
Support de Cours : Dispositifs Interférentiels à deux ondes par
division du front d'onde et par division d'amplitude.
Étude de la cohérence spatiale

2eme Année MP/T/PC

Proposé par : Prof. Neil JOMAA

Plan de leçon :

- I) Les deux types de dispositifs interférentiels à deux ondes
- II) Les dispositifs interférentiels par division du front d'onde
 - II-1/ Les deux trous est les deux fentes d'Young
 - II-2/ Le dispositif de deux fentes d'Young amélioré avec les lentilles
 - II-3/ Étude de la cohérence spatiale
 - II-3-1/ Cas d'une source mère constituée par 2 points sources
 - II-3-2/ Cas d'une source mère étendue
 - II-4/ Autres dispositifs à division du front d'onde
- III/ L'interféromètre de Michelson : un dispositif à division d'amplitude
 - III-1/ Description de l'interféromètre réel
 - III-1-1) Présentation générale du dispositif
 - III-1-2) Nécessité de la compensatrice
 - III-2/ Schéma de principe et les configurations possibles
 - III-2-1/ Schéma de principe
 - III-2-2/ Les configurations possibles de Michelson
 - III-2-3/ Coefficient de réflexion en puissance de la séparatrice

III-3/ Interféromètre de Michelson réglé en "lame d'air"

III-3-1/ Observations expérimentales

III-3-2/ Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source S étendue

III-3-2-1/ Schéma et calcul de la différence de marche

III-3-2-2/ Figure d'interférence

III-3-3/ Michelson réglé en lame d'air, éclairé par une source ponctuelle

III-4/ Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

III-4-1/ Observations expérimentales

III-4-2/ Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source étendue

III-4-2-1/ Schémas

III-4-2-2/ Calcul de la différence de marche

III-4-2-3/ Figure d'interférence

III-4-3/ Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source ponctuelle située à l'infini

IV/ lame de verre à faces parallèles plongée dans l'air : un dispositif interférentiel à division d'amplitude

IV-1/ Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

IV-2/ Calcul de la différence de marche

IV-3/ Figure d'interférence

Introduction :

Au premier chapitre précédent, on a montré que pour observer le phénomène d'interférence il faut utiliser un système qui génère deux sources secondaires S_1 et S_2 à partir d'une même source mère S .

Ce système est appelé dispositif interférentiel. On en distingue en général deux grands types : les dispositifs à division du front d'onde (comme par exemple les 2 fentes d'Young) et les dispositifs à division d'amplitude (comme par exemple l'interféromètre de Michelson qui a contribué énormément à l'évolution de la métrologie, la spectrométrie et ouvrit la voie à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein en montrant que la vitesse de la lumière est la même dans tout référentiel galiléen).

Ce chapitre est dédié à l'étude détaillée de ces dispositifs et de la cohérence spatiale.

I) Les deux types de dispositifs interférentiels à deux ondes :

De façon générale, un dispositif interférentiel fournit à partir d'une source mère, 2 sources secondaires S_1 et S_2 émettant 2 ondes cohérentes ou partiellement cohérentes.

On distingue 2 types de dispositifs interférentiels :

Dispositifs interférentiels à division du front d'onde	dispositifs interférentiels à division d'amplitude
✓ Les 2 ondes qui s'interfèrent M proviennent de <u>2 rayons distincts</u> issues de la source S mère (division géométrique). ✓ On isole spatialement deux parties d'une onde provenant d'une même source S mère	✓ Les 2 ondes qui s'interfèrent en M proviennent d'un seul rayon issue de S dé-doublé par le phénomène de réflexion-Transmission (division énergétique). ✓ L'intensité des 2 rayons arrivant en M est inférieure à celle de S.

Remarque :

Un dispositif interférentiel ($\forall$ son type) éclairé par une source mère ponctuelle (et monochromatique) donne des interférences non localisées et bien contrastées.

✓ Un dispositif à division du front d'onde éclairée par S mère monochromatique étendue (large) donne une figure de faible netteté.

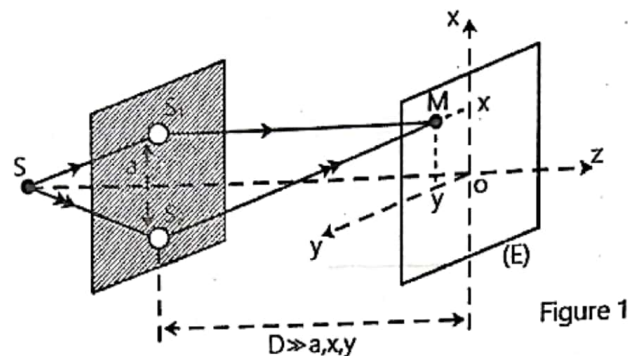
Exception : Si S est élargie de façon linéaire suivant la direction des franges, la figure reste bien contrastée et devient plus lumineuse.

✓ Un dispositif à division d'amplitude éclairée par une source étendue (large) et monochromatique donne une figure nette (bien contrastée) et bien lumineuse mais localisée à l'infini (c.à.d au plan focal image d'une lentille convergente).

II) Les dispositifs interférentiels par division du front d'onde :

II-1/ Les deux trous et les deux fentes d'Young :

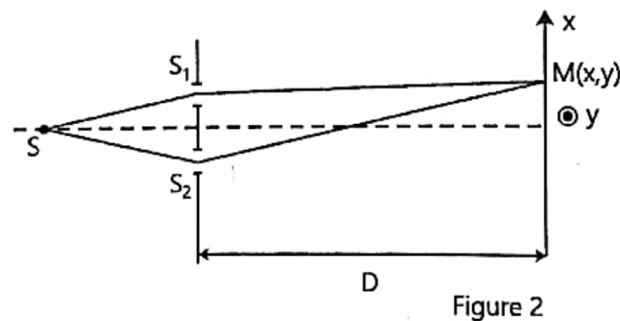
Une source S ponctuelle monochromatique de longueur d'onde λ_0 est placée devant un premier écran percé de deux trous S_1 et S_2 et on observe le phénomène d'interférence sur un second d'écran (E) d'observation (voir figure 1).



S est prise sur l'axe optique qui représente la médiatrice de $[S_1 S_2]$.

Si la taille des trous n'est pas trop grande devant la longueur d'onde, l'onde va diffracter dans une certaine gamme de direction autour de celle de l'optique géométrique. Certains points de l'écran sont alors atteints à la fois par deux ondes issues de S_1 et de S_2 . Tout se passe comme si la lumière était issue de deux sources S_1 et S_2 : on les appelle sources secondaires.

La figure 1 peut être tracée en projection dans le plan (x, z) comme le montre la figure 2.



La différence de marche optique au point $M(x, y)$ s'écrit :

$$\delta = (SS_2M) - (SS_1M) = \underbrace{SS_2 - SS_1}_0 + \underbrace{S_2M - S_1M}_{\frac{ax}{D} \text{ (voir chapitre 1)}}$$

L'ordre d'interférence est donc $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0 D}$.

L'interfrange (notée i) est par définition la distance séparant 2 franges successives et de même nature. Pour la déterminer, on calcule la variation de l'ordre d'interférence : $\Delta p = \frac{a}{\lambda_0 D} \Delta x$.

Selon la définition lorsque $\Delta x = i$; $\Delta p = 1$ donc $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$.

Par définition, une frange est l'ensemble des points sur l'écran (E) tels que $I = cte \Leftrightarrow \delta = cte \Leftrightarrow x = cte$.

On déduit la nature des franges : ce sont des segments de droites parallèles à la direction $\vec{u}_y$ (l'abscisse y du point d'observation ne joue aucune rôle, ce qui donne des franges invariantes par translation selon $\vec{u}_y$) et séparés d'une interfrange $i = \frac{\lambda_0 D}{a}$.

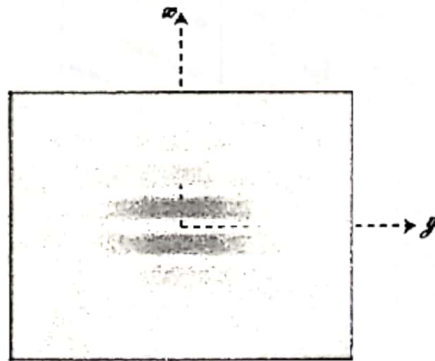


Figure 3

Selon la formule de Fresnel, l'intensité sur (E) s'écrit :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{i} \right) \right)$$

Cette dernière expression montre que (i) représente la période spatiale de la figure d'interférence.

Un capteur lumineux sur l'écran mesurerait donc cette intensité, représentée sur la figure 3.

Rappelons que ces interférences, créées par une source ponctuelle, sont non localisées : elles existent dans un certain **volume** de l'espace dit "champ d'interférence". En effet, on pourra placer l'écran dans plusieurs positions de ce volume.

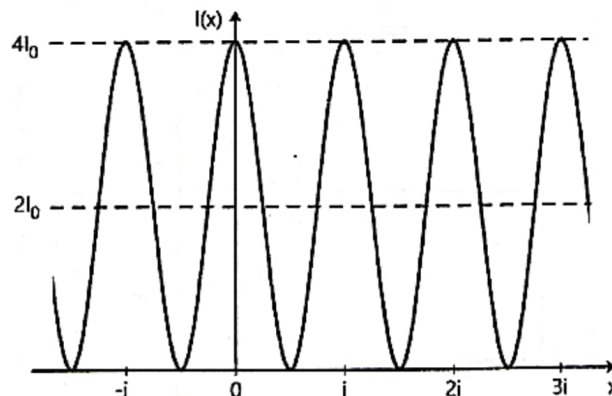


Figure 4

* champ d'interférence: c'est le volume de l'espace où les ondes se recouvrent.

• **Fentes d'Young :**

On pourrait réaliser la même expérience avec deux petites fentes, dont la grande longueur serait dans la direction $\vec{y}$ des franges. L'interprétation est exactement la même, vu l'invariance des franges obtenues avec les trous d'Young par translation dans la direction $\vec{y}$. L'avantage est d'observer un phénomène plus lumineux.

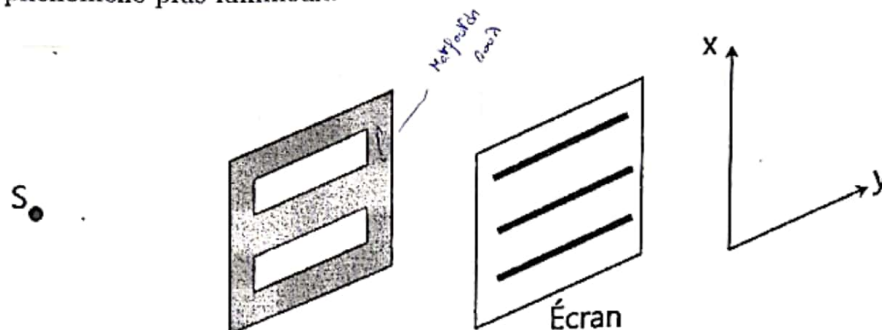


Figure 5

Pour la même raison d'invariance et aussi puisque δ ne dépend pas de y , on pourra aussi élargir la source mère S de façon linéique selon $\vec{y}$ pour augmenter encore plus la luminosité sans toucher le contraste (netteté) de la figure.

II-2/ Le dispositif de deux fentes d'Young amélioré avec les lentilles :

• Le montage précédent peut être amélioré. En effet, les rayons interférant en un point M de l'écran n'ont pas la même intensité, contrairement à l'hypothèse effectuée au paragraphe précédent. Lors du passage de la lumière par un trou d'Young, la diffraction «étale» l'onde dans un cône autour de la direction de l'optique géométrique. Les rayons diffractés dans des directions différentes n'ont aucune raison d'avoir la même intensité; le contraste des interférences n'est alors pas maximal. De plus, les zones les plus éclairées par chaque trou se recouvrent mal, et le phénomène d'interférence est peu lumineux.

On remédie à ces inconvénients en ajoutant deux lentilles au dispositif (Fig. 6). La source ponctuelle S est placée au foyer objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$, et on met l'écran dans le plan focal image d'une autre lentille convergente $\mathcal{L}_2$.

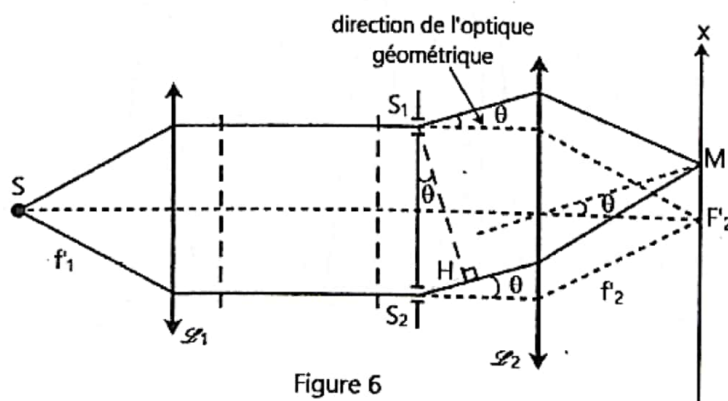


Figure 6

La source S étant placée au foyer objet de la lentille $\mathcal{L}_1$, les rayons émergeant de la lentille sont parallèles entre eux et à l'axe optique. Le point $M \in$ plan focal image de la lentille $\mathcal{L}_2$. Les rayons arrivant en M sont donc, avant la lentille, parallèles entre eux et aussi parallèles à un rayon

auxiliaire passant par le centre de $\mathcal{L}_2$ sans être dérivé (en pointillés sur la figure 6). Les deux rayons interférant en M présentent le même écart par rapport à la direction de l'optique géométrique. Leurs intensités sont alors rigoureusement égales. De plus, les rayons les plus intenses, qui correspondent à la direction de l'optique géométrique (et sortent des trous parallèlement à l'axe optique), se coupent au foyer de la seconde lentille.

Le phénomène d'interférence est alors très lumineux au voisinage de l'axe optique.

$$\delta = (SM)_{\textcircled{2}} - (SM)_{\textcircled{1}} = (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$$

Après la première lentille, l'onde est plane et des surfaces (plans) d'onde (perpendiculaire aux rayons, d'après le théorème de Malus) ont été représentées sur la figure 6. On constate donc que les trous S_1 et S_2 appartiennent à une même surface d'onde : les deux ondes arrivent en phase à leur niveau :

$$(SS_1) = (SS_2)$$

Utilisons de principe du retour inverse de la lumière, et imaginons qu'une source en M éclaire S_1 et S_2 . Entre la lentille $\mathcal{L}_2$ et les points S_1 et S_2 , l'onde est plane et les surfaces d'onde sont des plans perpendiculaires aux rayons. Notamment, le plan contenant S_1H sur la figure 6 est une surface d'onde. On en déduit, par définition d'une surface d'onde,

$$(MS_1) = (MH)$$

On aboutit à l'expression de la différence de marche :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = (S_2H) = S_2H \text{ (dans l'air)}$$

Pour assurer le stigmatisme des lentilles, on impose d'être dans les conditions de Gauss, et ainsi les rayons sont peu inclinés (dits rayons paraxiaux) donc θ est un angle faible et par suite :

$$S_2H = a \sin \theta \simeq a\theta \simeq a \tan \theta = \frac{ax}{f'_2}$$

Selon la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 f'_2} \right) \right)$$

On observe bien des franges rectilignes et l'interfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda_0 f'_2}{a}$$

Application :

On considère le montage de la figure 6. On prendra les deux lentilles identiques : $f'_1 = f'_2 = f'$.

1) Quel est l'effet de traduire les deux trous d'Young (en bloc) selon $\vec{u}_x$?

Tout le raisonnement effectué précédemment est encore valable. Les rayons arrivent en phase sur S_1 et S_2 (théorème de Malus). La partie après les trous donne aussi le même résultat. Les franges d'interférence sont inchangées.

2) On translate le point source S d'une distance x_0 selon $\vec{u}_x$. Quelles sont les conséquences sur la figure d'interférences ?

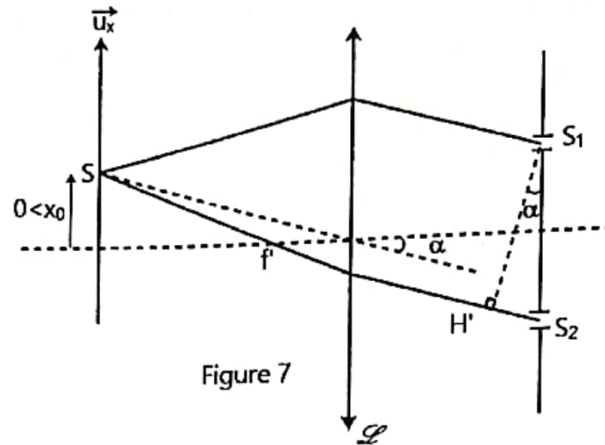


Figure 7

Dans le calcul de la différence de marche, seule la partie δ_1 avant les trous est affectée. D'après le théorème de Malus (Fig. 7),

$$\delta_1 = (SS_2) - (SS_1) = (H'S_2) - (H'S_1) = a\alpha \simeq a \frac{x_0}{f}.$$

Au total,

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = \frac{ax_0}{f'} + \frac{ax}{f'}$$

L'intensité sur l'écran est alors :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a}{\lambda_0 f'} (x + x_0) \right) \right)$$

Par rapport au cas où S est sur l'axe optique, les franges sont donc translatées de la distance x_0 selon $-\vec{u}_x$.

On pourra retrouver ce résultat en cherchant la nouvelle position x_c de la frange centrale après la translation de S .

La frange centrale est définie par $\delta = 0$. Avant la translation de S

$$\delta = \frac{ax}{f'} \Rightarrow 0 = \frac{ax_c}{f'} \Rightarrow x_c = 0$$

Après la translation de S :

$$\delta = \frac{ax_0}{f'} + \frac{ax}{f'} \Rightarrow 0 = \frac{ax_0}{f'} + \frac{ax_c}{f'} \Rightarrow x_c = -x_0 < 0$$

$\Rightarrow$ La frange centrale et par suite tout le système de franges se translate vers le bas.

3) On remet maintenant S sur l'axe optique dans sa position initiale. On place à présent juste avant S_1 une lame de verre à faces parallèles très mince d'épaisseur e et d'indice $n_0 > 1$. Que se passe-t-il ?

La lame introduit sur le trajet de la lumière passant par S_1 une marche optique supplémentaire $\delta_{\text{supp}} = (n_0 - 1)e$. Donc la différence de marche devient :

$$\begin{aligned} \delta &= (SS_2HM) - [(SS_1M) + (n_0 - 1)e] = HM - (n_0 - 1)e \\ &= \frac{ax}{f_2} - (n_0 - 1)e \end{aligned}$$

La frange centrale n'est plus au centre de l'écran, mais à la position x_c telle que

$$\delta = 0 = \frac{ax_c}{f'_2} - (n_0 - 1)e \Rightarrow x_c = (n_0 - 1)e \cdot \frac{f'_2}{a} > 0$$

$\Rightarrow$ le système de franges s'est donc translaté sur (E) vers le haut.

II-3/ Étude de la cohérence spatiale :

II-3-1/ Cas d'une source mère constituée par 2 points sources :

Afin de commencer l'analyse du problème de la cohérence spatiale, on considère le cas d'une source monochromatique constituée de deux points P_1 et P_2 , séparés d'une distance h , éclairant deux trous d'Young (Fig. 8).

P_1, P_2 possèdent la même luminosité d'intensité I_0 et la même longueur d'onde λ_0 .

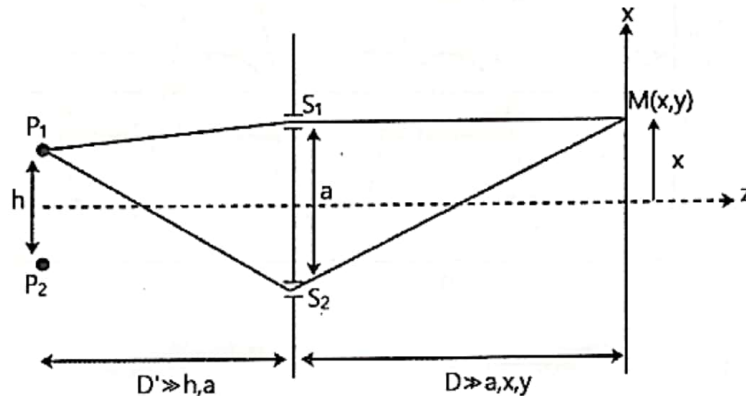


Figure 8

Intéressons-nous à la source P_1 uniquement :

La différence de marche en M est $\delta_1 = (P_1 S_2 M) - (P_1 S_1 M)$

$$\Rightarrow \delta_1 = \underbrace{P_1 S_2 - P_1 S_1}_{\frac{ah}{2D'}} + \underbrace{S_2 M - S_1 M}_{\frac{ax}{D}}$$

$\Rightarrow$ L'intensité en un point M de l'écran (E) créée par P_1 est alors :

$$I_1 = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{ax}{D} + \frac{ah}{2D'} \right) \right) \right)$$

De même, l'intensité en M créée par P_2 est :

$$I_2 = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{ax}{D} - \frac{ah}{2D'} \right) \right) \right)$$

Les deux points sources P_1, P_2 sont incohérents donc l'intensité totale en M sur (E) est $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$.

puisque : $\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$; alors

$$I(M) = 4I_0 \underbrace{\left(1 + \cos\left(\frac{\pi ah}{\lambda_0 D'}\right)\right)}_{V: \text{facteur de visibilité}} \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D}\right)$$

Interprétation :

L'intensité sur (E) varie alors entre $I_{\min} = 4I_0(1 - |V|)$ et $I_{\max} = 4I_0(1 + |V|)$ et non plus entre 0 et $8I_0$. (Voir figure 9)

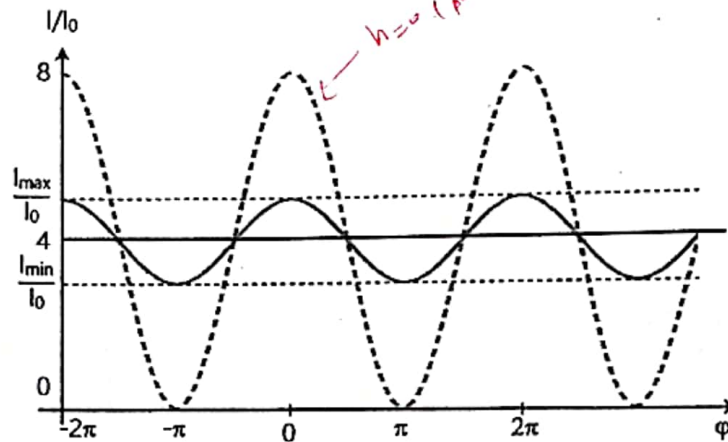


Figure 9

Si $V \neq \pm 1$, alors les franges sombres ne sont pas totalement noires, et les franges brillantes ne le sont pas au maximum (par rapport au cas où $V = \pm 1$). Cela signifie que le contraste a diminué. Établissons son expression :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4I_0(1 + |V|) - 4I_0(1 - |V|)}{4I_0(1 + |V|) + 4I_0(1 - |V|)} = |V|.$$

Le contraste, qui vaut 1 dans le cas d'une source ponctuelle, a diminué. En fait, chacune des deux sources P_1 et P_2 crée sa propre figure d'interférences, avec la même interfrange.

La figure finale est la superposition des deux figures.

$$\begin{aligned} \text{On observe un brouillage lorsque } c = 0 &\Leftrightarrow V = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi ah}{\lambda_0 D'} = (n + 1/2)\pi \\ &\Rightarrow h = (n + 1/2) \frac{\lambda_0 D'}{ah} \end{aligned}$$

Pour ces valeurs de h , (E) est uniformément éclairé. En fait, dans ce cas les franges brillantes associées à un point source coïncident avec les franges noires associées à l'autre.

Remarque :

Ce résultat est la base de l'interféromètre stellaire. Il est utilisé par exemple pour mesurer l'écart angulaire entre les deux composantes d'une étoile double.

II-3-2/ Cas d'une source mère étendue :

La source mère est monochromatique, mais spatialement étendue, de taille $h \times h$ (voir figure 10)

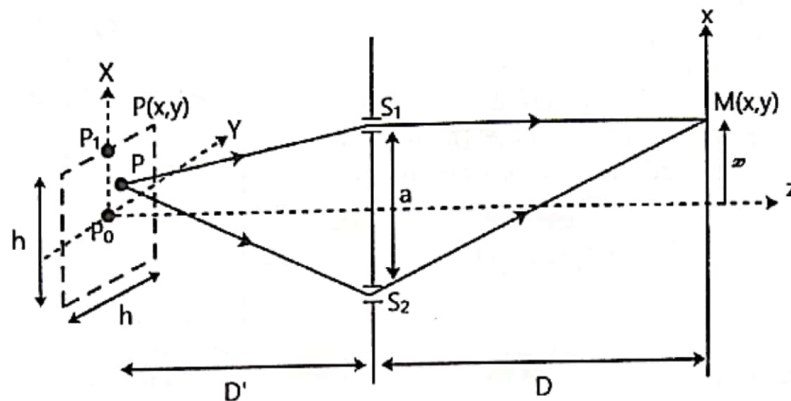


Figure 10

L'interprétation de la situation est globalement similaire au cas des deux sources ponctuelles. La différence est qu'une source étendue (donc continue) se décompose en une infinité de sources ponctuelles. Chaque petit morceau de la source crée son propre système de franges d'interférences. Ces systèmes d'interférences ont même interfrange, mais sont continûment décalés les uns par rapport aux autres. Les franges claires ou sombres de chaque système ne coïncident pas et la figure finale est en général brouillée. Cela explique pourquoi le contraste n'est alors plus maximal et pourquoi, globalement, il diminue au fur et à mesure que la taille de la source augmente.

La différence de marche en un point M de l'écran associée à un point source $P(X, Y)$ est :

$$\delta(P \rightarrow M) = \frac{aX}{D'} + \frac{ax}{D}$$

$$\Rightarrow \text{L'ordre d'interférence est } p(P \rightarrow M) = \frac{aX}{\lambda_0 D'} + \frac{ax}{\lambda_0 D}$$

• Afin d'évaluer si le contraste reste bon malgré la taille finie de la source, on utilisera le critère suivant. Tant que la variation du nombre d'interférences Δp des ondes issues du centre P_0 de la source et d'un bord P_1 de la source reste inférieur à $\frac{1}{2}$ (en valeur absolue), le contraste reste bon. En effet, dans ce cas, tous les points de la source créent des systèmes d'interférences à peu près superposés. Évaluons donc :

$$\Delta p = p(P_1 \rightarrow M) - p(P_0 \rightarrow M) = \frac{ah}{2\lambda_0 D'} + \frac{ax}{\lambda_0 D} - 0 - \frac{ax}{\lambda_0 D} = \frac{ah}{2\lambda_0 D'}$$

$$|\Delta p| \leq 1/2 \Rightarrow h \leq \frac{\lambda_0 D'}{a} = l_s$$

Une quantité homogène à une longueur, appelée longueur de cohérence spatiale de la source (l_s) apparaît. Quand la source est bien plus petite que cette longueur, les interférences sont quasiment les mêmes que pour une source ponctuelle.

Quand la source est nettement plus grande que cette longueur, les interférences sont brouillées, et l'écran est éclairé quasi uniformément.

Pour les dispositifs à division du front d'onde, la longueur de cohérence spatiale est très faible, et l'utilisation de sources étendues brouille les figures d'interférences.

Application

Trous d'Young éclairés par une source étendue : calcul de l'intensité

On se propose d'effectuer le calcul précis de l'intensité observée sur l'écran pour une source étendue (monochromatique) (voir Fig. 10) afin de confirmer l'approche précédente.

On découpe par la pensée la source carrée en petites sources quasi ponctuelles de taille $dX \times dY$ (Fig. 11).

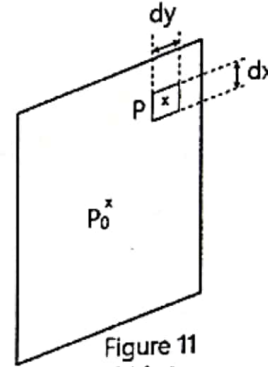


Figure 11

1) Les différentes sources ainsi considérées sont-elles cohérentes? Qu'en déduire pour le calcul de l'intensité?

Ces différents morceaux sont incohérents entre eux, et l'intensité résultante sera la somme des intensités dues à chaque petit élément de source.

2) Soit $P(X, Y)$ un point de la source. Quelle est la différence de marche en un point $M(x, y)$ de l'écran entre deux rayons issus de P ?

Le calcul de la différence de marche est le même qu'au paragraphe précédent.

$$\delta(M) = \frac{aX}{D'} + \frac{aX}{D}$$

3) Montrer que l'intensité élémentaire $dI(M)$ créée au point M par le morceau situé entre $[X, X + dX]$ et $[Y, Y + dY]$ est de la forme :

$$dI(M) = 2AdXdY \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{aX}{D'} + \frac{aX}{D} \right) \right) \right]$$

où A est une constante. On supposera que l'intensité d'un rayon issu d'un morceau d'une source lumineuse est proportionnelle à la surface de source considérée.

Cette intensité est proportionnelle à la surface de la source, donc est de la forme $AdXdY$, où A est une constante. On obtient, d'après la formule de Fresnel pour les interférences à deux ondes de même intensité :

$$dI(M) = 2AdXdY \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{aX}{D'} + \frac{aX}{D} \right) \right) \right]$$

4) En déduire l'expression de l'intensité $I(x)$ sur l'écran.

On rappelle la formule : $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$. On posera $Ah^2 = I_0$.

Pour l'intensité totale, il faut intégrer sur toute la source car les sources élémentaires sont incohérentes :

$$I(M) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dI(M) = 2Ah \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{aX}{D'} + \frac{ax}{D} \right) \right) \right] dX$$

$$= 2Ah^2 \left[1 + \frac{\lambda_0 D'}{2\pi ah} \left[\sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{ah}{2D'} + \frac{ax}{D} \right) \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(-\frac{ah}{2D'} + \frac{ax}{D} \right) \right) \right] \right]$$

Avec les notations de l'énoncé, on aboutit à :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi ah}{\lambda_0 D'} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

5) Interpréter le résultat obtenu : identifier le facteur de visibilité et le terme d'interférences.

Rappelons la forme de l'intensité :

$$I(M) = 2I_0 \left(1 + \underbrace{\operatorname{sinc} \left(\frac{\pi ah}{\lambda_0 D'} \right)}_{\text{facteur de visibilité } V} \underbrace{\cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right)}_{\text{interférences}} \right)$$

6) Tracer les variations du contraste en fonction de la taille h de la source.

Comme :

$$C = |V| = \left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi ah}{\lambda_0 D'} \right) \right|$$

On obtient le graphe présenté sur la figure 12, où $u = \frac{\pi ah}{\lambda_0 D'}$.

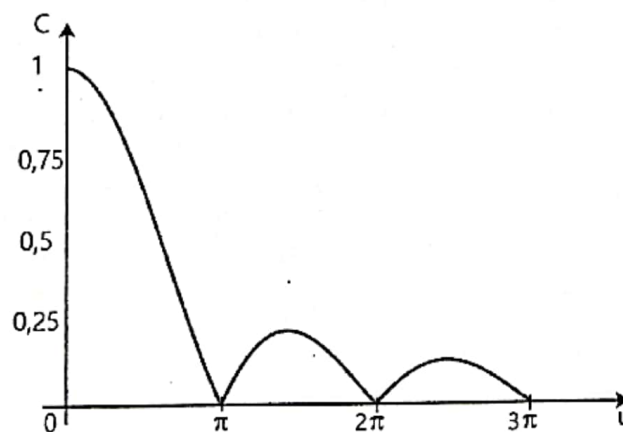


Figure 12

Globalement, le contraste diminue lorsque la taille de la source augmente, même si localement ce peut être l'inverse.

7) Pour quelle valeur h_0 de la taille de la source le contraste s'annule-t-il ? Retrouver un résultat précédemment établi.

Plus généralement, dans quel domaine de tailles de la source le contraste reste-t-il correct ?

La première annulation du contraste a lieu lorsque l'argument du sinus cardinal vaut π , soit :

$$h_0 = \frac{\lambda_0 D'}{a}$$

On retrouve l'expression $l_s = h_0$ de la longueur de cohérence spatiale de la source obtenue à l'aide de l'argument semi-qualitatif de la variation maximale de l'ordre d'interférences.

Plus généralement, les sinus cardinal ne prend des valeurs notables que pour des valeurs de son argument inférieures à π . Ainsi, si $h \geq h_0$, le contraste est quasiment nul et les interférences ne sont plus observables.

Remarque :

Si $h_0 < h < 2h_0$, alors $V < 0$.

On observe donc, une inversion de contraste c.à.d les positions des franges brillantes deviennent celles des franges sombres et inversement. (Mais la figure d'interférence est de faible netteté).

II-4/ Autres dispositifs à division du front d'onde :

Les autres dispositifs à division du front d'onde (Miroir de Llyod, biprisme de Fresnel, 2 miroirs de Fresnel, bilentille de Billet) sont traités dans la série des exercices (voir TD).

III/ L'interféromètre de Michelson : un dispositif à division d'amplitude

III-1/ Description de l'interféromètre réel :

III-1-1) Présentation générale du dispositif

- Sur la figure 13 est représenté un interféromètre de Michelson. En entrée de l'interféromètre se trouve un filtre anticalorique, dont le but est de filtrer les rayons infrarouges, afin d'éviter l'échauffement et l'endommagement des différents éléments optiques.

L'appareil est constitué de deux miroirs M_1 et M_2 , et d'une lame semi-réfléchissante appelée séparatrice, faisant un angle d'environ 45° avec les deux miroirs. Ces derniers sont mobiles en rotation et M_2 peut, de plus, être translaté. La séparatrice est une lame de verre mince à faces parallèles et traitée de manière à partager un rayon incident en deux rayons d'égales intensités. Le miroir M_1 est réglable en rotation par les vis fines A_1 et A_2 . Le miroir M_2 est réglable en rotation par les vis grossières C_1 et C_2 . Il bouge aussi en translation (on parle alors de chariotage) grâce à la vis C_3 , dont on lit le déplacement au centième de millimètre près sur un palmer. Cette vis peut être éventuellement couplée à un moteur par un aimant.

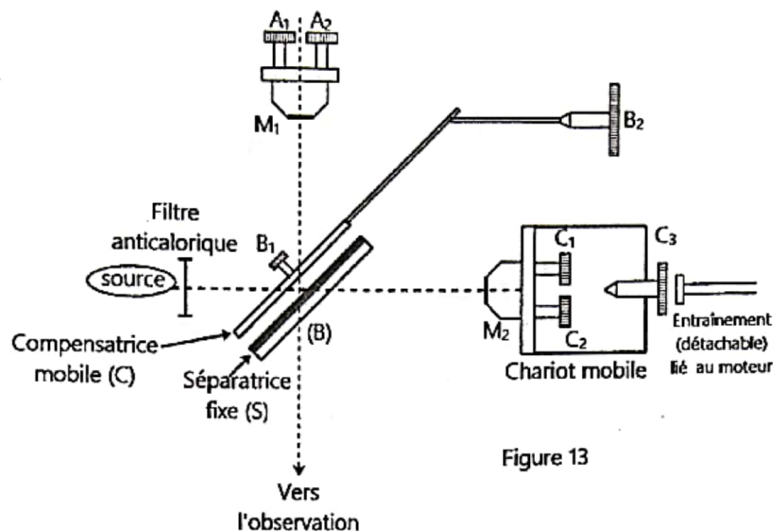


Figure 13

En revanche, on note la présence d'un élément supplémentaire (Compensatrice), parallèle à la séparatrice. Son rôle est l'objet du paragraphe suivant.

III-1-2) Nécessité de la compensatrice

Comme on peut le constater sur la figure 14, la séparatrice introduit une différence de marche. En effet, la séparatrice induit une dissymétrie entre les deux chemins : le rayon réfléchi sur M_1 traverse une fois la lame, alors que celui réfléchi sur M_2 la traverse trois fois. Il est nécessaire de compenser cette différence, d'où l'introduction d'une compensatrice.

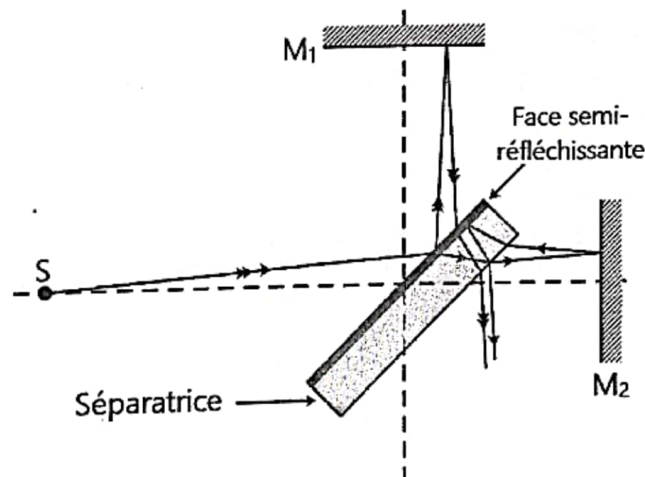


Figure 14

- Le moyen le plus simple est d'insérer une lame identique (même indice et même épaisseur), parallèle à la séparatrice, sur le rayon qui va se réfléchir sur M_1 . Comme on le constate sur la figure 15, les deux rayons traversent chacun désormais quatre fois une lame (dont trois fois après la séparation des faisceaux) avec les mêmes angles sur les deux trajets.

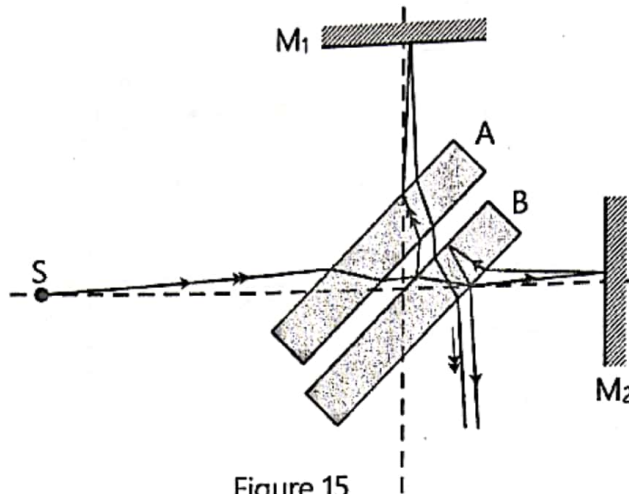


Figure 15

Il n'y a donc plus de différence de marche supplémentaire à cause de la séparatrice.

Notons que la séparatrice est fixe, alors que la compensatrice est réglable en rotation par les deux vis B_1 et B_2 (voir fig. 13).

La compensatrice permet de compenser les différences de marche induites par la transmission à travers la séparatrice. On pourra donc oublier leur présence dans les calculs de différence de marche.

III-2/ Schéma de principe et les configurations possibles :

III-2-1/ Schéma de principe

Selon le paragraphe précédent (III.1.2) la différence de marche supplémentaire due à l'épaisseur de la séparatrice est corrigée par la compensatrice.

On modélise alors la séparatrice (corrigée par la compensatrice) par une surface plane semi-réfléchissante faisant un angle de 45° avec les axes $\vec{x}$ et $\vec{y}$ des 2 miroirs.

Le schéma de principe simplifié de l'interféromètre de Michelson est représenté sur la figure 16.

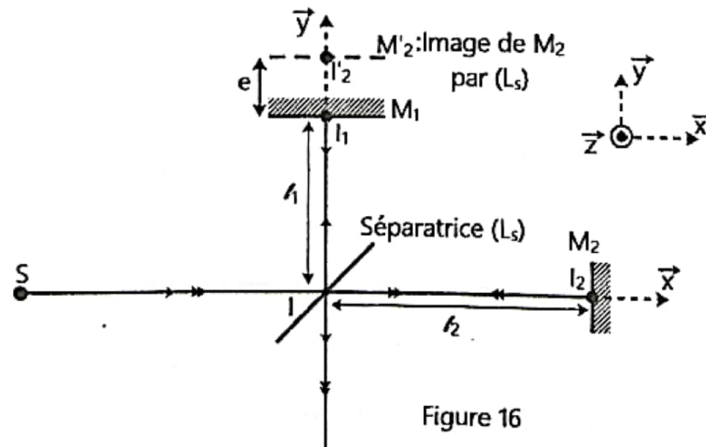


Figure 16

M'_2 est l'image de M_2 par la séparatrice L_s donc $II_2 = II'_2$.

III-2-2/ Les configurations possibles de Michelson

L'état de l'interféromètre est caractérisé par deux paramètres :

- la distance relative e entre les miroirs : $e = l_2 - l_1$ (voir fig.16) ;
- l'angle relatif α , défini de telle manière que l'angle entre les deux miroirs soit $\frac{\pi}{2} + \alpha$.

Le Michelson présente principalement 3 configurations :

- Configuration du "contact optique"

M'_2 et M_1 sont en contact ($e = I_1 I'_2 = 0$).

Dans ce cas $(M_2) \perp \vec{x}$; $(M_1) \perp \vec{y}$ et $II_2 = II_1 \Leftrightarrow l_1 = l_2$.

- Configuration de "lame d'air".

M'_2 et M_1 constituent une lame fictive d'air d'épaisseur $e = I_1 I'_2$.

Pour obtenir cette configuration ; on translate à partir du "contact optique" le miroir M_2 selon $\vec{x}$ (et donc M'_2 selon $\vec{y}$) d'une distance faible (e).

- Configuration du "coin d'air"

M'_2 et M_1 constituent un coin fictif d'air d'angle α .

Pour obtenir cette configuration ; on fait tourner l'une des 2 miroirs autour de $\vec{z}$ à partir du "contact optique" ou de la "lame d'air" d'un angle faible α .

III-2-3/ Coefficient de réflexion en puissance de la séparatrice :

On note R et T , les coefficients de réflexion et de transmission en puissance (respectivement) de la lame séparatrice.

Selon le principe de conservation $R + T = 1$.

Pour maximiser la luminosité de la figure d'interférence, on a intérêt à choisir $R = 1/2$. En effet ; chaque rayon émergeant de Michelson a subi une réflexion et une transmission à travers la séparatrice. Donc ; si on note I_0 l'intensité de la source ; l'intensité de ce rayon sortant est $I_s = R.T.I_0 = R(1 - R)I_0 = (R - R^2)I_0$.

Le maximum de I_s est tel que $\frac{dI_s}{dR} = 0 \Rightarrow 1 - 2R = 0 \Rightarrow R = 1/2$.

Remarque : Les deux rayons émergents possèdent la même intensité $I_s = R.T.I_0$, $\forall R$ ce qui assure un bon contraste.

III-3/ Interféromètre de Michelson réglé en "lame d'air" :

III-3-1/ Observations expérimentales :

Éclairons un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air avec une source ponctuelle S quasi-monochromatique.

Sur l'écran (E) on observe des anneaux bien contrastés, délocalisés, mais peu lumineux.

Si on élargit S ; les anneaux gagnent en luminosité.

Mais, on remarque que le contraste n'est bon que lorsque l'écran (E) est placé à l'infini ou au plan focal image d'une lentille convergente.

→ On dit alors que les interférences sont localisées à l'infini lorsque (S) est large.

L'avantage de ce système est alors l'obtention d'une figure d'interférence bien contrastée et aussi bien lumineuse car on peut élargir la source S sans toucher le contraste [pour (E) à l'infini] contrairement aux systèmes à division du front d'onde.

III-3-2/ Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source S étendue :

III-3-2-1/ Schéma et calcul de la différence de marche :

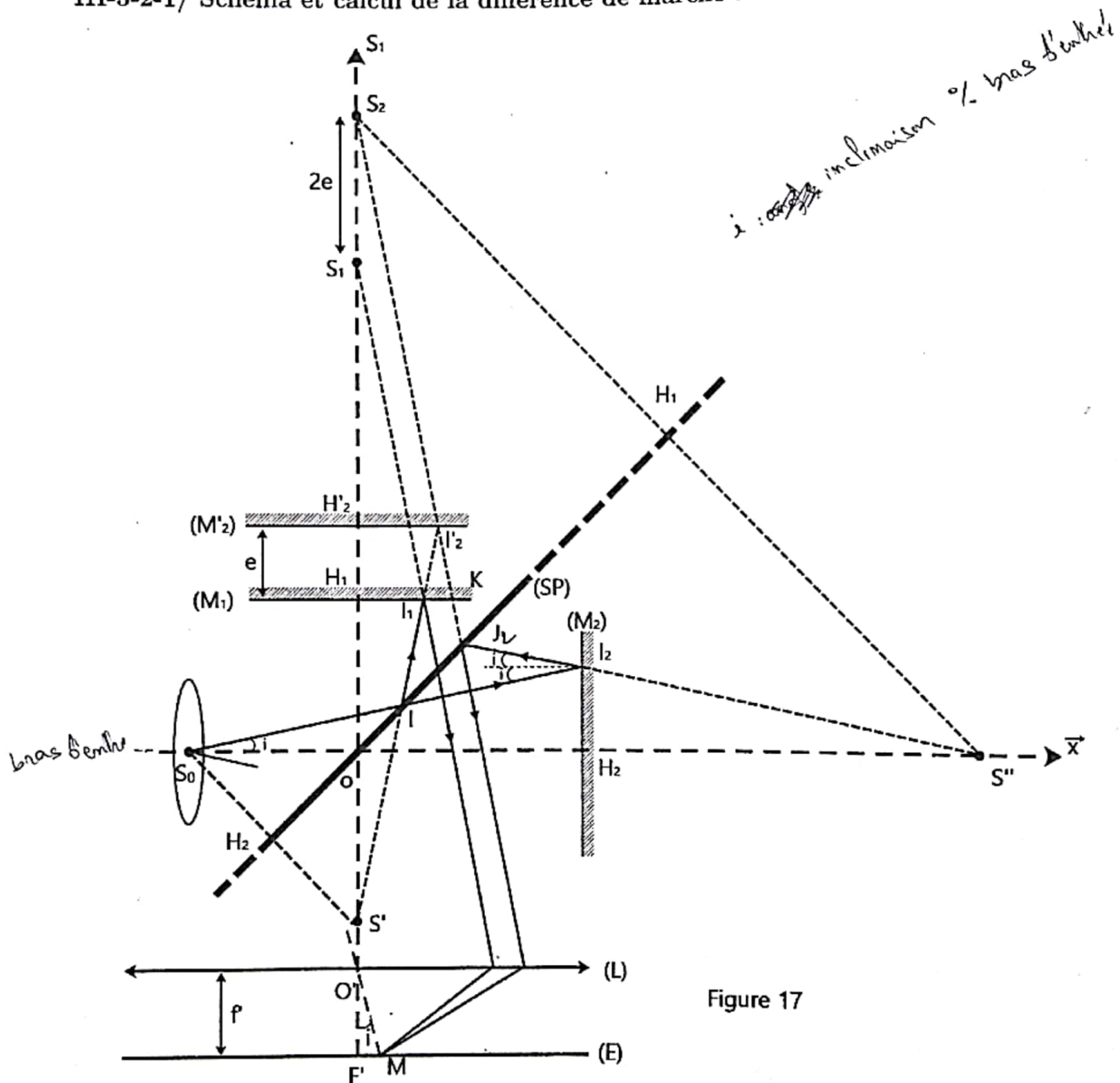


Figure 17

Soit S_0 un point de la source étendue S .

S' : image de S_0 par la séparatrice (SP)

S'' : image de S_0 par le miroir (M_2)

S_1 : image de S' par (M_1)

S_2 : image de S' par (M'_2) $\equiv$ image de S'' par (SP)

Sur la figure 17, on représente la marche d'un rayon issu de S (source étendue) dédoublé au niveau de la séparatrice (Sp) en deux rayons.

Un premier rayon traverse (Sp), se réfléchit sur M_2 puis sur (Sp) et il est ensuite convergé en M sur (E) par la lentille (L).

Un deuxième rayon se réfléchit sur (Sp), puis sur (M_1), traverse (Sp) et il est ensuite convergé en M sur (E) par (L).

Si on note I_0 l'intensité du rayon issu de S l'intensité de chaque rayon émergent du Michelson est $I_0/4$.

Le schéma équivalent est représenté sur la figure 18

On voit que $(S_1S_2) \perp$ écran (E)

→ On observe sur (E) des anneaux.

Calcul de la différence de marche : δ :

On ne prend pas en compte les déphasages de π , dus aux deux réflexions sur les miroirs, car ils se compensent.

La séparatrice peut aussi, selon les appareils, introduire un déphasage de π entre les deux rayons à cause des réflexions inéquivalentes des deux rayons.

Nous supposons désormais qu'il n'existe pas de déphasage supplémentaire du à la réflexion sur la séparatrice.

On pourra déterminer δ en se basant sur la figure 18 du schéma équivalent. En effet, on peut montrer que δ est la même entre les deux schémas réel (figure 17) et équivalent (figure 18) :

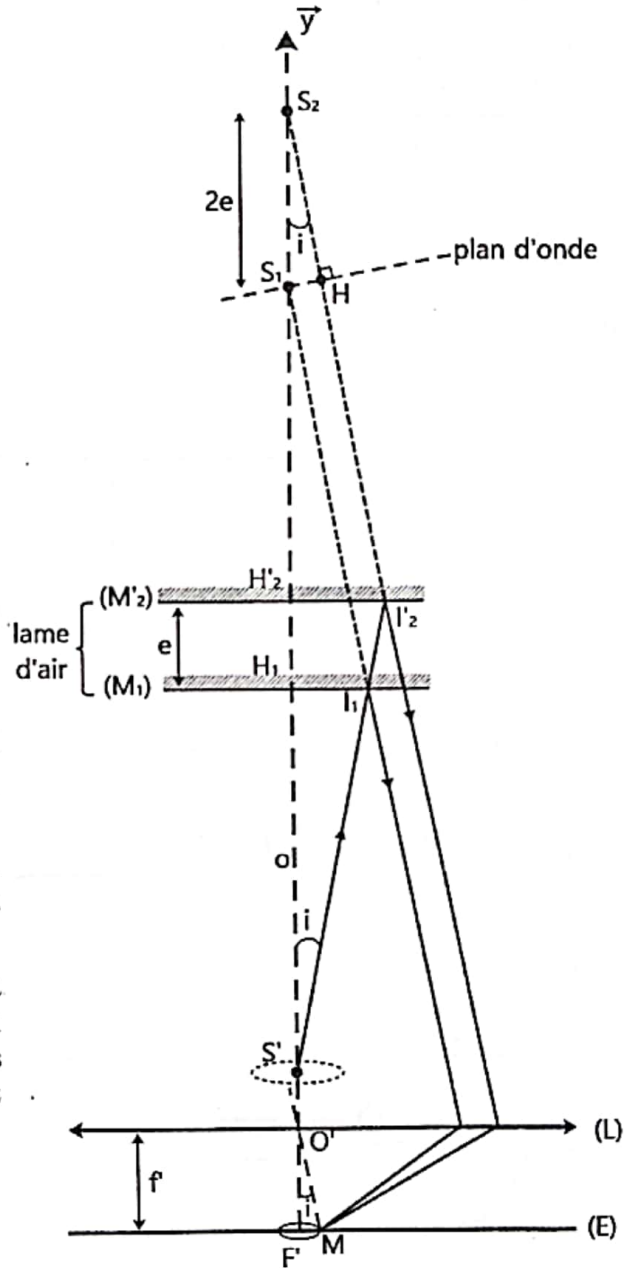


Figure 18

$$\begin{aligned}\delta_{\text{Fig17}} &= (S_0 I_2 J_2 M) - (S_0 I I_1 M) = [S_0 I_2 + I_2 J_2 + (J_2 M)] - [S_0 I + I I_1 + (I_1 M)] \\ &= [S' I'_2 + I'_2 J_2 + (J_2 M)] - [S' I + I I_1 + (I_1 M)] \\ &= [S' I'_2 + (I'_2 M)] - [S' I_1 + (I_1 M)]\end{aligned}$$

Maintenant, en se basant sur le schéma équivalent; on peut calculer δ en fonction de l'inclinaison (i) et l'épaisseur (e) de la lame d'air.

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_{\text{Fig18}} = (S'I'_2M) - (S'I_1M) = [S'I'_2 + (I'_2M)] - [S'I_1 + (I_1M)] \\ &= [S_2I'_2 + (I'_2M)] - [S_1I_1 + (I_1M)] = (S_2M) - (S_1M) \\ &= S_2H + \underbrace{(HM) - (S_1M)}_{0(\text{Malus})} \end{aligned}$$

Autre méthode pour calculer δ :

$$= 2IJ - IL = \frac{2e}{\cos i} - IK \sin i$$

$$\Rightarrow \delta = 2e \left(\frac{1 - \sin^2 i}{\cos i} \right) \Rightarrow \boxed{\delta = 2e \cos i}$$

$$\cos i \simeq 1 - i^2/2 \quad \text{et} \quad i \simeq \tan i = \frac{\rho}{f'} \quad \text{avec} \quad \rho = F' M.$$

Frange $\Leftrightarrow I = cte \Leftrightarrow \delta = cte \Leftrightarrow \rho = cte$ et vue la symétrie de révolution autour de $\vec{u}$; on

vérifie bien que les franges sont des anneaux concentriques de centre F' , d'axe $\vec{y}$ et de rayon variable $\rho = i \cdot f'$.

Expérimentalement ; on a intérêt à choisir une lentille de grande focale f' pour augmenter les rayons ρ .

Ces anneaux sont bien lumineux, bien contrastés si S est monochromatique et localisées à l'infini. Ils sont appelés les anneaux de Haidinger.

En plus, $\delta = cte \Leftrightarrow i = cte$; pour cela ces anneaux sont appelés aussi des franges d'égale inclinaison.

De plus, la différence de marche ne dépend pas du point de la source d'où vient le rayon, mais uniquement de l'angle d'incidence : on comprend la cohérence spatiale infinie du montage lorsque l'on regarde les interférences à l'infini. Ce type de franges est aussi appelé franges d'égale inclinaison.

L'ordre d'interférence est
$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2f'^2} \right).$$

L'ordre au centre de la figure F' est $p_0 = p(\rho = 0) = \frac{2e}{\lambda_0}.$

Donc $p = p_0 - \frac{e\rho^2}{\lambda_0 f'^2}.$ On voit que si ρ augmente ; p diminue.

Si $p_0 =$ entier, l'ordre du 1^{er} anneau brillant est $p_1 = p_0 - 1.$

Par récurrence, l'ordre du $m^{\text{ième}}$ anneau brillant est $p_m = p_0 - m.$

Si p_0 non entier, l'ordre du 1^{er} anneau brillant est $p_1 = E(p_0)$ et par récurrence $p_m = E(p_0) - m + 1.$

Prenons par exemple le cas où p_0 est entier. Le rayon ρ_m du $m^{\text{ième}}$ anneau brillant est tel que

$$p_m = p_0 - \frac{e\rho_m^2}{\lambda_0 f'^2}$$

$$\Rightarrow p_0 - m = p_0 - \frac{e\rho_m^2}{\lambda_0 f'^2} \Rightarrow \rho_m^2 = \frac{\lambda_0 f'^2}{e} m \Rightarrow \rho_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0 m}{e}}.$$

On voit que $\rho_{m+1} - \rho_m = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{e}} (\sqrt{m+1} - \sqrt{m})$ décroît lorsque m augmente. Donc, les anneaux se resserrent à partir du centre F' et on ne parle pas d'interfrange (voir la figure 20).

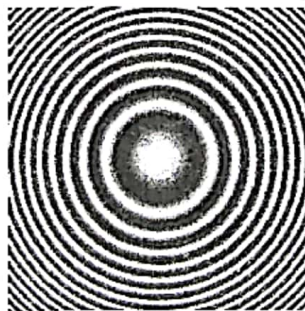


Figure 20: anneaux de haidinger

Remarques :

✓ Lorsque $e = 0$ (configuration du "contact optique"); $\delta = 0$

$$\Rightarrow I = 2 \cdot \left(\frac{I_0}{4} \right) \cdot \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right) \right) = I_0.$$

$\Rightarrow$ l'écran est uniformément éclairé (dite "teinte plate") avec la même luminosité de la source mère.

✓ Lorsque e diminue à partir d'une valeur $e_0 > 0$ par chariotage de M_2 les anneaux semblent rentrer dans le centre.

III-3-3/ Michelson réglé en lame d'air, éclairé par une source ponctuelle :

Remarque : Ce paragraphe est à la limite du programme.

Le schéma est représenté sur la figure 21.

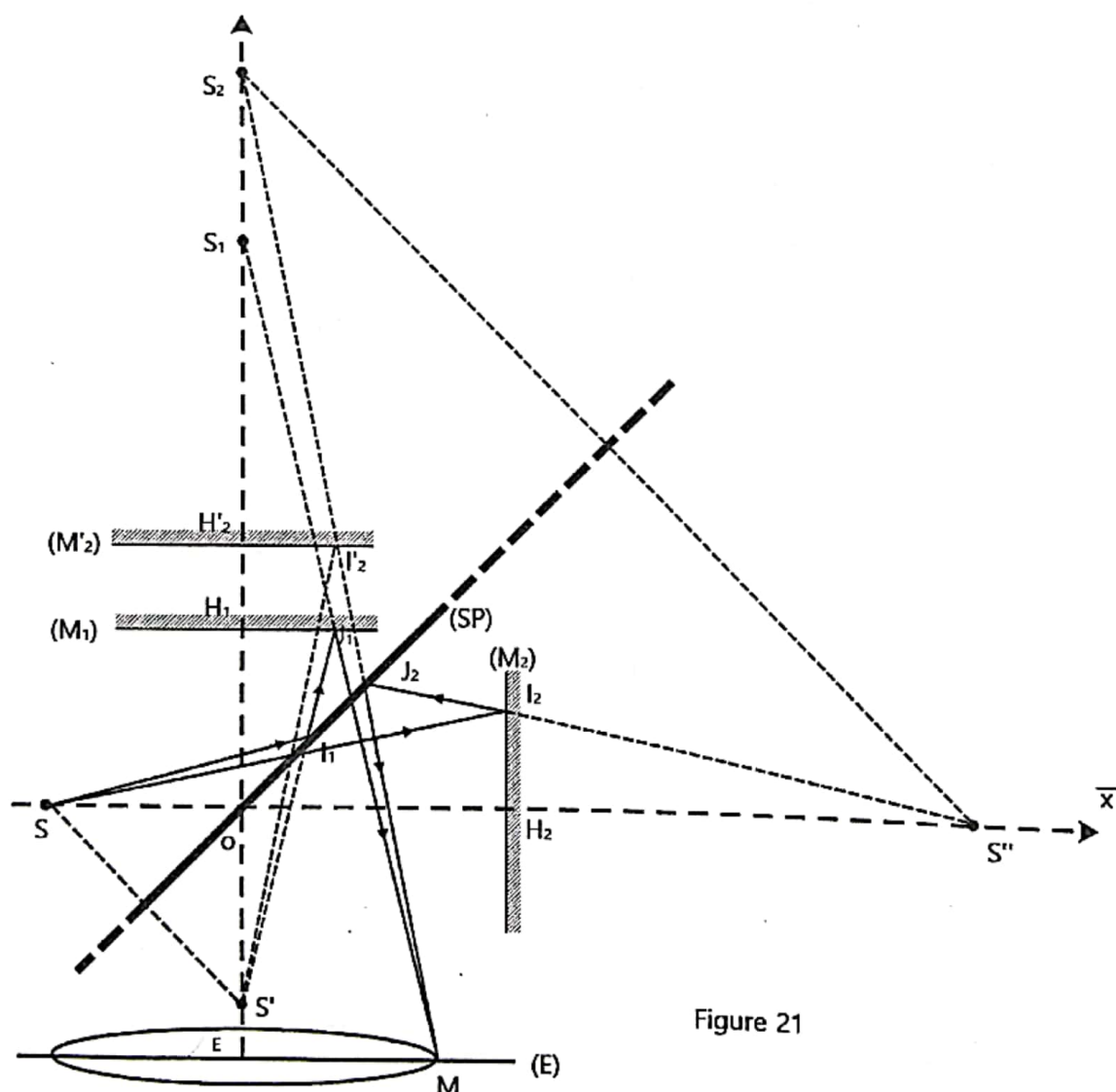


Figure 21

Le schéma équivalent est représenté sur la figure 22.

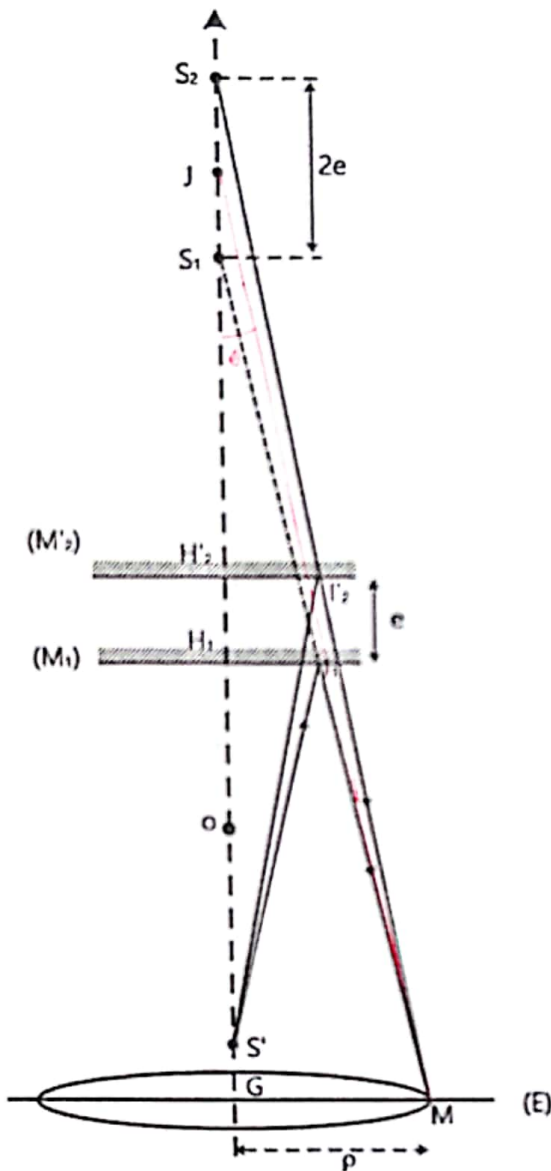


Figure 22

J représente le milieu de $[S_1 S_2]$. On note G le centre des anneaux.

On note $\theta = (\overrightarrow{JS_1}, \overrightarrow{JM})$

$$S_1 M = [(\overrightarrow{S_1 M})^2]^{1/2} = [(\overrightarrow{S_1 J} + \overrightarrow{JM})^2]^{1/2} = [e^2 + JM^2 - 2eJM \cos \theta]^{1/2} \\ = JM[1 + (\frac{e}{JM})^2 - 2\frac{e}{JM} \cos \theta]^{1/2}$$

L'écran est suffisamment éloigné donc $JM \gg e \Rightarrow \frac{e}{JM} \ll 1$.

Un développement limité à l'ordre 1 donne alors :

$$S_1M \simeq JM \left[1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{e}{JM} \cos \theta \right] = JM - e \cos \theta$$

de même $S_2M \simeq JM + e \cos \theta$.

Donc

$$\delta = S_2M - S_1M = 2e \cos \theta$$

$\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\theta \simeq \tan \theta = \frac{\rho}{JG}$ où $\rho = GM$: rayon d'un anneau.

Donc :

$$\delta = 2e \left(1 - \frac{\rho^2}{2JG^2} \right)$$

Frange $\Leftrightarrow \delta = cte \Leftrightarrow \rho = cte \Leftrightarrow$ on observe des anneaux concentriques de centre G .

Ces anneaux sont délocalisés ; bien contrastés (si S monochromatique) mais de faible luminosité.

III-4/ Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

III-4-1/ Observations expérimentales

L'interféromètre est réglé en coin d'air ; un diaphragme de diamètre réglable est placé devant une lampe spectrale et dans le plan focal objet d'une lentille convergente.

Dans un premier temps, le diaphragme est presque entièrement fermé. L'interféromètre est alors éclairé par une source ponctuelle à l'infini. Sur l'écran, on voit des franges rectilignes bien contrastées quelle que soit la position de l'écran, mais peu lumineuses.

Si nous ouvrons progressivement le diaphragme, la luminosité augmente mais le contraste diminue. Le contraste dépend de la position de l'écran et s'améliore lorsqu'on rapproche l'écran de l'interféromètre. Pour un diaphragme largement ouvert, la figure d'interférence est totalement brouillée.

Plaçons alors une lentille convergente entre l'interféromètre et l'écran de manière à former l'image conjuguée des miroirs (M'_2) et (M'_1) sur l'écran. Nous voyons réapparaître des franges rectilignes de contraste maximale et très lumineuses.

L'expérience montre qu'il y a une surface de contraste maximal au voisinage des miroirs (M_2) et (M'_1). Nous allons interpréter cette observation dans les paragraphes suivants.

III-4-2/ Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source étendue

III-4-2-1/ Schémas :

À partir du contact optique, on fait tourner le miroir (M_2) autour de $\vec{Z}$ d'un petit angle α . On éclaire le Michelson par une lumière parallèle à l'axe $\vec{x}$ (appelé bras d'entrée) supposée monochromatique (l'incidence i est à présent nulle).

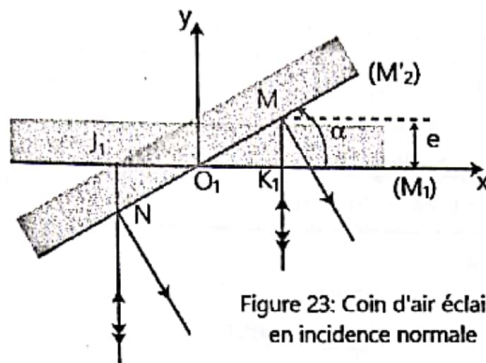


Figure 23: Coin d'air éclairé en incidence normale

Les rayons incidents sur le coin d'air sont donc perpendiculaires au miroirs (M_1). Cette situation est représentée sur la figure 23 : le rayon se réfléchit sur lui-même lorsqu'il arrive sur le miroir (M_1), par suite, le point d'intersection des deux rayons réfléchis est le point d'incidence sur le miroir (M_2') (points M et N sur la figure). La surface de contraste maximal n'est autre que le miroir (M_2') lui-même.

Dans le cas général, l'angle d'incidence i est différent de 0 mais faible (incidence quasi-normale). Le schéma est représenté sur la figure 24 où l'angle α entre les miroirs et l'angle d'incidence i sont exagérés pour la clarté du dessin. Le lieu d'intersection des rayons réfléchis correspondant à un même rayon incident d'incidence i est le plan Π faisant le même angle i avec le miroir (M_2'). Ce plan Π représente approximativement le plan de localisation des franges (pour plusieurs incidences i quasi-normales). Puisque les angles sont très faibles, ce plan est quasiment confondu avec les deux miroirs.

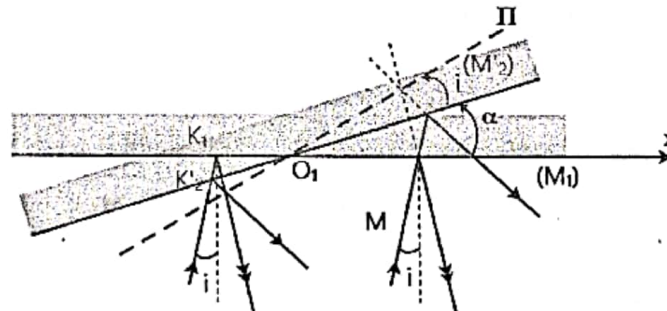


Figure 24: Coin d'air éclairé en incidence faible

III-4-2-2/ Calcul de la différence de marche :

Dans le cas de la figure 23 la différence de marche est :

$$\delta(M) \simeq 2MK_1$$

car le rayon qui se réfléchit sur (M_2') fait en plus un aller-retour entre les deux miroirs. Nous appellerons épaisseur locale $e(M)$ du coin d'air la distance entre les deux miroirs. Dans le cas de la figure 23 :

$$e(M) = MK_1 = \tan \alpha \cdot x_M \simeq \alpha x \quad (\text{On note } x_M = x).$$

Nous admettons la généralité du résultat suivant (même dans le cas de la figure 24) :

La différence entre les trajets optiques des rayons parvenant en un point M de la surface de localisation est donnée par :

$$\delta(M) \simeq 2e(M) = 2\alpha x$$

où $e(M)$ est l'épaisseur locale du coin d'air au niveau de M .

III-4-2-3/ Figure d'interférence :

• Frange $\Leftrightarrow I = cte \Leftrightarrow \delta = cte \Leftrightarrow e = cte$

→ Ces franges sont appelées franges d'égale épaisseur.

• Frange $\Leftrightarrow \delta = cte \Leftrightarrow x_M = cte$

→ Les franges sont rectilignes d'axe $\vec{z}$ (parallèles l'arrête du coin d'air) et localisées au voisinage du coin d'air sur le plan (π) si l'incidence est $i \neq 0$ (quasi-normale) ou sur M'_2 si l'incidence est normale ($i = 0$).

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2\alpha x}{\lambda_0} \Rightarrow \underbrace{\Delta p}_1 = \frac{2\alpha}{\lambda_0} \underbrace{\Delta x}_{i_0}$$

$\Rightarrow$ l'interfrange est $i_0 = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$.

Pour observer ces franges, on peut les projeter sur un écran (E) en réalisant l'image conjuguée du coin (miroirs M_1 et M'_2) par une lentille convergente $(\mathcal{L}_2)$ sur cet écran (E) .

(L'interfrange sur (E) sera plus grand ; on pourra déterminer sa valeur en calculant le grandissement de $(\mathcal{L}_2)$ → voir la série des exercices).

III-4-3/ Michelson réglé en coin d'air éclairé par une source ponctuelle située à l'infini

On éclaire le Michelson réglé en coin d'air par une lumière monochromatique quasi-parallèle à l'axe $\vec{x}$ provenant d'un collimateur constitué par une source mère ponctuelle placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ d'axe x . On note i l'incidence de ce faisceau lumineux.

Le coin d'air formé par les miroirs (M'_2) et (M_1) est éclairé alors par une onde lumineuse plane incidente de vecteur d'onde faisant l'angle i avec la direction y .

Les ondes réfléchies par (M'_2) et (M_1) sont des ondes planes, l'angle entre leurs vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ est 2α , double de l'angle α entre les miroirs. (Voir Figures 25-a et 25-b)

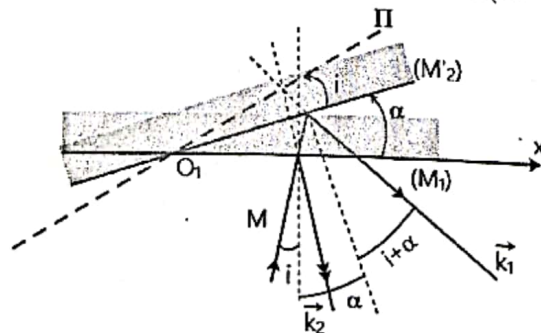


Figure 25.a

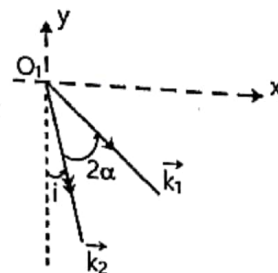


Figure 25.b

La figure d'interférence est constituée par un ensemble de franges rectilignes délocalisées.

Nous avons alors la superposition de deux ondes planes. Ces deux ondes s'écrivent :

$$s_1(M, t) = A_{01} \cos(\omega t - \varphi_1(O_1) - \vec{k}_1 \cdot \vec{O_1M})$$

et

$$s_2(M, t) = A_{02} \cos(\omega t - \varphi_2(O_1) - \vec{k}_2 \cdot \vec{O_1M})$$

en prenant comme point de référence O_1 (centre de miroir M_1). Rappelons que :

$\|\vec{k}_1\| = \|\vec{k}_2\| = k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ où λ_0 est la longueur d'onde dans le milieu (supposé homogène) de propagation des ondes.

Le déphasage en un point quelconque du champ d'interférences est :

$$\begin{aligned} \varphi(M) &= \varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \varphi_2(O_1) - \varphi_1(O_1) + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{O_1M} \\ &= \Delta\varphi(O_1) + \vec{K} \cdot \vec{O_1M} \end{aligned}$$

où $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$.

Nous avons alors (voir figure 25.b) :

$$\begin{cases} \vec{k}_2 = k(-\cos i \vec{u}_y + \sin i \vec{u}_x) \\ \vec{k}_1 = k(-\cos(i + 2\alpha) \vec{u}_y + \sin(i + 2\alpha) \vec{u}_x) \end{cases}$$

i et α sont très faibles donc $\cos i \simeq 1$; $\sin i \simeq i$; $\cos(i + 2\alpha) \simeq 1$ et $\sin(i + 2\alpha) \simeq i + 2\alpha$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{k}_2 \simeq k(-\vec{u}_y + i \vec{u}_x) \\ \vec{k}_1 \simeq k(-\vec{u}_y + (i + 2\alpha) \vec{u}_x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1 &= -k \cdot 2\alpha \cdot \vec{u}_x \Rightarrow \varphi = \Delta\varphi(O_1) - k \cdot 2\alpha \cdot x \\ &= \Delta\varphi(O_1) - \frac{2\pi}{\lambda_0} 2\alpha x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p = \frac{\varphi}{2\pi} = p_0 - \frac{2\alpha}{\lambda_0} \cdot x \text{ où } p_0 = \frac{\Delta\varphi(O_1)}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \underbrace{|\Delta p|}_1 = \frac{+2\alpha}{\lambda_0} \underbrace{|\Delta x|}_{i_0} \Rightarrow \text{l'interfrange est } i_0 = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

On retrouve la même expression établie dans le cas de la source large (voir paragraphe III-4-2/)

IV/ lame de verre à faces parallèles plongée dans l'air : un dispositif interférentiel à division d'amplitude

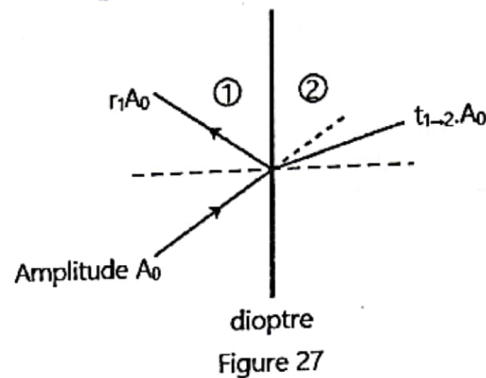
IV-1/ Coefficients de réflexion et de transmission en amplitude

Considérons 2 milieux ① et ② d'indices différents n_1 et n_2 tels que $n_2 > n_1$ séparés par un dioptre.

r_1 : Coefficient de réflexion en amplitude dans le milieu ①

$t_{1 \rightarrow 2}$: Coefficient de transmission en amplitude de ① vers ②.

On admet que :
$$\begin{cases} r_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ t_{1 \rightarrow 2} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \end{cases}$$



✓ Considérons une lame de verre d'indice $n = 1,5$ plongée dans l'air d'indice $n_a = 1$.

✓ $r_a = r_{\text{air}} = \frac{n_a - n}{n + n_a} = \frac{1 - 1,5}{1 + 1,5} < 0$

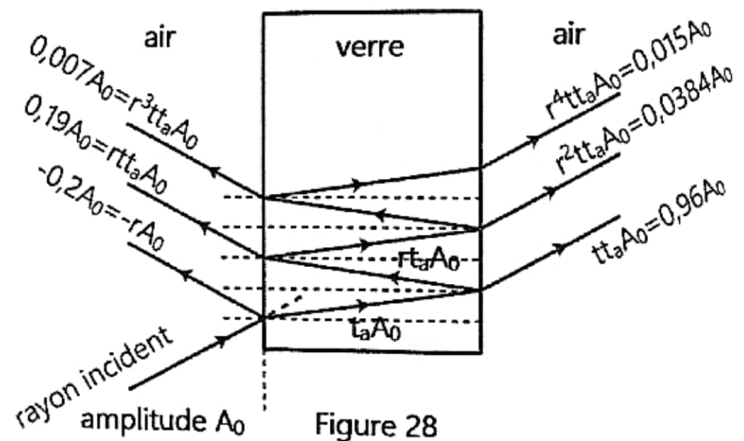
$r = r_{\text{verre}} = \frac{n - n_a}{n + n_a} = \frac{1,5 - 1}{1,5 + 1} > 0$

Donc $r_a = -r$

✓ $t_a = t_{\text{air} \rightarrow \text{verre}} = \frac{2n_a}{n_a + n} = \frac{2}{1 + 1,5}$

$t = t_{\text{verre} \rightarrow \text{air}} = \frac{2n}{n_a + n} = \frac{2n}{1 + n}$

A.N :
$$\begin{cases} r = \frac{0,5}{2,5} = 0,2 \\ t = \frac{2}{2,5} = 0,8 \\ t_a = \frac{2}{2,5} = 0,8 \end{cases}$$



À partir du 3^{ème} rayon émergent de la lame, l'amplitude est négligeable.

→ Le problème se réduit alors à un problème d'interférence à deux ondes.

On distingue 2 cas :

- L'interférence de 2 premiers rayons émergents du côté du rayon incident dite interférence par réflexion.
- L'interférence de 2 premiers rayons émergents du côté opposé à celui de rayon incident, dite interférence par transmission.
- L'interférence par réflexion présente le meilleur contraste ($C \simeq 1$) puisque les amplitudes des 2 rayons sont proches en valeur absolue.

✓ Pour l'interférence par réflexion, le signe (-) montre l'existence d'un déphasage supplémentaire $\Delta\varphi_{\text{sup}} = \pi \Rightarrow \delta_{\text{sup}} = \frac{\lambda}{2}$ due à la réflexion dans l'air (le milieu le moins réfringent)

Dans la suite on choisit alors de travailler avec l'interférence par réflexion.

IV-2/ Calcul de la différence de marche

Voir figure 29 :

$$\delta_{\text{reflex}} = (IJKM) - (IHM) + \frac{\lambda}{2} = \underbrace{(IJ) + (JK)}_{2(IJ)=2nIJ} + \underbrace{(KM) - (HM)}_{0 \text{ (Malus)}} - IH + \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{e}{IJ} = \cos \alpha \Rightarrow IJ = \frac{e}{\cos \alpha}$$

$$IH = IK \sin \theta \quad \text{or} \quad \tan \alpha = \frac{Ik}{e} \Rightarrow Ik = 2e \tan \alpha$$

Loi de Descartes en I : $\sin \theta = n \sin \alpha$

$$\text{donc } \delta_{\text{reflex}} = 2n \frac{e}{\cos \alpha} - 2e \tan \alpha \cdot n \sin \alpha + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \delta_{\text{reflex}} = 2ne \left(\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \delta_{\text{reflex}} = 2ne \cos \alpha + \frac{\lambda}{2}$$

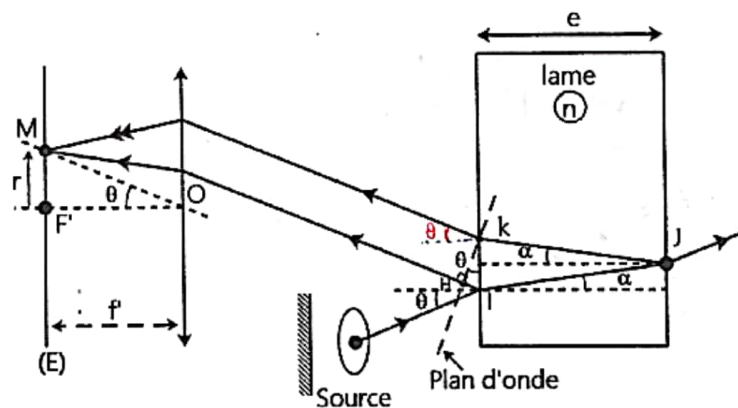


Figure 29

Remarque : Pour l'interférence par transmission, on trouve :

$$\delta_{\text{tran}} = 2ne \cos \alpha$$

$\Rightarrow$ On observe une inversion de contraste entre les figures d'interférence par réflexion et par transmission.

✓ δ ne dépend pas de la position du point source S mais de l'angle $\alpha \rightarrow$ on peut éclairer la lame avec une source large sans toucher au contraste.

IV-3/ Figure d'interférence

$$\delta_{\text{reflex}} = 2ne \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} ; \quad \cos \alpha \simeq 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\sin \theta = n \sin \alpha \Rightarrow \theta \simeq n\alpha ; \quad \theta \simeq \tan \theta = \frac{r}{f'}$$

$$\Rightarrow p_{\text{reflex}} = \frac{\delta_{\text{reflex}}}{\lambda} = \frac{2ne}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2n^2 f'^2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow p_{\text{reflex}} = \frac{2ne}{\lambda} - \frac{er^2}{\lambda n f'^2} + \frac{1}{2}$$

Au centre des anneaux F' , l'ordre d'interférence est $p_0 = p_{\text{reflex}}(r = 0) = \frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2}$

$$p_{\text{reflex}} = p_0 - \frac{er^2}{\lambda n f'^2}$$

On pourra déterminer l'ordre et le rayon du $m^{\text{ième}}$ anneau brillant en suivant le même raisonnement établi dans le cas d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

(voir page 22)