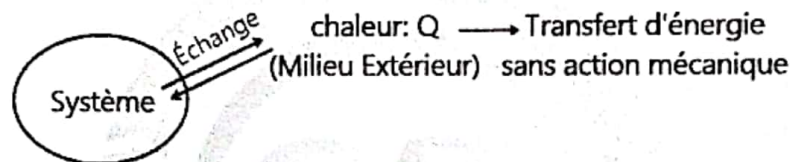

Support de Cours : Transfert thermique

2eme Année MP/T/PC

Proposé par : Prof. Neil JOMAA

Introduction :



Le système est supposé au repos et il subit une seule action mécanique : force de pression

✓ Premier principe de la thermodynamique : $dU = \delta W + \delta Q$
 $\uparrow$
 $-p.dV$

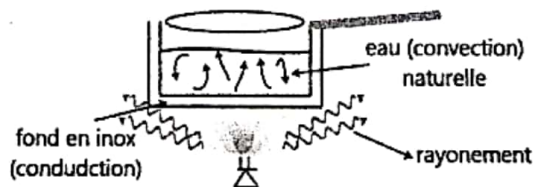
où U : énergie interne ; W : travail échangé ; Q : chaleur échangée, p : pression et V : volume.

Transfert isochore $\Leftrightarrow V = cte \Rightarrow \boxed{Q_V = \Delta U}$

✓ Le deuxième principe de la thermodynamique impose le sens de transfert thermique du corps chaud vers le corps froid.

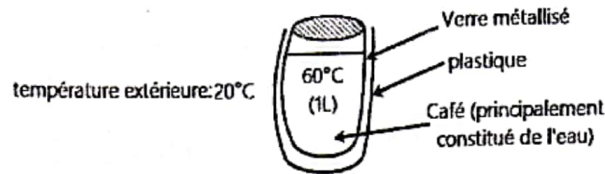
✓ Comment se fait ce transfert thermique ? On distingue trois modes de transfert thermiques :

Exemple 1 :



Exemple 2 : Convection provoquée de l'air forcée par un ventilateur pour refroidir un microprocesseur

Exemple 3 : bouteille isotherme



Soit Q_p : la quantité de chaleur qui peut être échangée entre le café et le milieu extérieur à pression on constante. $Q_p = \Delta H = \underbrace{1}_{\substack{\text{volume} \\ \text{en litre}}} \times \underbrace{4180}_{c_p(\text{eau}): J.L^{-1}.K^{-1}} \times \underbrace{(60 - 20)}_{\substack{\text{Écart de} \\ \text{température}}} = 167,2 KJ.$

I/ Généralités : $= V \cdot C_p \cdot \Delta T$

I-1) Modes de transfert thermiques :



- ✓ Conduction : Transfert de chaleur sans transport macroscopique de matière.
- ✓ Convection : Transfert de chaleur dû au transport macroscopique de matière.
- ✓ Rayonnement : Transfert de chaleur par l'intermédiaire d'un champ électromagnétique dans un milieu transparent.

Remarque 1 : Dans un même phénomène, 2 ou 3 modes peuvent coexister.

Remarque 2 : À travers un solide opaque aux radiations, il ne peut y avoir qu'un transfert conductif.

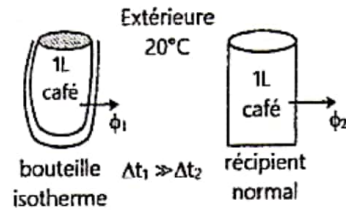
Remarque 3 : Dans un fluide, la conduction est moins efficace que la convection naturelle qui est moins efficace que la convection forcée (provoquée).

Remarque 4 : Dans cette leçon, on ne considère que les transferts thermiques dus-à une différence de températures. Mais, il existe en fait des transferts dus au passage d'un courant électrique. Ce phénomène est appelé ~~de~~ l'effet Peltier.

I-2) Flux thermique :



Considérons 1L de café placé dans une bouteille isotherme et 1L de café placé dans un récipient normal :



à $t = 0$: dans les 2 récipients $T = 60^\circ\text{C}$

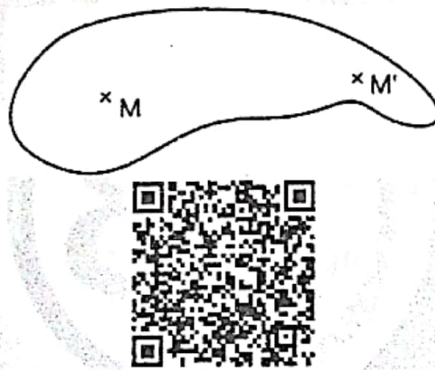
Pour atteindre la température 20°C du milieu extérieur, le café doit perdre $Q_p = 167,2\text{kJ}$ (selon l'introduction). Mais la durée Δt nécessaire pour ce transfert thermique n'est pas la même pour les 2 cas.

On introduit alors la notion de flux thermique : $\phi = \frac{\delta Q}{dt}$: homogène à une puissance.

I-3) Équilibre thermodynamique local (ETL) :

Considérons un système thermodynamique hors d'équilibre. thermodynamique c.à.d un ou plusieurs paramètres physiques ($T, p, \dots$) de varient en fonction de temps ou l'espace.

L'hypothèse de l'ETL suggère que tout volume mésoscopique $d\tau$ autour de $M \in$ système est considéré à l'équilibre thermodynamique.



À chaque point M on peut alors donner une valeur locale d'une grandeur physique intensive par exemple $T(M, t)$; $p(M, t)$, masse volumique $\mu(M, t)$, énergie interne massique $u(M, t)$.

Ensuite pour obtenir l'énergie interne du tout le système hors d'équilibre :

$$U = \int dU = \iiint u(M, t) \mu(M, t) d\tau.$$



I-4) Production de chaleur :



✓ Il peut exister au sein du système un processus (source) qui dégage (production positive) ou absorbe (production négative) la chaleur.

Cette production est caractérisée par une puissance thermique volumique $P_v(M, t)$. Donc la puissance totale produite est $P_{\text{prod}} = \iiint P_v(M, t) d\tau$.

✓ Les processus de production sont principalement :

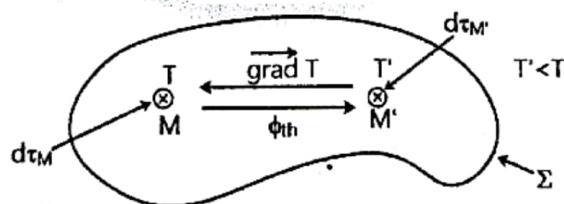
- Effet Joule $\rightarrow P_v = \vec{j} \cdot \vec{E}$ (si le conducteur est ohmique) $= \gamma_0 E^2 = \frac{j^2}{\gamma_0}$ où γ_0 est la conductivité électrique du système.

Parfois cet effet résulte d'un courant induit comme par exemple le chauffage par courant du Foucault.

- Réaction chimique exothermique ($P_v > 0$) ou endothermique ($P_v < 0$).
- Réaction nucléaire.
- Changement de phase.

II/ Conduction (ou diffusion) thermique :

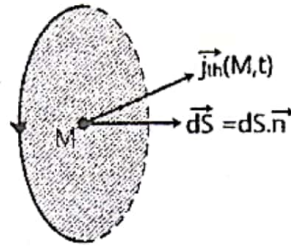
II-1) vecteur densité de courant thermique :



Le flux thermique ϕ_{th} montre le passage d'un courant énergétique de M vers M' .

Ce courant est décrit par le vecteur densité de courant thermique noté $\vec{j}_{th}(M, t)$ et définit par :

$$d\phi_{th} = \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$$



dS_M : surface élémentaire
découpée au voisinage de M

$d\phi_{th} = \vec{j}_{th} \cdot \vec{n} \cdot dS \Rightarrow$ On définit alors le flux thermique surfacique dans le sens de $\vec{n}$:

$$\phi_{th} = \frac{d\phi_{th}}{dS} = \vec{j}_{th} \cdot \vec{n}$$

Donc le flux thermique à travers une section S du système ou la surface Σ délimitant le système est :

$$\phi_{th} = \iint_{S \text{ ou } \Sigma} \phi_{th} \cdot dS = \iint_{S \text{ ou } \Sigma} \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$$

Remarque 1 : Σ est une surface fermée donc par convention ; $\vec{n}$ est orienté de l'intérieur vers l'extérieur.

Donc :

$$\begin{cases} \text{si le système perd de la chaleur alors } \phi_{th} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} > 0 \\ \text{si le système gagne de la chaleur alors } \phi_{th} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS} < 0 \end{cases}$$

Remarque 2 : $\vec{j}_{th}$ est analogue à $\vec{j}_c$ vecteur densité du courant électrique et par suite ϕ_{th} est analogue à l'intensité du courant électrique $I = \iint \vec{j}_c \cdot \vec{dS}$

II-2) Loi de Fourier : Conductivité thermique :



✓ Loi de Fourier : $\vec{j}_{th}(M, t) = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T(M, t)$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 $W.m^{-2}$ m^{-1} K

où : λ : conductivité thermique ; λ s'exprime en $W.m^{-1}.K^{-1}$.

Le signe (-) traduit le fait que la chaleur est transférée des régions chaudes vers les régions froides, conformément au second principe de la thermodynamique.

Remarque : La loi de Fourier est une loi phénoménologique c.à.d elle peut décrire le phénomène mise en jeux, mais elle n'a pas de fondement théorique.

Pour cela, cette loi présente des limites et elle n'est plus valable si :

- Si le gradient de T est trop fort (la relation entre $\vec{j}_{th}$ et $\vec{grad}T$ n'est plus linéaire)
- Si $\vec{grad}T$ varie rapidement en fonction de t (le courant thermique s'établit après un retard)
- Si le milieu est anisotrope ($\vec{j}_{th}$ n'est plus parallèle à $\vec{grad}T$)

exemple : graphite : la conductivité est 400 fois plus grande dans la direction parallèle aux couches atomiques que celle perpendiculaire à ces couches.



✓ La conductivité thermique (λ) mesure la capacité du corps à conduire la chaleur.

En général un bon conduction électrique est un bon conduction thermique vu que le mécanisme de conduction est basé sur la mobilité des électrons libres dans les deux phénomènes.

* λ (Métaux) $\sim 100 W.m^{-1}.K^{-1}$

* λ (solides non métalliques) $\sim \frac{1}{100} \rightarrow 10 W.m^{-1}.K^{-1}$

* λ (liquides non métalliques) $\sim \frac{1}{100} \rightarrow 1 W.m^{-1}.K^{-1}$

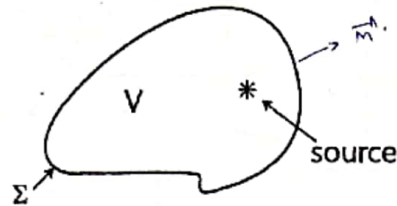
* λ (gaz) $\sim \frac{1}{100} W.m^{-1}.K^{-1}$

Pour l'isolation thermique ; on utilise des matériaux composites comme par exemple la laine de verre (faible quantité de solide dispersée dans un volume essentiellement rempli d'air)

Matériau	$\lambda (W.m^{-1}.K^{-1})$ à 300K
Ag	418
Cu	399
verre	1,4
argile	1,7 $\rightarrow$ 2,3
brique	0,72
laine de verre	0,038
air (P_{atm})	0,026
eau	0,58

III.2-

V contient une source de production de chaleur (voir paragraphe I-4) décrite par la puissance thermique volumique P_v .



V est un sol indéformable $\Rightarrow V = \text{cte} \Rightarrow dV = 0$
 $\Rightarrow \delta W = -p dV = 0$
 $\Rightarrow$ selon le 1^{er} principe $dU = \delta Q$
 $= \delta Q_{\text{reçu}} + \delta Q_p$



ou dU : variation d'énergie interne entre t et $t + dt$

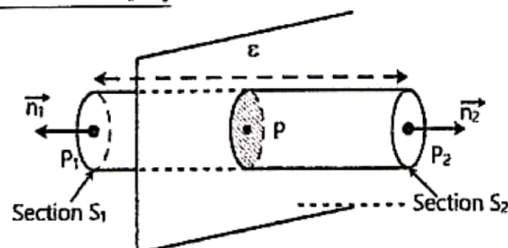
$\delta Q_p = P_{\text{prod}} dt$; $\delta Q_{\text{reçu}} = -\Phi_{\text{th}} dt$; $\Phi_{\text{th, sortant}} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{\text{th}} \cdot d\vec{S}$

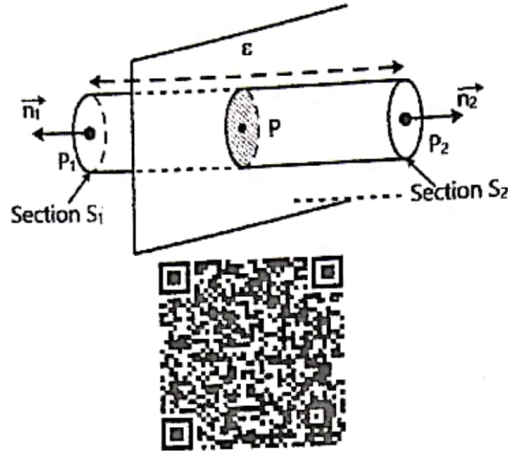
$\frac{dU}{dt} = - \iint_{\Sigma} \vec{j}_{\text{th}} \cdot d\vec{S} + P_{\text{prod}}$ or selon (I-4) $P_{\text{prod}} = \iiint_V P_v d\tau$

Green $\Rightarrow \iint_{\Sigma} \vec{j}_{\text{th}} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \text{div}(\vec{j}_{\text{th}}) d\tau$; on déf: U_v : énergie interne volumique.

$\Rightarrow U = \iiint_V U_v d\tau \Rightarrow \frac{d}{dt} \iiint_V U_v d\tau = \iiint_V \frac{\partial U_v}{\partial t} d\tau = - \iiint_V \text{div}(\vec{j}_{\text{th}}) d\tau + \iiint_V P_v d\tau$
 $\Rightarrow \boxed{\frac{\partial U_v}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_{\text{th}}) = P_v}$

Conséquence [continuité du flux surfacique] :





$$\frac{dU}{dt} = - \oint_{\text{cylindre}} \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} + P_{\text{produite}}$$

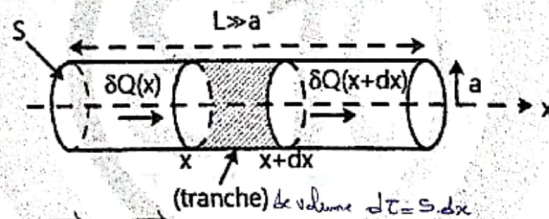
$$\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow U \rightarrow 0 \text{ et } P_{\text{produite}} \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \oint_{\text{cylindre}} \varphi_{th} dS = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_{th2} - \varphi_{th1} + (\varphi_{th})_{\text{Latéral}} = 0 \quad \text{où } \varphi_{th1} \text{ (respectivement } \varphi_{th2}) : \text{flux surfacique à travers } S_1 \text{ (respectivement } S_2) \text{ et } (\varphi_{th})_{\text{Latéral}} \rightarrow 0 \text{ (car } \varepsilon \rightarrow 0); \text{ alors } \varphi_{th1} = \varphi_{th2}$$

II-3-b) Bilan thermique dans un cas unidimensionnel selon $\vec{x}$:

exemple :



$$T(M, t) = T(x, t) \Rightarrow \vec{j}_{th} = \vec{j}_{th}(x, t)$$

On note :

$$\begin{cases} \phi_{th,e} : \text{flux thermique entrant à la tranche à travers la section d'abscisse } x \\ \phi_{th,s} : \text{flux thermique sortant de la tranche à travers la section d'abscisse } x + dx \end{cases}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x, t) - f(x, t)}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \star \delta Q_{\text{regu}}(x) &= \Phi_{\text{th}} \cdot dt = \left[\iint \vec{j}_{\text{th}}(x, t) \cdot d\vec{s} \cdot \vec{u}_x \right] \cdot dt \\ &= j_{\text{th}}(x, t) \cdot S \cdot dt \end{aligned}$$



$$\star \delta Q_{\text{regu}}(x+\Delta x) = -\Phi_{\text{th}}(x+\Delta x) \cdot dt = -j_{\text{th}}(x+\Delta x, t) \cdot S \cdot dt$$

$$\star \delta Q_p = (\Delta P_p) \cdot dt = (P_v \cdot \Delta \tau) \cdot dt$$

in principe $\Rightarrow \Delta U = \delta Q_{\text{regu}} + \delta Q_p$ et $\Delta U = \left(\frac{\partial U_v}{\partial t} \cdot dt \right) \cdot \Delta \tau$

$$\text{Donc } \left(\frac{\partial U_v}{\partial t} \cdot dt \right) \cdot \Delta \tau = -[j_{\text{th}}(x+\Delta x, t) - j_{\text{th}}(x, t)] \cdot S \cdot dt + P_v \cdot \Delta \tau \cdot dt$$

$$= - \frac{\partial j_{\text{th}}(x, t)}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot S \cdot dt + P_v \cdot \Delta \tau \cdot dt$$

$$\text{Donc } \frac{\partial U_v}{\partial t} = - \frac{\partial j_{\text{th}}}{\partial x} + P_v$$

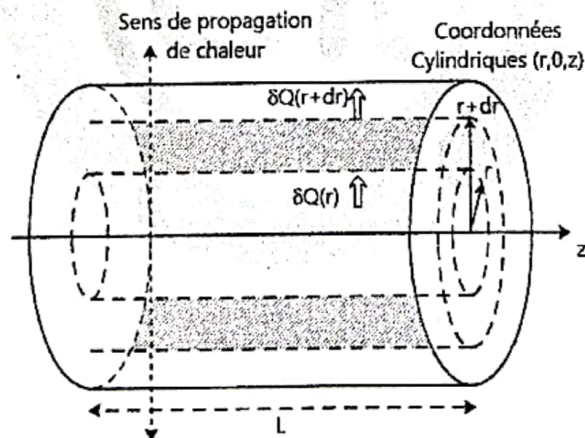
$$\xrightarrow{\Delta x}$$

$$\boxed{\frac{\partial U_v}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{\text{th}} = P_v}$$

l'eq de conservation de l'énergie.

II-3-c) Bilan thermique dans un cas unidimensionnel radial (selon $\vec{u}_r$) en symétrie cylindrique :

$$\rightarrow T(M, t) = T(r, t) \Rightarrow \vec{j}_{\text{th}} = \text{fonction}(r, t)$$



$$P_g: g: r \mapsto r \cdot j_{th}(r, t)$$

$$\frac{\partial g}{\partial r} = \frac{g(r+dr) - g(r)}{dr} = \frac{(r+dr) \cdot j_{th}(r+dr, t) - r \cdot j_{th}(r, t)}{dr}$$

$$\Delta U = \delta Q_{recue} + \delta Q_p$$

$$\delta Q_p = P_v \cdot \Delta \tau \cdot \Delta t \quad \text{avec} \quad \Delta \tau = 2\pi r L \cdot dr$$

$$\delta Q_{recue} = \delta Q_{recue}(r) + \delta Q_{recue}(r+dr)$$

$$\delta Q_{recue}(r) = \Phi_{th, r} \Delta t = \iint \vec{j}_{th}(r, t) \cdot \vec{r} d\Omega \cdot \Delta t = j_{th}(r, t) \cdot r \cdot 2\pi L \cdot \Delta t$$

$$\delta Q_{recue}(r)_{+dr} = \Phi_{th, r+dr} \Delta t = -j_{th}(r+dr, t) \cdot (r+dr) \cdot 2\pi L \cdot \Delta t$$

$$\text{Donc } \Delta U = \left(\frac{\partial U_v}{\partial r} \cdot dr \right) \cdot \Delta \tau = -2\pi L \Delta t \left[j_{th}(r+dr, t) \cdot (r+dr) - j_{th}(r, t) \cdot r \right] + P_v \Delta \tau \Delta t$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial U_v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot j_{th}) + P_v}$$

divergence de $\vec{j}_{th}$ en coord. cylind. quand $j_{th} = j_{th}(r)$

Remarque : On pourra refaire cette étude en symétrie sphérique c.à.d $T(M, t) = T(r, t)$ avec

$$r = OM \text{ et on trouve } \frac{\partial U_v}{\partial t} = \underbrace{-\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \cdot j_{th})}_{\text{div } \vec{j}_{th} \text{ en coordonnées sphériques}} + P_v$$



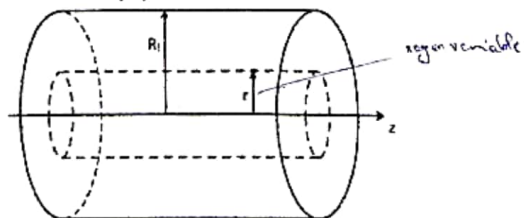
II-3-d) Bilan thermique en régime statique :

$\text{div } \vec{j}_{th} = +P_v \Rightarrow \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S} = +P_{\text{production}} \rightarrow$ la chaleur produite est totalement échangée avec l'extérieur.

Exemple :

On considère un barreau radioactif de longueur L et de rayon R_1 . Les réactions radio-actives à l'intérieur de ce cylindre dégagent une chaleur de puissance thermique volumique P_v supposée constante.

La propagation de la chaleur est supposée radiale et en régime statique. On note ϕ le flux thermique. Déterminons l'expression de $T(r)$.



$$T(R_1) = T_A \rightarrow d\epsilon = T_A + \frac{P_v}{4\lambda} R_1^2$$

$P_v > 0$

$$\Phi_{th} = P_{mod}$$

$$\Phi_{th} = \iint \vec{J}_{th} \cdot d\vec{S} = \iint -\lambda \frac{dT}{dr} \cdot \vec{u}_r \cdot r d\theta \cdot dz \cdot \vec{u}_r$$

$$= -\lambda \frac{dT}{dr} \cdot r \cdot 2\pi \cdot L$$

$$P_{mod} = P_v \cdot \pi r^2 \cdot L ; \Phi_{th} = P_{mod} \Leftrightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{P_v}{2\lambda} \cdot r$$

$$\Rightarrow T(r) = -\frac{P_v}{4\lambda} r^2 + d\epsilon = -\frac{P_v}{4\lambda} (R_1^2 - r^2) + T_A$$

II-4) Équation de chaleur (ou équation de diffusion thermique) :

$$\Delta U = \underbrace{C}_{\text{capacité calorifique}} \cdot \Delta T ; \text{ on a } C_p \approx C_v = C$$

solide (impédor môle)

on note c : capacité calorifique massique.

Donc pour une tranche de volume $\Delta \tau$ de système :

$$\Delta U = c \cdot \underbrace{\Delta m}_{\text{masse volumique}} \cdot \Delta T = \mu \cdot \Delta \tau \cdot c \cdot \Delta T = \mu \Delta \tau \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \Delta t$$

$$\text{et on a } \Delta U = \left(\frac{\partial U_v}{\partial t} \cdot \Delta t \right) \cdot \Delta \tau$$

$$\text{Donc } \frac{\partial U_v}{\partial t} = \mu c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} ; \text{ or selon II-3-a) l'éq de conservation de l'énergie}$$

$$\frac{\partial U_v}{\partial t} + \text{div } \vec{J}_{th} = P_v$$

$$\Rightarrow \mu c \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(-\lambda \text{grad}(T)) = P_v$$

est homogène

$$\Rightarrow \mu c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = P_v \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T + \frac{P_v}{\mu c}}$$

où : $a = \frac{\lambda}{\mu c}$: diffusivité thermique (où coefficient de diffusion), s'exprime en m^2/s et décrit la rapidité du transmission du signal thermique.

Remarque 1 : $t \rightarrow (-t) \Rightarrow$ on ne trouve pas la même équation



mais pour l'éq de D'Alembert :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

on retrouve la même eq

→ réversible

⇒ Le phénomène de la diffusion de la chaleur est irréversible.

Remarque 2 : Soit L : longueur caractéristique de la variation de $T(M, t)$.

τ : temps caractéristique de la variation de $T(M, t)$.

Supposons que $P_v = 0$ (pas de source).

Soit T^* : ordre de grandeur de T

$$\text{Équation de chaleur} \rightarrow \frac{T^*}{\tau} \sim a \cdot \frac{T^*}{L^2} \cdot (\Delta T \sim \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \sim \frac{T^*}{L^2})$$

$$\Rightarrow L \sim \sqrt{a\tau}$$

Exemple : On s'intéresse à la variation saisonnière de T à l'intérieur du sol $\rightarrow \tau = 1 \text{ an}$ et pour le sol $a \simeq 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \Rightarrow L \sim \sqrt{0,2 \cdot 10^{-6} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \simeq 2,51 \text{ m}$

II-5) Exemples de résolution de l'équation de chaleur :

Remarque : La résolution analytique de cette équation n'est possible que pour des géométries simples. Les ingénieurs disposent de logiciels de résolution numérique pour des cas réels complexes.

La résolution est très importante car elle fournit le champ $T(M, t)$ dans les systèmes étudiés.

II-5-1) Cas unidimensionnel, sans source, en régime statique :

II-5-1-a) Champ de température : $T(x, t)$:

Cas unidimensionnel $\rightarrow T(M, t) = T(x, t)$

Sans source $\rightarrow P_v = 0$.

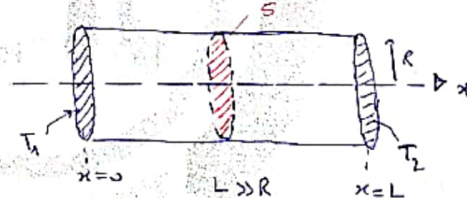
Eq de chaleur :

$$0 = a \cdot \Delta T + 0$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T = \alpha x + \beta$$

$$\begin{cases} T(x=0) = T_1 \\ T(x=L) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = T_1 \\ \alpha = \frac{T_2 - T_1}{L} \end{cases} \text{ Donc } T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} \cdot x + T_1$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \vec{q} \cdot d\vec{A} = -\lambda \int_{T_1}^{T_2} \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \vec{u}_x = -\lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} \cdot \vec{u}_x$$

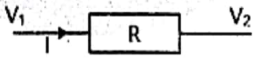
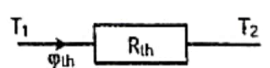


II-5-1-b) Analogie électro-thermique et notion de résistance thermique dans ce tableau :

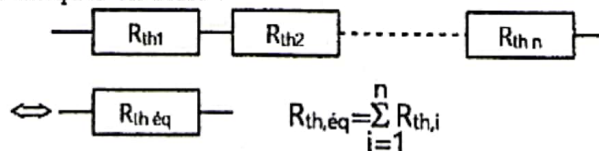
Analogie :



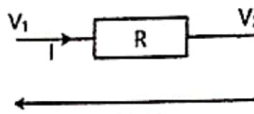
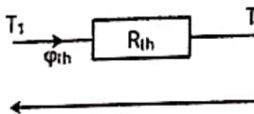
On peut résumer l'analogie entre la conduction électrique et la conduction thermique dans ce tableau :

	conduction électrique	conduction thermique
grandeur transportée	charge q	chaleur Q
Vecteur densité de courant	$\vec{j}_c$	$\vec{j}_{th}$
Loi phénoménologique	Ohm : $\vec{j}_c = \gamma_0 \vec{E}$ $\Rightarrow \vec{j}_c = -\gamma_0 \text{grad} V$	Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda \text{grad} T$
Équation de conservation	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_c = 0$	$\frac{\partial U_v}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{th} = P_v$
débit de la grandeur transportée	intensité $I = \frac{dq}{dt}$ $I = \iint \vec{j}_c \cdot d\vec{S}$	flux thermique $\phi_{th} = \frac{dQ}{dt}$ $\phi_{th} = \iint \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$
Résistance	électrique  $V_1 - V_2$ $R = \frac{V_1 - V_2}{I}$	thermique  $T_1 - T_2$ $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\phi_{th}}$

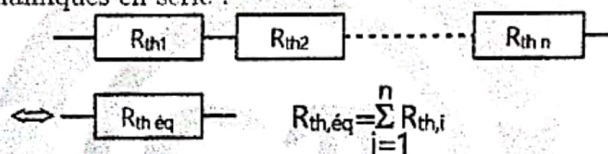
✓ Résistances thermodynamiques en série :



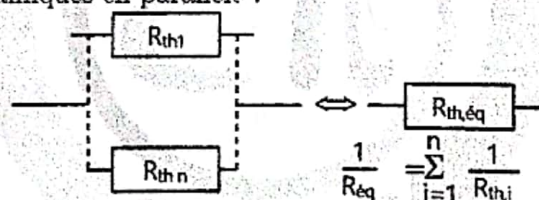
✓ Résistances thermodynamiques en parallèle :

	conduction électrique	conduction thermique
grandeur transportée	charge q	chaleur Q
Vecteur densité de courant	$\vec{j}_c$	$\vec{j}_{th}$
Loi phénoménologique	Ohm : $\vec{j}_c = \gamma_0 \vec{E}$ $\Rightarrow \vec{j}_c = -\gamma_0 \text{grad} V$	Fourier : $\vec{j}_{th} = -\lambda \text{grad} T$
Équation de conservation	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_c = 0$	$\frac{\partial U_v}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_{th} = P_v$
débit de la grandeur transportée	intensité $I = \frac{dq}{dt}$ $I = \iint \vec{j}_c \cdot d\vec{S}$	flux thermique $\phi_{th} = \frac{dQ}{dt}$ $\phi_{th} = \iint \vec{j}_{th} \cdot d\vec{S}$
Résistance	électrique  $R = \frac{V_1 - V_2}{I}$	thermique  $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\phi_{th}}$

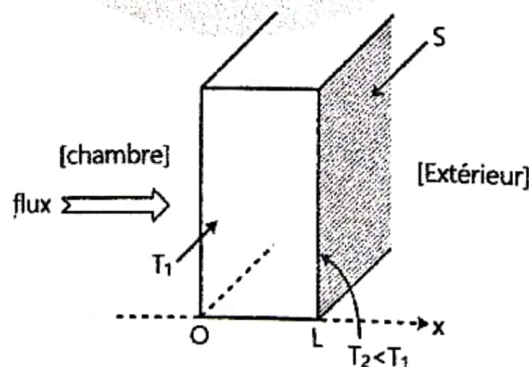
✓ Résistances thermodynamiques en série :



✓ Résistances thermodynamiques en parallèle :



Exemple 1 : R_{th} d'un mur :



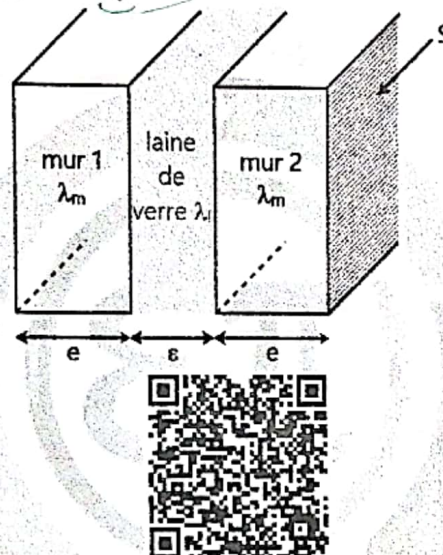
$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} \cdot x + T_1 ; \vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \cdot \vec{u}_x = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} \cdot \vec{u}_x$$

$$\Rightarrow R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{th}} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{L}{S}$$

Application : Isolation thermique des bâtiments (double mur)

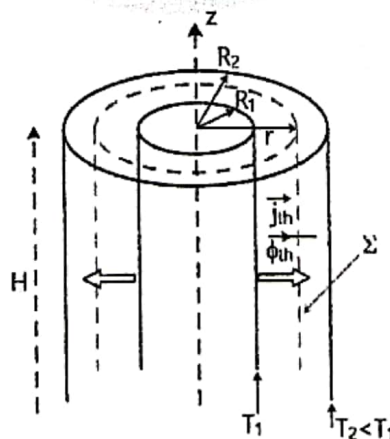
$$R = R_{m1} + R_l + R_{m2} = \frac{2e}{\lambda_m S} + \frac{\varepsilon}{\lambda_l S}$$

très faible comme on divise par $\lambda_l \rightarrow R \rightarrow \infty$



λ_l est très faible donc R est très grande d'où l'isolation.

Exemple 2 : R_{th} entre 2 cylindres isothermes coaxiaux :



- $R_1 \leq r \leq R_2$
- $T(M) = T(r)$
- $\Rightarrow \vec{j}_{th} = j_{th}(r) \vec{u}_r$
- on néglige les effets de bord ($H \gg R_2 - R_1$)

$$\Phi_m = \iint j_m(r) \cdot \vec{u}_r \cdot r d\theta \cdot dz \cdot \vec{u}_r = j_m(r) \cdot r \cdot d\pi \cdot H.$$

$$\Phi_m = -\lambda \frac{dT}{dr} \cdot r \cdot d\pi \cdot H \Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{-\Phi_m}{\lambda \cdot d\pi \cdot H} \cdot \frac{dr}{r}.$$

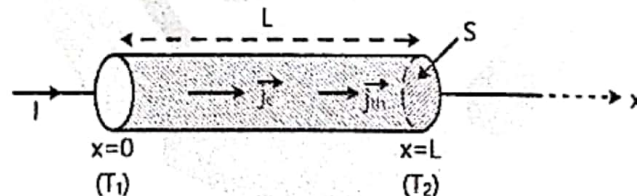
$$T_1 - T_2 = \int_{T_2}^{T_1} dT = \int_{R_2}^{R_1} \frac{-\Phi_m}{\lambda \cdot d\pi \cdot H} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\Phi_m}{\lambda \cdot d\pi \cdot H} \cdot \ln(R_2/R_1)$$

$$\text{Donc } R_m = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_m} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\ln(R_2/R_1)}{d\pi H}$$



II-5-2) Cas unidimensionnel, avec source (effet Joule), en régime statique :

Le cylindre est parcouru par un courant électrique de densité $\vec{j}_c = \text{cte}$ (uniforme).



$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{P_v}{\mu c} \quad \text{avec} \quad P_v = \vec{j}_c \cdot \vec{E} = \frac{j_c^2}{\gamma_0}$$

$$I = \iint_S \vec{j}_c \cdot d\vec{S} = j_c \cdot S \Rightarrow j_c = \frac{I}{S} \Rightarrow P_v = \frac{I^2}{\gamma_0 S}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{I^2}{\gamma_0 S \lambda} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{I^2}{\gamma_0 S \lambda} x + c_1$$



$$\Rightarrow T(x) = -\frac{I^2}{2\gamma_0 S \lambda} x^2 + c_1 x + c_2$$

$$\begin{cases} T(x=0) = T_1 \\ T(x=L) = T_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_2 = T_1 \\ -\frac{I^2}{2\gamma_0 S \lambda} L^2 + c_1 L + T_1 = T_2 \end{cases} \Rightarrow c_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} + \frac{I^2 L}{2\gamma_0 S \lambda}$$

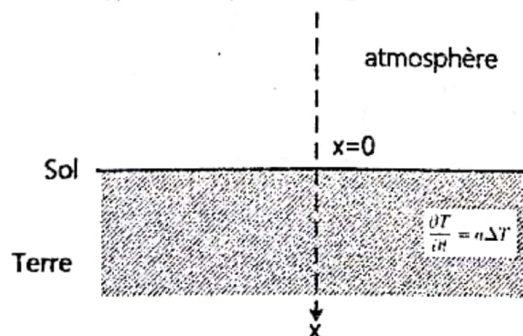
$$\Rightarrow T(x) = \underbrace{-\frac{I^2}{2\gamma_0 S \lambda} (x^2 - Lx)}_{\text{Contribution de la source}} + \underbrace{\frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1}_{\text{sans source}}$$

Rq: $x_{\max}$ de la $T^{\circ}_{\max}$.

$$\frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{I^2}{\gamma_0 S \lambda} x_{\max} = c_1 = \frac{T_2 - T_1}{L} + \frac{I^2 L}{2\gamma_0 S \lambda}$$

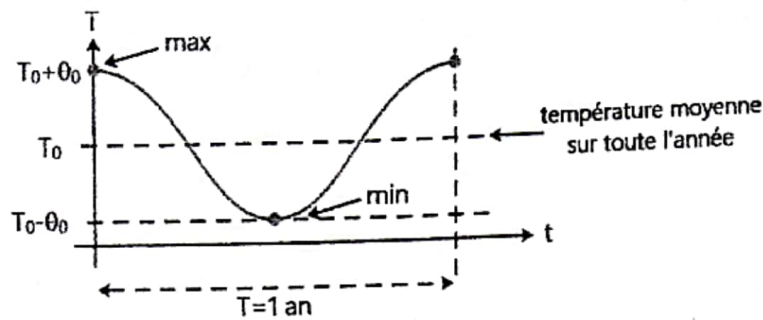
$$\Rightarrow \left[x_{\max} = \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) \cdot \frac{\gamma_0 S \lambda}{I^2} + \frac{L}{2} \right] \quad \text{si } T(x=0) = T(x=L) = T_0 \Rightarrow x_{\max} = L/2$$

II-5-3) Cas unidimensionnel, sans source, en régime variable sinusoïdal (effet de peau thermique) :



L'atmosphère impose en $x = 0$ la température $T(x = 0, t) = T_0 + \theta_0 \cos(\omega t)$ où T_0, θ_0 sont des constantes positives.

Notons $\theta(x, t) = T(x, t) - T_0$ l'écart thermique par rapport à la moyenne T_0



$\Rightarrow \theta(x=0, t) = \theta_0 \cos(\omega t)$ et vérifie $\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \Delta \theta$ (Eq de chaleur).

La condition aux limites sinusoïdal $\theta(x=0, t)$ nous incite à chercher une solution de l'équation de chaleur au sein de la terre sous forme d'onde plane progressive monochromatique (O.P.P.M) :

$\theta(x, t) = \underline{A} \cdot e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$ où $\underline{A}$ et $\underline{k}$ sont complexes.

$\underline{A}$ est l'amplitude, $\vec{k}$ est le vecteur d'onde et $\omega = \frac{2\pi}{T}$ la pulsation.

Eq de chaleur $\Rightarrow i\omega \underline{\theta} = a \cdot (-\underline{k}^2) \underline{\theta}$

$\Rightarrow -\underline{k}^2 = i \frac{\omega}{a} = \frac{-(1-i)^2}{2} \cdot \frac{\omega}{a}$

$\Rightarrow \underline{k}^2 = \frac{(1-i)^2}{\delta_{th}^2}$ avec $\delta_{th} = \sqrt{\frac{2a}{\omega}}$

$\Rightarrow \underline{k} = \pm \frac{1-i}{\delta_{th}}$; OPPM se prop // $+\vec{x}$ $\Rightarrow \text{Re}(\underline{k}) > 0$

$\Rightarrow \underline{k} = \frac{1-i}{\delta_{th}} \Rightarrow \underline{\theta} = \underline{A} \cdot e^{i(\omega t - \frac{(1-i)x}{\delta_{th}})} = \underline{A} \cdot e^{-\frac{x}{\delta_{th}}} \cdot e^{i(\omega t - \frac{x}{\delta_{th}})}$

Or $\underline{\theta}(x=0, t) = \theta_0 \cdot e^{i\omega t} \Rightarrow \underline{A} = \theta_0$

Abs $\underline{\theta} = \theta_0 \cdot e^{-\frac{x}{\delta_{th}}} \cdot e^{i(\omega t - \frac{x}{\delta_{th}})} \Rightarrow \theta = \theta_0 \cdot e^{-\frac{x}{\delta_{th}}} \cdot \cos(\omega t - \frac{x}{\delta_{th}})$



$\Rightarrow T(x, t) = T_0 + \theta_0 \cdot e^{-\frac{x}{\delta_{th}}} \cdot \cos(\omega t - \frac{x}{\delta_{th}})$

amp $\gg x$

OPPM atténuée.

δ_{th} est appelée épaisseur de peau thermique et c'est une longueur qui caractérise la profondeur de pénétration de l'onde thermique dans la terre.

-4j 3ae encrs !!

$$T = T_0 + \theta_0 e^{-x/\delta_{th}} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta_{th}}\right)$$

Remarque :

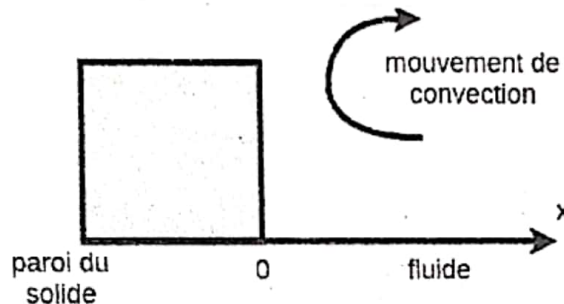
$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{2a}{\omega}} = \sqrt{\frac{2a}{\frac{2\pi}{T}}} = \sqrt{\frac{aT}{\pi}} \sim \sqrt{a\tau} \text{ où } \tau = T. (\text{conforme au Remarque 2, paragraphe II-4})$$

III/ Transfert conducto-convectif :

III-1/ Hypothèses :

Cette étude concerne les échanges thermiques qui ont lieu entre un corps solide et un fluide animé de mouvements convectifs.

On peut citer par exemple l'échange thermique entre l'air d'une pièce et les surfaces des radiateurs. Pour modéliser cet échange, nous considérerons un problème unidimensionnel en régime stationnaire (voir figure).



Les mouvements convectifs assurent une homogénéisation de la température du fluide. Par suite, cette température est supposée constante et notée T_F .

L'examen plus précis de l'interface paroi-fluide, met en évidence l'existence d'une couche limite située entre $x = 0$ et $x = e$ ($\sim$ fraction de mm) constituée par le fluide au repos.

L'épaisseur e de cette couche limite dépend de nombreux paramètres (nature des matériaux, état de surface de la paroi, viscosité du fluide...).

Le transfert conducto-convectif s'effectue à travers cette couche limite.

III-2/ Loi de Newton :

Puisque le fluide au niveau de cette couche est au repos ;

On peut considérer que le transfert thermique est conductif. Selon la loi de Fourier ; le flux thermique à travers cette couche pour une section S de la paroi est :

$$\phi_{cc} = -\lambda_F \left(\frac{dT}{dx} \right)_{0 \leq x \leq e} \cdot S ; \text{ où } \lambda_F : \text{conductivité thermique du fluide.}$$

$$\text{Selon le paragraphe II-5-1-a) : } \phi_{cc} = -\lambda_F \left(\frac{T_F - T_P}{e} \right) \cdot S$$

On exprime alors le flux conducto-convectif par unité de surface $\varphi_{cc} = \frac{\phi_{cc}}{S} = \frac{\lambda_F}{e}(T_P - T_F)$

Notons $h = \frac{\lambda_F}{e}$ appelé coefficient de Newton ou coefficient conducto-convectif (exprimé en $W.m^{-2}.K^{-1}$).

Conclusion : le transfert conducto-convectif **sortant de la paroi** d'un solide vers un fluide en mouvement convectif est donné par la loi de Newton :

$$\varphi_{cc} = h(T_P - T_F)$$

Ordre de grandeur :

- Entre un gaz et une paroi solide : $h \sim 10 W.m^{-2}.K^{-1}$.
- Entre un liquide (eau) et une paroi solide : $h \sim 100 W.m^{-2}.K^{-1}$
- Si la viscosité du fluide $\nearrow$; l'épaisseur de la couche limite $e \nearrow \Rightarrow h \searrow$. Donc pour accélérer l'échange conducto-convectif; on choisit un fluide moins visqueux.
- La convection forcée favorise le transfert conducto-convectif car elle fait $\searrow e$ donc $\nearrow h$.

III-3/ Résistance thermique conducto-convective :

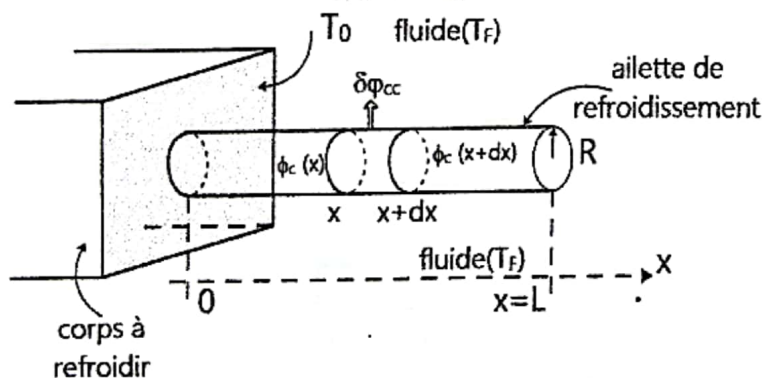
On raisonne sur une portion de paroi solide d'aire S .

$\dot{\phi}_{cc} = \varphi_{cc}S = h(T_P - T_F)S$. On peut définir une résistance thermique $R_{cc} = \frac{T_P - T_F}{\phi_{cc}}$.

Remarque :

En remplaçant $h = \frac{\lambda_F}{e}$; $R_{cc} = \frac{e}{\lambda_F S}$; on retrouve l'expression de R_{th} du transfert convectif à travers la couche limite.

III-4/ Application : ailette de refroidissement



Le rayon $R \ll L$: longueur de l'ailette. $T_0 > T_F$.

Objectif : déterminer et discuter le profil $T(x)$ dans l'ailette en régime stationnaire pour la tranche située entre x et $x + dx$.

On note :

ϕ_c = flux thermique conductif.

et $\delta\phi_{cc}$ = flux thermique conducto-convectif échangé au niveau de la surface latérale
 $\delta S_{lat} = 2\pi R dx$.

1-Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température en effectuant un bilan thermique en régime stationnaire.

Réponse

1^{er} principe : $\Delta U = \delta Q + \delta W$ ($\Delta V = 0$ car $V = \text{cte}$)
 avec $\delta Q = \delta Q_c(x) + \delta Q_c(x+dx) + \delta Q_{cc}$

$\delta Q_c(x) = j(x) \cdot \pi R^2 \cdot \Delta t$; $\delta Q_c(x+dx) = -j(x+dx) \pi R^2 \Delta t$

$\delta Q_{cc} = -\delta\phi_{cc} \cdot \Delta t = -h(T(x) - T_F) \cdot 2\pi R dx \cdot \Delta t$

R° stationnaire $\Rightarrow \Delta U = 0$

Donc $0 = -\pi R^2 [j(x+dx) - j(x)] - h(T(x) - T_F) \cdot 2\pi R dx \Rightarrow \frac{dj(x)}{dx} + \frac{2h}{R}(T(x) - T_F) = 0$

2-Résoudre l'équation différentielle précédente en faisant apparaître une longueur caractéristique l_0 de la décroissance de $T(x)$. On suppose que $L \gg l_0$.

Réponse

$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{2h}{\lambda R}(T(x) - T_F) = 0$

Famille $j = -\lambda \frac{dT}{dx}$

Notons $\theta(x) = T(x) - T_F \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{d^2 \theta}{dx^2}$

$\theta \Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \frac{2h}{\lambda R} \theta(x) = 0 \Rightarrow \theta''(x) - \frac{1}{l_0^2} \theta(x) = 0$ où $[l_0] = L$.

Eq caractéristique : $r^2 - \frac{1}{l_0^2} = 0 \Rightarrow r = \pm \frac{1}{l_0} \Rightarrow \theta(x) = A_1 e^{x/l_0} + A_2 e^{-x/l_0}$

$L \gg l_0 \Rightarrow \frac{L}{l_0} \rightarrow +\infty \Rightarrow A_1 = 0$ sinon $\theta \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \text{absolue}$.

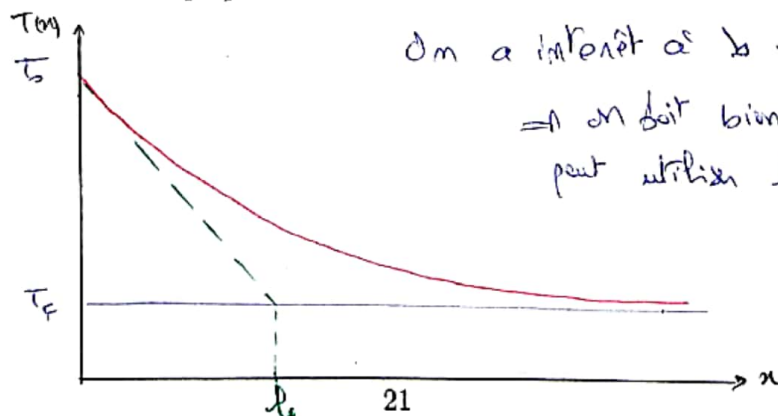
$\Rightarrow \theta(x) = A_2 e^{-x/l_0} \Rightarrow T(x) = T_F + A_2 \cdot e^{-x/l_0}$; $T(x=0) = T_0$

$T(x) = T_F + (T_0 - T_F) \cdot e^{-x/l_0}$

$\Rightarrow T_0 = T_F + A_2$

3-Tracer $T(x)$ et commenter. Expliquer notamment comment favoriser le refroidissement.

Réponse



On a intérêt à λ $l_0 \Rightarrow$ on $\uparrow h$
 $\Rightarrow$ on doit bien choisir le fluide et on peut utiliser la convection provoquée

IV/ Rayonnement thermique

Remarque générale :

Ce paragraphe est à la limite du nouveau programme. Les formules sont données et aucune démonstration de ces formules n'est demandée.

La loi de Planck est hors programme.

IV-1/ Rayonnement thermique

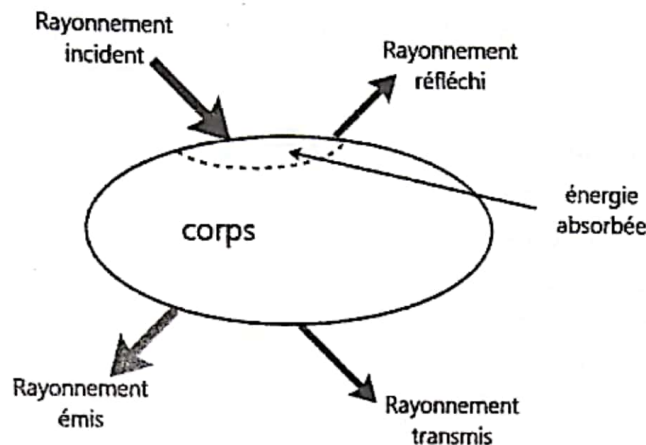
1-a/ Définition

Le rayonnement thermique ou le transfert thermique radiatif est un transfert d'énergie interne entre deux systèmes par l'intermédiaire du champ électromagnétique existant dans le milieu qui les sépare.

Ce transfert résulte de deux phénomènes :

- Phénomène d'émission : chacun des deux systèmes converti une partie de son énergie interne en une énergie électromagnétique qui se propage vers l'autre système.
- Phénomène d'absorption : chacun des deux systèmes absorbe une fraction du rayonnement reçu et converti cette énergie électromagnétique en une énergie interne.

1-b/ Les différents types de rayonnement thermique :



Considérons un corps quelconque qui reçoit un rayonnement thermique. Ce rayonnement reçu est dit incident, et il donne naissance à trois types de rayonnement :

- Rayonnement réfléchi :

Une partie de l'énergie électromagnétique incidente est renvoyée dans le demi-espace d'où elle provient.

- Rayonnement transmis :

Une autre partie de l'énergie électromagnétique incidente traverse le corps.

- Rayonnement absorbé :

Une dernière partie de l'énergie électromagnétique est absorbée par le corps.

Remarque 1 : Si la surface du corps est polie (régulière) la direction du rayonnement réfléchi obéit à la loi de Descartes pour la réflexion. Dans ce cas la réflexion est dite spéculaire. Par contre, si la surface du corps est irrégulière, la réflexion s'effectue dans toutes les directions et elle est dite diffuse.

Remarque 2 : Dans tous les cas envisagés ; un corps porté à une certaine température émet un rayonnement thermique même s'il ne reçoit pas un rayonnement incident. Par contre les rayonnements réfléchi, absorbé et transmis résultent du même rayonnement incident.

1-c/ Les différents types de matériaux :

On distingue deux cas extrêmes du corps :

- Corps transparent : il n'absorbe pas l'énergie électromagnétique.

Le rayonnement incident est soit réfléchi, soit transmis.

- Corps opaque : il ne transmet pas l'énergie électromagnétique

Le rayonnement incident est soit réfléchi, soit absorbé.

- Le comportement des matériaux dépend de la longueur d'onde du rayonnement incident. Par exemple, le verre est transparent pour le rayonnement visible ; alors qu'il est opaque au rayonnement infrarouge.

- Le comportement des matériaux peut dépendre aussi de leurs épaisseurs. Par exemple, l'air est transparent à tout rayonnement sur une distance de quelques mètres, mais le rayonnement solaire qui traverse toute l'épaisseur de l'air de l'atmosphère perd 20% de son énergie par beau temps.

1-d/ Flux thermique :

Le flux thermique (noté ϕ) représente la puissance électromagnétique transportée par le champ électromagnétique.

On note :

ϕ_e flux thermique émis par un corps.

ϕ_r flux thermique réfléchi par un corps.

ϕ_a flux thermique absorbé par un corps.

ϕ_i flux thermique reçu par un corps.

ϕ_t flux thermique transmis par un corps.

ϕ_p flux thermique partant du corps.

ϕ^R flux thermique radiatif défini par $\phi^R = \phi_p - \phi_i$.

On a les relations :

- $\phi_i = \phi_r + \phi_a + \phi_t$ (principe de conservation).
- $\phi_p = \phi_e + \phi_r + \phi_t$

L'équilibre radiatif est défini par $\phi^R = 0 \Leftrightarrow \phi_p = \phi_i$

IV-2/ Rayonnement d'équilibre thermique

2-a/ Définition

Le rayonnement d'équilibre à la température T est le rayonnement du champ électromagnétique qui règne dans une enceinte fermée vide ou remplie d'un milieu assimilé au vide (indice $n \simeq 1$). La paroi de l'enceinte doit être opaque et maintenue à la température T constante.

Ce rayonnement n'est pas modifié par la présence dans l'enceinte de corps opaques portés à la température T .

2-b/ Densité d'énergie et flux surfacique

- La densité volumique d'énergie (notée μ_{em}^0) et introduite dans le module de l'électromagnétisme et elle ne dépend que de la température.
- Le flux thermique d'énergie électromagnétique (notée ϕ^0) est la puissance électromagnétique rayonnée.

- Le flux thermique surfacique (noté φ^0) est tel qu'un élément de surface dS d'un corps placé dans l'enceinte reçoit le flux thermique $d\phi^0 = \varphi^0 dS$.

φ^0 ne dépend que de la température.

- La densité spectrale du flux thermique surfacique (notée φ_λ^0) est telle que la contribution au flux thermique reçu par dS du rayonnement de longueur d'onde $\in [\lambda, \lambda + d\lambda]$ est $d\phi^0 = \varphi_\lambda^0 \cdot d\lambda \cdot dS$
- Les unités sont alors :

✓ $\phi^0 : W$

✓ $\varphi^0 : W.m^{-2}$

✓ $\varphi_\lambda^0 : W.m^{-3}$

2-c/ Loi de Stefan-Boltzmann

- $\varphi^o(T) = \sigma.T^4$ où $\sigma = 5,67.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$ est la constante de Stefan.
- Remarque : La démonstration de cette loi n'est plus au programme.
- Selon cette loi ; le flux thermique reçu par dS d'un corps placé dans l'enceinte est $d\phi = \sigma.T^4.dS$

2-d/ Loi de déplacement de Wien :

Enoncé :

$\varphi_\lambda^o(T)$ passe par un maximum pour une longueur d'onde λ_m vérifiant $\lambda_m.T \simeq 3000 \mu m.K$
(λ_m est exprimée en μm)

- Remarque :
 - 1- la démonstration de cette loi n'est plus au programme.
 - 2- On définit le domaine spectral comme étant l'intervalle $[0, 5\lambda; 10\lambda]$ qui contient plus de 99% de l'énergie rayonnée.

Exemples :

✓ Pour $T \simeq 300K$ (ambiante) ; $\lambda \simeq 10\mu m \Rightarrow$ l'intervalle spectral est $[5, 100]\mu m \in$ domaine infra-rouge (IR) ceci est à la base du principe des caméras infrarouges.

En effet la température du corps humain est voisine de $T \simeq 300K$ donc il rayonne dans l'IR et ces caméras détectent ce rayonnement pour localiser le corps humain et même mesurer sa température pour des raisons médicales (par exemple : détection d'un état de coronavirus).

✓ La température du filament de tungstène d'une ampoule est $T \simeq 2600K \Rightarrow \lambda \simeq 1,1\mu m \Rightarrow$ domaine spectral est $[0, 55; 11]\mu m$ donc la lampe émet de la lumière et aussi de l'IR (on rappelle que la lumière correspond au domaine visible : $[0,4; 0,8]\mu m$ environ).

✓ On peut expliquer les différentes couleurs des régions d'une flamme d'une bougie (voir la vidéo de l'introduction). Par exemple : la partie de la flamme proche de la bougie est plus chaude car elle est plus proche de la source thermique. Or, si $T \nearrow$; $\lambda_m \searrow$ selon la loi de déplacement de Wien. Par suite cette région présente la longueur d'onde la plus faible du visible donc elle apparaît bleu.

✓ En analysant la lumière solaire à l'aide d'un spectromètre (voir le module de l'optique) on trouve que le maximum du flux thermique correspond à $\lambda_m \simeq 0,5\mu m$.

La loi de déplacement de Wien permet alors d'estimer la température de la surface du soleil :

$$T_s \simeq \frac{3000}{0,5} = 6000K$$

IV-3/ Modèle du corps noir :

3-a/ Définition et conséquence :

• Définition :

Un corps noir est un corps qui absorbe tout le rayonnement thermique (électromagnétique) qu'il reçoit indépendamment de sa longueur d'onde et de son incidence.

• Conséquence :

Selon la définition $\phi_i = \phi_a \Rightarrow \begin{cases} \phi_r = 0 \\ \phi_t = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \phi_p = \phi_e \\ \text{le corps noir est opaque} \end{cases}$

Remarque : dans la pratique; un corps ne peut pas absorber tout le spectre électromagnétique donc le corps noir est un modèle théorique parfait.

Alors un corps réel peut être considéré un corps noir s'il absorbe le rayonnement grossièrement dans un intervalle de longueur d'onde assez large.

Dans les applications; on considère tous les corps comme des corps noir.

3-b/ Flux surfacique émis par un corps noir φ_e :

- φ_e est défini par $d\phi_e(P) = \varphi_e(P).dS(P)$ où P est un point quelconque de la surface du corps noir.
- φ_e est parfois noté M et appelé émittance $M = \varphi_e$
- L'émission thermique du corps noir est issue de sa surface car un rayonnement émis à l'intérieur du corps est réabsorbé.
- Pour un corps noir en équilibre thermodynamique à la température T on a :

$$M = \varphi_e = \varphi^o(T) = \sigma T^4$$

$$\cancel{\phi^R} = 0 \Rightarrow \phi_i = \phi_p$$

$\downarrow$
 ϕ_a

$\downarrow$
 ϕ_e

3-c/ Bilan radiatif à la surface d'un corps noir :

Le flux radiatif est $\phi^R = \phi_p - \phi_i$

Pour un corps noir $\phi_p = \phi_e \Rightarrow \varphi_p = \varphi_e$ et $\phi_i = \phi_a \Rightarrow \varphi_i = \varphi_a$ donc le flux radiatif surfacique est $\varphi^R = \varphi_e - \varphi_a$ or $\varphi_e = \sigma T^4 \Rightarrow \boxed{\varphi^R = \sigma T^4 - \varphi_a = \sigma T^4 - \varphi_{\text{reçu}}}$

À l'équilibre radiatif $\varphi^R = 0 \Rightarrow \varphi_{\text{reçu}} = \sigma T^4 = \varphi_e = M$

3-d/ Bilan radiatif d'un corps noir recevant un flux d'équilibre :

Considérons un corps noir recevant en chacun des points de sa surface un flux thermique d'équilibre correspondant à la température T_0 . Donc $\varphi_{\text{reçu}} = \sigma T_0^4$

$$\Rightarrow \varphi^R = \sigma T^4 - \sigma T_0^4 = \sigma(T^4 - T_0^4)$$

En général; en pratique T et T_0 sont proches.

Montrons que $\varphi^R = 4\sigma T_0^3(T - T_0)$ et introduire une résistance thermique :

$$\text{soit } \Delta T = T - T_0 \Rightarrow \Delta T \ll T_0.$$

$$T^4 - T_0^4 = (T_0 + \Delta T)^4 - T_0^4 = T_0^4 \left(\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)^4 - 1 \right)$$

$$\Rightarrow T^4 - T_0^4 = T_0^4 \left(1 + 4 \frac{\Delta T}{T_0} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow T^4 - T_0^4 \simeq 4 \cdot T_0^3 \cdot \Delta T = 4 T_0^3 (T - T_0).$$

$$\text{Donc } \varphi^R = 4\sigma \cdot T_0^3 (T - T_0).$$

$$R_{th} = \frac{T - T_0}{\phi} = \frac{T - T_0}{\varphi^R \cdot S} = \frac{1}{4\sigma T_0^3 \cdot S}$$

3-e/ Exemple :

Considérons une gourde sphérique (enceinte pour conserver l'eau) de rayon R se comportant comme un corps noir.

Elle reçoit de la part de l'atmosphère un rayonnement d'équilibre à la température effective T_0 .

On note $\varphi_s = 900 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ le flux thermique surfacique du rayonnement solaire.

Déterminer en régime permanent (c.à.d l'équilibre radiatif est atteint) la température T de cette gourde de jour et de nuit. On donne $T_0 = \begin{cases} 280 \text{ K} & \text{de jour} \\ 270 \text{ K} & \text{de nuit} \end{cases}$

Réponse :

