écrit: $\vec{r} = \vec{M}_{O,PQ} + \vec{M}_{O,MN} = iabBsina \vec{u}_y$

Ou bien:

La spire est équivalente à un dipôle magnétique de moment: $\vec{m} = i\vec{s} = iab(cos\alpha \vec{u}_x + sin\alpha \vec{u}_z)$

Le moment de Laplace s'écrit: $\vec{r} = \vec{m} \wedge \vec{B} = iabB(cos\alpha \vec{u}_x + sin\alpha \vec{u}_z) \wedge \vec{u}_x = iabBsina \vec{u}_y$

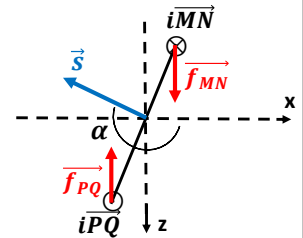
A l'équilibre: $\vec{r} = \vec{0} \Rightarrow sin\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \text{ ou } \pi$



Si on écarte le dipôle de sa position d'équilibre $\alpha = 0$ (resp $\alpha = \pi$), il réagit de façon à revenir vers la position $\alpha = 0$.

$\Rightarrow \alpha = 0$ (resp $\alpha = \pi$) est la position d'équilibre stable (resp instable).

$\Rightarrow$ L'influence du couple est donc d'aligner l'aimant sur le champ magnétique.



I.3. Puissance des actions de Laplace

Dans le cas d'un mouvement de translation à la vitesse $\vec{v}$, la puissance de Laplace s'écrit :

$$\mathcal{P}_L = \vec{f} \cdot \vec{v}$$

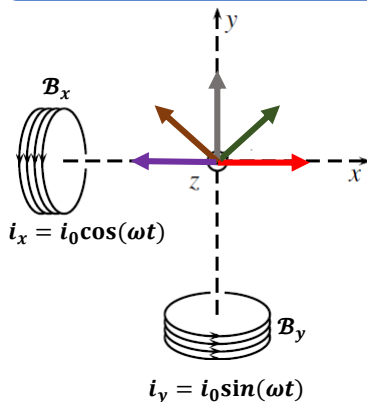
Dans le cas d'un mouvement de rotation à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$, la puissance de Laplace est :

$$\mathcal{P}_L = \vec{r} \cdot \vec{\omega}$$

II. Effet moteur d'un champ magnétique tournant

III.1. Création d'un champ magnétique tournant

On peut créer un champ magnétique tournant avec deux bobines d'axes perpendiculaires, alimentées par des courants en quadrature de phase.



➤ La bobine B_x crée au point O le champ: $\vec{B}_x = Ki_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$

➤ La bobine B_y crée au point O le champ: $\vec{B}_y = Ki_0 \sin(\omega t) \vec{u}_y$

$\Rightarrow$ Le champ magnétique total créé au point O s'écrit:

$$\vec{B} = Ki_0(\cos(\omega t) \vec{u}_x + \sin(\omega t) \vec{u}_y)$$

$$\vec{B}(\omega t = 0) = Ki_0 \vec{u}_x$$

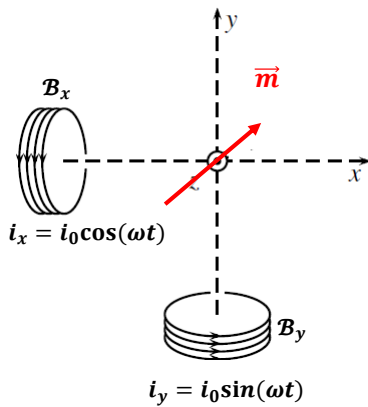
$$\vec{B}(\omega t = \pi/4) = \frac{Ki_0}{\sqrt{2}} (\vec{u}_x + \vec{u}_y)$$

$$\vec{B}(\omega t = \pi/2) = Ki_0 \vec{u}_y$$

$$\vec{B}(\omega t = 3\pi/4) = \frac{Ki_0}{\sqrt{2}} (-\vec{u}_x + \vec{u}_y)$$

$$\vec{B}(\omega t = \pi) = -Ki_0 \vec{u}_x$$

III.2. Action d'un champ magnétique tournant sur un aimant



lorsqu'on place un aimant, de moment magnétique $\vec{m}$ au point O , mobile en rotation autour de l'axe (Oz) , le champ magnétique exerce un couple sur l'aimant. Ainsi l'aimant tourne pour s'orienter parallèlement au champ magnétique. Quand celui-ci tourne, celui-là en fait de même. L'aimant tourne donc à la vitesse angulaire ω autour de (Oz) . C'est le principe des moteurs synchrones, dans lesquels le champ magnétique et l'aimant tournent à la même vitesse angulaire.