

- *Cohérence mutuelle de deux sources lumineuses*
- *Interférences entre deux ondes cohérentes*
 - *Ordre d'interférence*
 - *Surfaces d'égale intensités*
 - *Contraste ou visibilité des franges d'interférences*

I. Superposition de deux vibrations lumineuses – Cohérence mutuelle

I. 1. Superposition de deux vibrations lumineuses

Soient deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 , alors en un point M de l'espace on a :

➤ La vibration lumineuse issue de S_1 est:

$$s_1(M, t) = s_{10} \cos(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) - \varphi_{s1})$$

en notation complexe

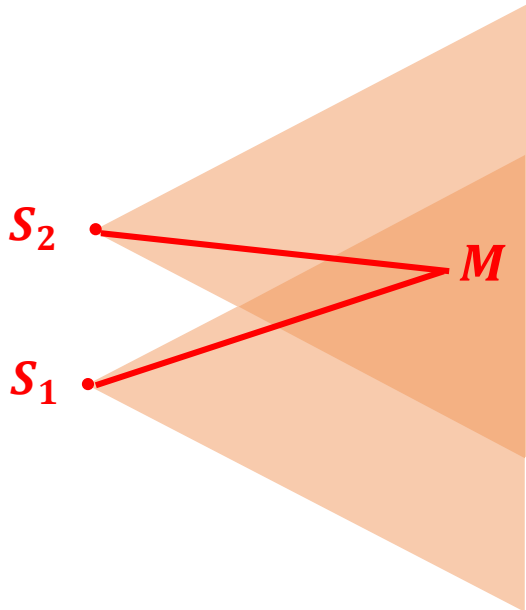
$$\underline{s}_1(M, t) = s_{10} e^{j(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) - \varphi_{s1})}$$

➤ La vibration lumineuse issue de S_2 est:

$$s_2(M, t) = s_{20} \cos(\omega_2 t - \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) - \varphi_{s2})$$

en notation complexe

$$\underline{s}_2(M, t) = s_{20} e^{j(\omega_2 t - \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) - \varphi_{s2})}$$



La vibration résultante au point M s'écrit

$$\underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) + \underline{s}_2(M, t) = s_{10} e^{j\Phi_1} + s_{20} e^{j\Phi_2}$$

$$\text{Où } \Phi_i = \omega_i t - \frac{\omega_i}{c}(S_i M) - \varphi_{si}$$

L'intensité lumineuse au point M s'écrit :

$$I(M) = \langle \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t) \rangle$$

$$\begin{aligned}
\underline{s}(M, t)\underline{s}^*(M, t) &= (s_{10}e^{j\Phi_1} + s_{20}e^{j\Phi_2}) \cdot (s_{10}e^{-j\Phi_1} + s_{20}e^{-j\Phi_2}) \\
&= s_{10}^2 + s_{10}s_{20}e^{j(\Phi_1-\Phi_2)} + s_{20}s_{10}e^{-j(\Phi_1-\Phi_2)} + s_{20}^2 \\
&= s_{10}^2 + s_{20}^2 + 2s_{10}s_{20}\cos(\Delta\Phi) \quad ; \quad \Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2
\end{aligned}$$

l'intensité lumineuse au point **M** s'écrit:

$$I(M) = \langle \underline{s}(M, t)\underline{s}^*(M, t) \rangle = \langle s_{10}^2 + s_{20}^2 + 2s_{10}s_{20}\cos(\Delta\Phi) \rangle = s_{10}^2 + s_{20}^2 + 2s_{10}s_{20}\langle \cos(\Delta\Phi) \rangle$$

Soit **$I_i = s_{i0}^2$** l'intensité lumineuse au point **M** de l'onde issue de **S_i**

$$\text{Alors} \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\Delta\Phi) \rangle$$

- Le terme **$2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\Delta\Phi) \rangle$** est appelé terme d'interférences.
- Les interférences sont visibles si et seulement si le terme d'interférences est non nul **$\langle \cos(\Delta\Phi) \rangle \neq 0$** .

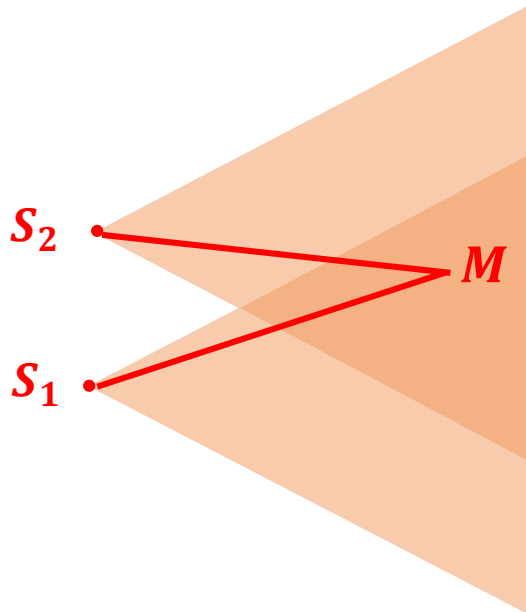
I. 2. Cohérence mutuelle de deux sources

Pour que le terme d'interférences soit non nul $\langle \cos(\Delta\Phi) \rangle \neq 0$, il faut que le déphasage au point M entre les deux rayons soit indépendant du temps

$$\begin{aligned}\text{Or } \Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 &= \omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) - \varphi_{s1} - \omega_2 t + \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) - \varphi_{s2} \\ &= (\omega_1 - \omega_2)t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) + \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) + \varphi_{s2} - \varphi_{s1}\end{aligned}$$

Alors, il faut que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ Soit alors $\Delta\Phi = \frac{\omega}{c}((S_2 M) - (S_1 M)) + \varphi_{s2} - \varphi_{s1}$

Si on fait l'expérience suivante, S_1 et S_2 sont deux sources indépendantes, délivrant deux ondes qui ont la même pulsation ω



Au point M , on n'observe pas les interférences $\Rightarrow I = I_1 + I_2$

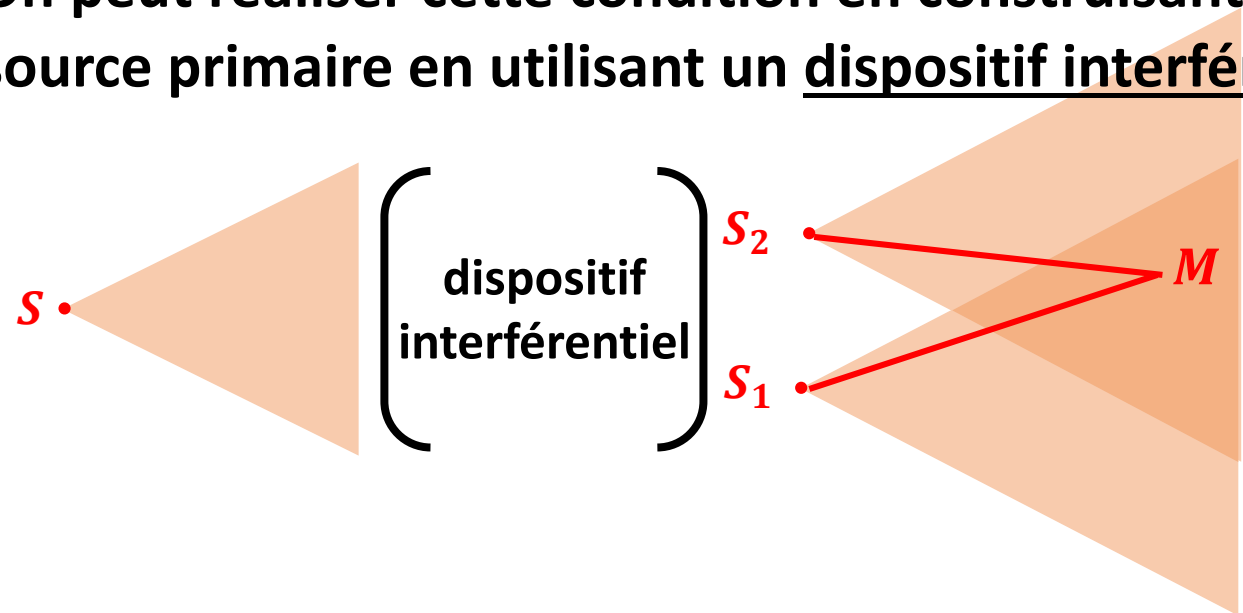
Le terme d'interférences est encore nul $\Rightarrow \langle \cos(\Delta\Phi) \rangle = 0 \Rightarrow \Delta\Phi = \Delta\Phi(t)$

$$\text{Or } \Delta\Phi = \underbrace{\frac{\omega}{c}((S_2 M) - (S_1 M))}_{\Delta\Phi_{\text{géométrique}}} + \underbrace{\varphi_{s2} - \varphi_{s1}}_{\text{phases à l'émission qui varient aléatoirement dans le temps}}$$

$\Delta\Phi_{\text{géométrique}}$ déphasage géométrique
 $\Rightarrow$ ne dépend pas du temps

phases à l'émission qui varient
aléatoirement dans le temps

Pour observer les interférences, il faut que $\varphi_{s2} - \varphi_{s1} = cte$. Dans ce cas, $\varphi_{s2} - \varphi_{s1} = cte$ et $\omega_1 = \omega_2$, les deux ondes sont dites cohérentes. La solution la plus simple est d'avoir $\varphi_{s2} = \varphi_{s1}$. On peut réaliser cette condition en construisant les deux sources S_1 et S_2 à partir d'une seule source primaire en utilisant un dispositif interférentiel



$$\Delta\Phi(M) = \Delta\Phi_{géo}(M) + \Delta\Phi_{sup}$$

$$\Delta\Phi_{géo}(M) = \frac{\omega}{c} ((S_2M) - (S_1M)) = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_2M) - (S_1M))$$

$\Delta\Phi_{sup}$ est un déphasage supplémentaire qui peut être introduit par le dispositif interférentiel.

$\Delta\Phi_{géo}(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_2M) - (S_1M)) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{géo}$ Où $\delta_{géo} = (S_2M) - (S_1M)$ est la différence des chemins optiques ou différence de marche géométrique au point M .

On définit la différence de marche supplémentaire δ_{sup} telle que $\Delta\Phi_{sup} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{sup}$

$$\Delta\Phi(M) = \Delta\Phi_{géo}(M) + \Delta\Phi_{sup}$$

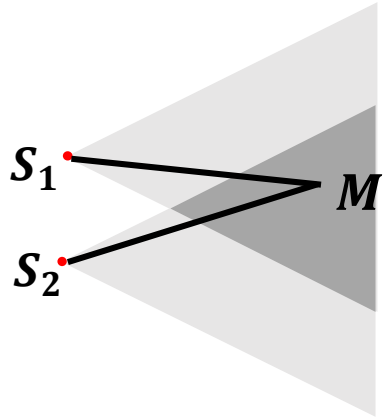
$$\Delta\Phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (\delta_{géo} + \delta_{sup})$$

et

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\Phi)$$

II. Interférences entre deux ondes cohérentes

II. 1. Ordre d'interférence



Soient deux sources ponctuelles S_1 et S_2 parfaitement cohérentes

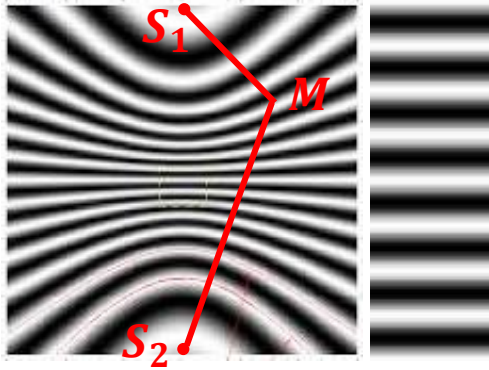
En un point M , on définit l'ordre d'interférences par:

$$P(M) = \frac{\Delta\Phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

l'intensité lumineuse au point M s'écrit:

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi P(M))$$

II. 2. Surfaces d'égale intensités



La surface d'égale intensité est l'ensemble des points M tel que

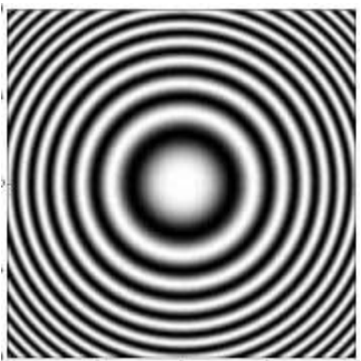
$$I(M) = cte \Rightarrow P(M) = cte_1 \Rightarrow \Delta\Phi(M) = cte_2 \Rightarrow \delta(M) = cte_3$$

Dans le vide:

$$S_2 M - S_1 M = cte_4$$

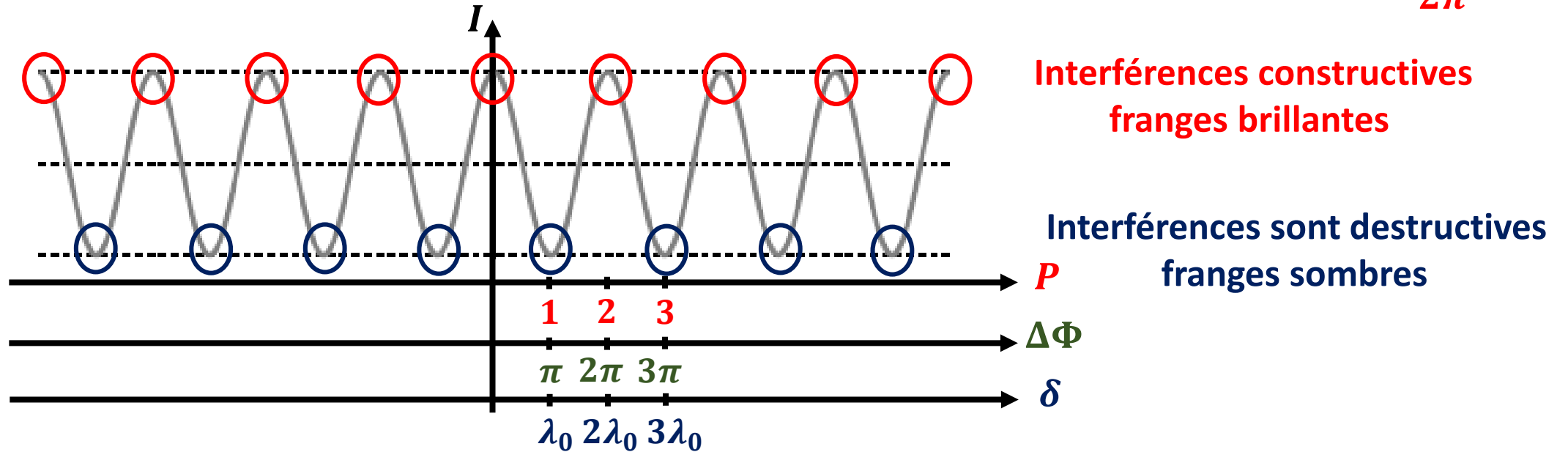
Les surfaces d'égale intensité sont des hyperboloïdes de révolution autour de $(S_2 S_1)$ de foyers S_1 et S_2 .

- Sur un écran placé $\parallel$ à $(S_2 S_1)$ on observe des franges rectilignes alternées sombres et brillantes
- Sur un écran placé $\perp$ à $(S_2 S_1)$ on observe des anneaux circulaires alternés sombres et brillants



II. 3. Interférences constructives - Interférences destructives

l'intensité au point M s'écrit: $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi P(M))$ Où $P(M) = \frac{\Delta\Phi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$



➤ les interférences sont constructives (franges brillantes) au point M si:

$$I(M) = I_{max} \Rightarrow P(M) = m; \quad m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Delta\Phi(M) = 2m\pi \Rightarrow \delta(M) = m\lambda_0$$

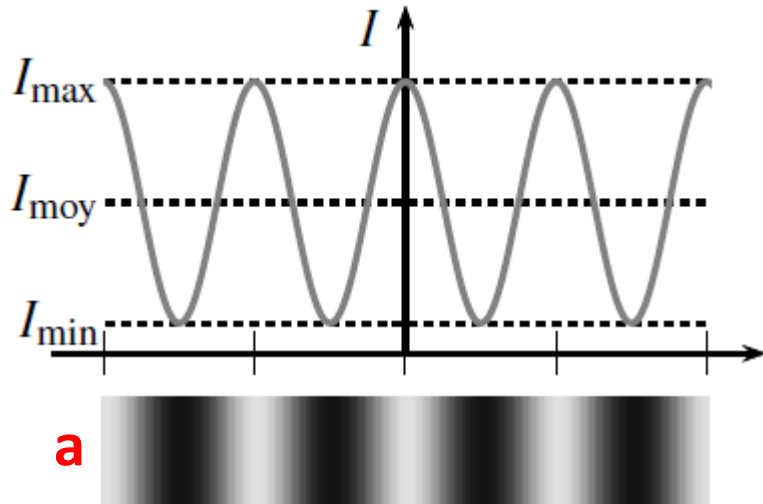
$$I(M) = I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

➤ les interférences sont destructives (franges sombres) au point M si:

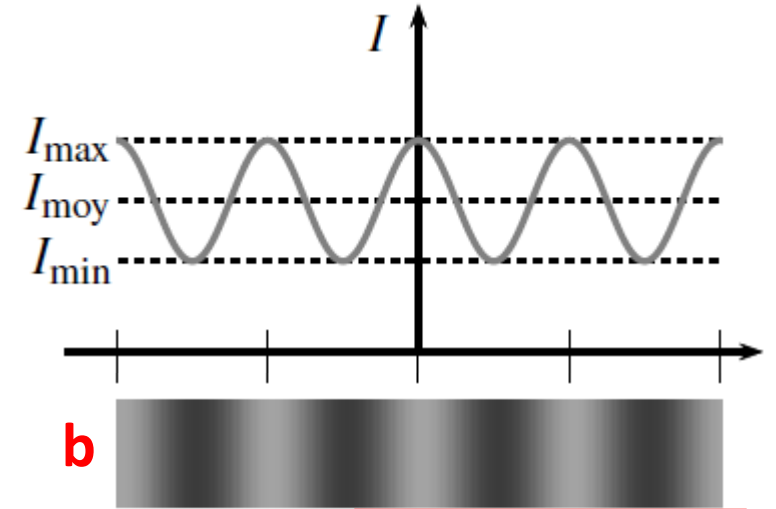
$$I(M) = I_{min} \Rightarrow P(M) = m + \frac{1}{2}; \quad m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \Delta\Phi(M) = (2m + 1)\pi \Rightarrow \delta(M) = (m + \frac{1}{2})\lambda_0$$

$$I(M) = I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

II. 4. Contraste ou visibilité des franges



On peut distinguer facilement les franges brillantes des franges sombres dans la fig. **a** que la fig. **b**
 $\Rightarrow$ Le système d'interférences est plus visible (plus contrasté) dans la fig. **a** que la fig. **b**



On appelle contraste ou visibilité d'une figure d'interférences la quantité :
 C'est une grandeur sans dimension qui varie entre 0 et 1.

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

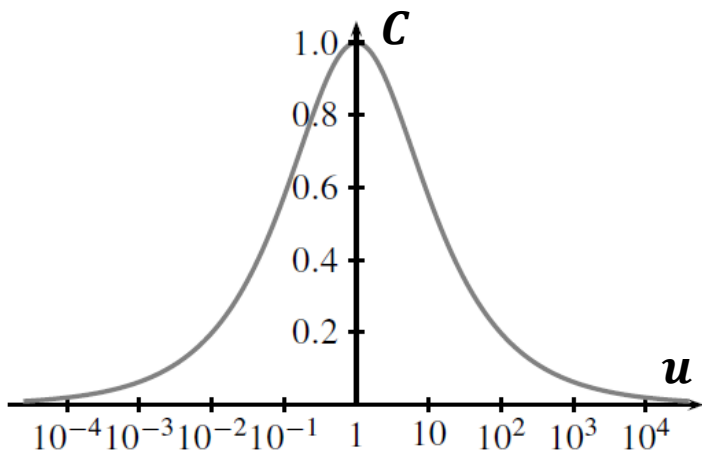
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} - (I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2})}{I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} + I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi P(M)) = (I_1 + I_2) \left(1 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos(2\pi P(M)) \right)$$

$$I(M) = (I_1 + I_2)(1 + C \cos(2\pi P(M)))$$



soit $u = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow C = \frac{2\sqrt{u}}{1+u}$

On a un bon contraste $C \sim 1$ Pour $u \sim 1 \Rightarrow I_1 \sim I_2$

On a un mauvais contraste $C \sim 0$ Pour $I_1 \gg I_2$ ou $I_1 \ll I_2$

Remarque Le contraste peut être influencer aussi soit par:

- La non-monochromaticité de la source: cohérence temporelle
- L'étendue spatiale de la source: cohérence spatiale

