

Notion d'impédance:

$$\underline{u} = \underline{Z} \cdot \underline{i} \quad ; \quad \underline{i} = \frac{1}{\underline{Z}} \underline{u}$$

effet $\rightarrow$ $\uparrow$ coeff de réponse $\uparrow$ cause

$$\underline{Z}_R = R$$

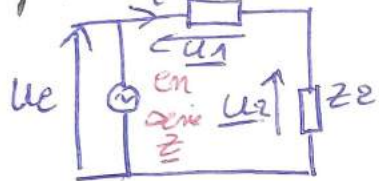
$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L$$

admittance: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$

Transmittance: $\underline{H}$

Diviseur de tension:

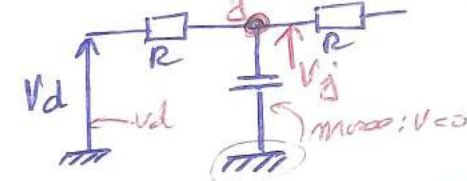


$$U_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} U_e$$

$$U_2 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} U_e$$

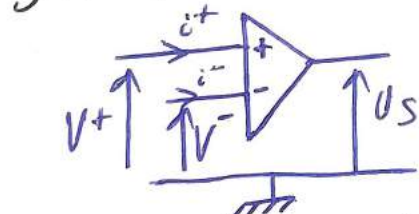
th de millman:

si voisins de j : $V_j (\approx \frac{1}{Z_{ij}}) \approx \frac{V_i}{Z_i}$



$$V_d \left(\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_P} \right) = \frac{V_d}{Z_P} + \frac{0}{Z_C}$$

J.AOP:



AOP idéal: $i^+ = i^- = 0$

bouclage entrée-entrée $\rightarrow$ $V_{dd} = 0$

régime linéaire: $V^+ = V^-$

millman $\rightarrow$ diviseur

ou loi des mailles et H tends

Filtrage

Fonction transfert $\underline{H}$: (Transmittance):

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} \quad \leftarrow \quad |\underline{H}|: \text{gain réel}$$

$$\arg(\underline{H}): \phi$$

diag de Bode ($|\underline{H}|$; ϕ)

GdB = 20 log $|\underline{H}|$: réduction d'échelle d'étude (dB)

en f = log(ω)

Rq: de créneau $\square$ $\Rightarrow$ $\frac{dU_e}{dt} = 0 \Rightarrow$ $\frac{dU_s}{dt} = A \frac{dU_e}{dt} = 0$

$\underline{Z} \rightarrow 0$: court circuit: $\underline{Z} = \frac{U}{i} \rightarrow i \rightarrow \infty$ et $U = 0$

$\underline{Z} \rightarrow \infty$: coupe circuit: $\underline{Z} = \frac{U}{i} \rightarrow i = 0$

Nature de Filtre: Rq: actif AOP

- comportement: $\lim \underline{H}$ en BF et HF

- le domaine ou $\phi = 0$ Rq: $\propto$ pulsation relatif $\frac{\omega}{\omega_0}$

$G_{max} = 1$: passif

ordre de Filtre: Rq: actif AOP

$|\underline{H}| =$ eq diff complexe

- ordre de dénominateur

- $\omega \rightarrow 1$ fréquence de coupure

- pente = $\pm 20 \rightarrow 1$

- pente = $\pm 40 \rightarrow 2$

- $\pm \phi: \pm 90 \rightarrow 1$

diag de Bode

GdB = 20 log $|\underline{H}| = 20 \log(\text{gain réel})$

en HF: $\omega \gg 1$: équivalent

GdB = - log ω - : asympt oblique

en BF: $\omega \ll 1$:

en fc: $G(\omega) = \frac{G_{max}}{\sqrt{1 + \omega^2}}$ ($G_{dB} = G - 3dB$)

si $\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\omega} \rightarrow G_{max} = H_0$

$G_{max} = \lim G$ en 0 si P. Bas

∞ si P. Haut

$\omega = 1$ si P. Bande

P. Bande: en $\omega = 1$

$\frac{U_s}{U_e} = 1 \Rightarrow$ résonance max

.) caract intég - dér: en BFD HF:
 pente = +20 ou $\phi = \frac{\pi}{2} \rightarrow$ dérivateur
 pente = -20 ou $\phi = -\frac{\pi}{2} \rightarrow$ intégr
 $H = \frac{V_s}{V_e} \rightarrow V_s = H V_e \sim H(\omega < 1) V_e$
 si j'ai $A V_e \Rightarrow V_s = \frac{A dV_e}{dt}$
 si j'ai $\frac{A V_e}{\sin} \Rightarrow V_s = A \int V_e dt$

si $\phi > 1$: filtre plus sélectif.
 . $\phi = \pi \Rightarrow$ inverseur
 . $\phi > 1$: 
 $\phi < 1$: 
 Rq: $G_{max} = 3dB$ $\phi = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$

$d^2u + du + u =$ oscillation (Forcée)
 $\hookrightarrow$ éq d'un oscill amorti en régime Forcé
 PFD: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x = F \cos t$
 Rq: $\Delta \omega Z = 1$
 l'étendue temporelles
 est un prépondér.

Rq: osc faibl amorti:
 $\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \phi \gg 1 \Rightarrow \Delta = (1 + \frac{1}{\phi^2})^{-1} \Rightarrow \Delta L$
 $y_{ca} = - (DL) \Delta y = \frac{\Delta u}{\omega_0}$
 $\phi = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} = \frac{\omega_0}{\omega - \omega_0} = \omega_0 Z$

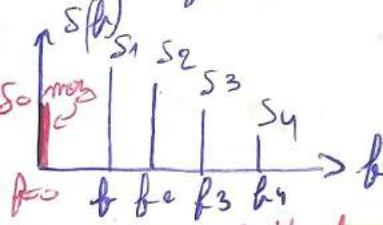
Analyse spectrale: % f ou u: $t \rightarrow f$:
 $\Rightarrow$ étude de Filtro en décomp en série de Fourier
 $S(t)$ périodique $\equiv$ continu dans le temps.

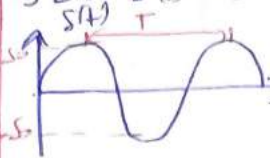
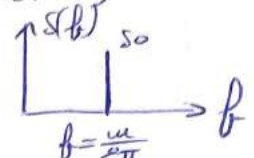
$$S(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} S_n \cos(n\omega t + \phi_n)$$

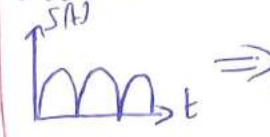
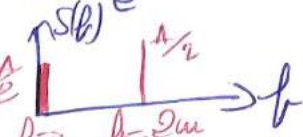
$$= S_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

on calcul $\hookrightarrow$ plus précis puis on calc b_n
 $S_n \cos(n\omega t + \phi_n) =$ harmonique du 1^er n°

$S_0 = \langle S(t) \rangle$: valeur moy ou composante
 statique
 ou continue ($\omega=0$)
 ($f=0$)

si $n=1$: fondamental ω_0

 Rq: signal d'entre de signal compoante
 stat non nulle $\Rightarrow S(t)$ non symétrique % calcul

.) Si $S(t) = S_0 \sin(\omega t + \phi)$: mono ch


 $f = \frac{\omega}{2\pi}$

$S(t) = A \sin^2(\omega t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{2} \cos(2\omega t)$


 $f = 0$ $f = \frac{2\omega}{2\pi}$

Ehann
 Fidaa

coeff de Fourier:
 $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \cos(n\omega t) dt \Rightarrow A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$
 $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin(n\omega t) dt$
 si signal pair: $b_n = 0$
 impair: $a_n = 0$
 avantage:
 - étude de Filtro $H = H(f)$
 - linéarisation
 - passer d'un signal π à un spectro discret
 - minimiser l'espace de stockage de $S(t)$.

$S(t) = H e(t)$
 avec $e(t) = e_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} e_n \cos(n\omega t + \phi_n)$
 $\Rightarrow S = G(\omega=0)e_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} G(n\omega) e_n \cos(n\omega t + \phi_n)$
 on calc α puis on fait $G(\alpha = m\alpha)$

.) Val efficace:
 $S_{eff} = \sqrt{\langle S^2(t) \rangle}$ car $\langle S \rangle = 0$
 $\langle S^2(t) \rangle$: valeur quadratique moy
 $\langle S^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt$
 si $S(t) = S_{max} \cos(\omega t) \Rightarrow \langle S^2(t) \rangle = \frac{S_{max}^2}{2}$
 $\Rightarrow \langle S^2(t) \rangle = \frac{S_{max}^2}{2}$

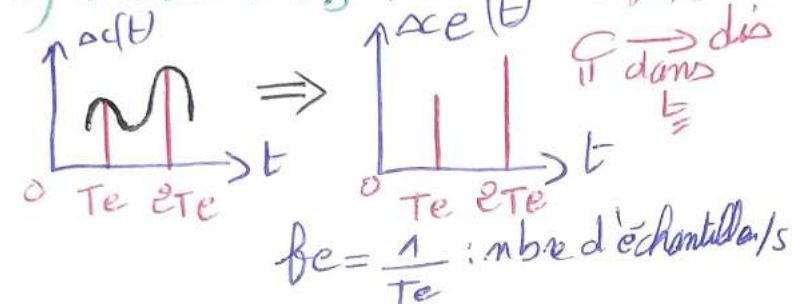
Rq: $V_e = \dots$
 $V_s = 50 A \cos(\omega t) + 0,5 A \cos(\omega t) \dots$
 $\hookrightarrow$ mono $\hookrightarrow$ négliger
 Rq: fct pair: $\langle V \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt$
 et on voit $V(t)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Ecarte} \\ \text{ou signe} \end{array} \right.$ et $\int$ égalés

.) $V_{eff} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} \Rightarrow \dots$
 .) $f_n = n \cdot f$; $T_n = \frac{T}{n}$
 .) si $\alpha \rightarrow 0 \Rightarrow \sin(\alpha t) \sim \alpha t$
 .) U sinus: $\langle u \rangle = 0$ et $V_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
 .) signal quasi-sinusoïdale $\Rightarrow$ Filtro passe bande
 étroite
 .) signal à $\langle \rangle$ non nulle $\Rightarrow$ Filtro passe bas
 .) signal discontinu et harmoniq $\Rightarrow$ passe haut
 .) signal synchrone $\Rightarrow$ bande large
 $\Delta \omega = \frac{\omega_0}{Q}$; f_{ca}, f_{cc} : $G_{max} = 3dB$

Echantillonnage + quantification

obj: numériser un signal c-à-d pour minimiser la mémoire et la protéger du bruit (numérisation) (décomposer le signal avant de filtrer pour connaître la freq)

Echantillonnage

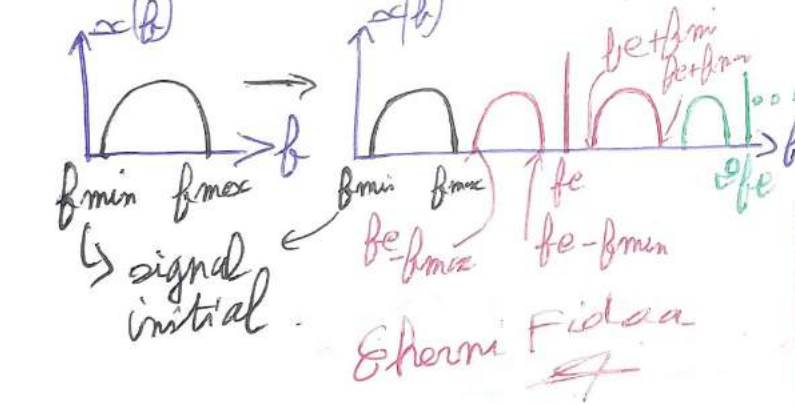


math: $h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = nT_e \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \Rightarrow$ peigne de Dirac

$x_e(t) = h(t) \cdot x_c(t)$
 modulation ↑ signal initial $x_c(t) = \sum x(nT_e) \delta(t - nT_e)$

- $h(t)$ module la Freq $x_c(t)$ freq $\rightarrow$ pas
- $x_c(t)$ module Ampli de $x_e(t)$ Amp $\rightarrow$ pas

$\rightarrow$ spectre de $x_e(t) \equiv x_e(f)$



$\Rightarrow x_e(f)$: spectre de x_c contient les freqs $n f_e \pm f$ tq $f \in [f_{min}, f_{max}]$
 signal initial

4 freq limites: $\begin{cases} n f_e \pm f_{max} \\ n f_e \pm f_{min} \end{cases}$

$\Rightarrow$ avantage: possibilité d'extraire une copie du signal à n'importe quel domaine de Freq.

probl: repliement (channelling)
 $\Rightarrow$ critère de Shannon;

$f_e - f_{max} \geq f_{max}$
 $\Rightarrow f_{e min} = 2 f_{max}$

$\frac{f_{e min}}{2} = f_{max} = f_c$ du filtre passe bas antirepliement

comment récupérer le signal initial?



- Rls:
- carat une fn pmo a val moy
 - $f_0 = \frac{f_{max} - f_{min}}{2}$, $\Delta f = f_{max} - f_{min}$ (étale $\ll f_0$)

· $[n f_e - f_{max}; n f_e - f_{min}]$ nfe $[n f_e + f_{min}; n f_e + f_{max}]$
 · si $(n f_e - f) < 0 \Rightarrow 1$

· filtre passe bande: récupère uniquement le signal initial: si $0 \uparrow$ et $f_c = f_{min}$ et $f_c = f_{max}$

· ordre 1: $[3; 1]$ si $1 \leq 1 \Rightarrow$ repliement

· généralisation de Shannon (encodage):



① $(n-1)f_e - f_{min} \leq f_{min} \Rightarrow f_e \leq \frac{2 f_{min}}{n-1}$
 ② $n f_e - f_{max} \geq f_{max} \Rightarrow f_e \geq \frac{2 f_{max}}{n}$
 $\Rightarrow \frac{2 f_{min}}{n} \leq f_e \leq \frac{2 f_{max}}{n-1}$ pour $n=1 \checkmark$

pour $n > 1 \Rightarrow n < \frac{f_{min}}{\Delta f}$ (condition anti-ryl) optimisation

Pq: $\lambda = cT$; $L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f} = 100 \text{ km} !!!$

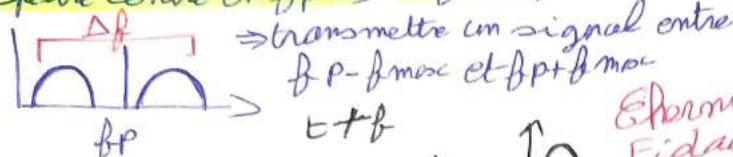
$\Rightarrow$ pour transmettre ce signal (onde audio) on doit utiliser une onde appelée porteuse qui correspond à une longueur d'onde de quelques dizaines de cm $\Rightarrow$ modulation: transmettre un signal informatif c-à-d sans perte d'info: $\int \delta(t) \int \delta(t)$

$e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$: signal modulé

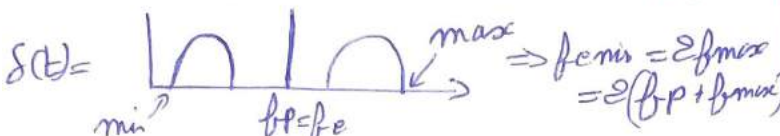
$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$: signal porteuse

$s(t) = p(t) \cdot k + e \cdot p$: signal final

• pour la réception de signal $S(t)$, la filte possède une bande passante contenant tout le spectre centré en $f_p \Rightarrow \Delta f = 2f_{max}$



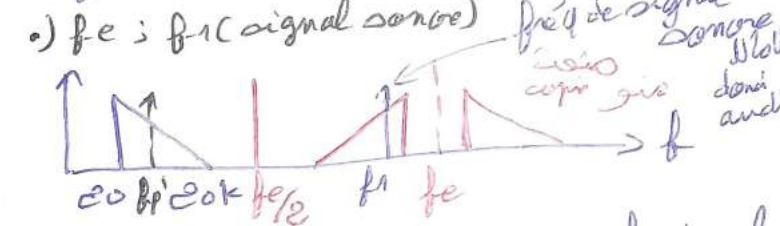
Rq: $S_m(t) \text{ non } \leq 1/t \Rightarrow \text{spectre}$



• transposé $[f_{min}, f_{max}]$ au $V(f_p)$ (HF) pour réduire la largeur spectrale et conserver la forme du signal : propagation sans distortion

$S \xrightarrow{\text{mod}} S' : S' = P \cdot [1 + \alpha \cos 2\pi f t]$
 $S \xrightarrow{\text{mod}} S : \text{filte passe pas de v ou passe bande}$

CD audio!
 gamme de Fréq audible $[20\text{Hz}; 20\text{kHz}]$
 $f_{min} = 20\text{Hz}$
 $f_{max} = 20\text{kHz}$



$f_p' = f_c - f_1$: pour que le signal sonore soit audible : c'est d'création d'une copie de f_1 dans le domaine audible $\Rightarrow$ ancrage de l'écho
 • filte passe bas de fréq $f_c = \frac{f_c}{2}$: supprimer les HF qui peut engendre un repliement
 • le pôle de Filte passe bas est non sélectif il peut passer des autres fréq $> f_c$; donc on doit augmenter l'ordre $\Rightarrow$ Filte passe bande $\Delta f = f_{max} - f_{min}$

• calcul la durée d'enregistrement d'un CD!
 $f = 1 \rightarrow 16 \text{ bits (exemple)}$
 $f_c = 44100 \text{ kHz}$ son 16 bits avec 2 signaux
 $1s \rightarrow f_c \cdot 16 \cdot 2 = 1411200 \text{ bits}$
 durée : $1s \rightarrow f_c \cdot P \cdot n$ (bits/s)

Te : $\text{تقريب لـ } u \leftarrow u \text{ و } u \text{ و } u \text{ و } u \text{ و } u$

nombre d'octet : détermine P $\rightarrow$ 8 bits
 nombre d'octet donné $\rightarrow P = ?$
 P = nombre d'octet donné $\cdot 8 \text{ bits}$
 $\rightarrow$ page $\rightarrow 1s \rightarrow - \text{bit}$
 $\Delta t = ? \rightarrow P$
 $\Rightarrow \Delta t = -$ (obj)

• taux de compression entre a et b : durée
 $S_1 = \Delta t \times a$
 $S_2 = \Delta t \times b$
 $P = \frac{S_{max} - S_{min}}{2^{P-1}}$
 II 2^{P-1}
 quantum = l'incertitude

CDMA Holographique numérique :
 pondération $\equiv$ % ou poids de la contribution d'un élément des une somme
 - val moy arithmétique : $\langle X \rangle = \frac{\sum X_i}{N}$
 - val moy statistique : $\langle X \rangle = \frac{\sum X_i \cdot X_i}{N}$
 Coeff de pondération

$\rightarrow$ conversion courant-tension
 $U_g = R' \cdot i$ à $U_g \leq U_{sat}$
 1) loi des mailles contenant R_n :
 $E = R_n \cdot i \Rightarrow i = \frac{E}{R_n}$
 2) loi des H seuils : $i = \frac{E}{R_n}$ c'm

analogique (a) $\rightarrow$ numérique (n)
 • loi $U_{smax} > U_{sat}$: impossible de coder il alors on peut ajuster des R_n ou bien résoudre les coeff mathé
 • quantum : $q = \frac{S_{max} - S_{min}}{2^{P-1}}$
 $P \rightarrow P_1$ nombre de bits
 $U_s = \frac{P}{n} \rightarrow U_s = \frac{P}{n}$ suite géom
 $U_{os} = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Rq : discrétiser un signal : numérique
 math : relation entre 2
 Eq diff $u(t)$: $\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + 2\lambda \frac{du(t)}{dt} + u(t) = u_0 \delta(t)$
 $\frac{du}{dt} = \frac{u_n - u_{n-1}}{T_e}$; $\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{(u_n - u_{n-1}) - (u_{n-1} - u_{n-2})}{T_e^2}$
 Eq diff : $u_n - 2u_{n-1} + u_{n-2} = (u_0 - 1)u_{n-1}$
 Rq : $S_{n+1} - S_n = (e^{j\omega T_e} - 1)S_n$
 $e^{j\omega T_e} \rightarrow 0 \Rightarrow e^{j\omega T_e} \sim 1 + j\omega T_e$

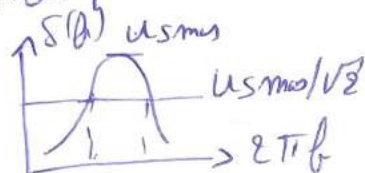


RFS: Filtrage, échantillonnage numérisation

- minimiser la mémoire
- protection du bruit
- décomposer un signal avant Filtrage pour connaître les fréq: Fourier

→ périodique → Fouri → spectre discretisé

→ non périodique → continu $\Delta f = f_{max} - f_{min}$
 $f_0 = \frac{f_{max} + f_{min}}{2}$



fondamentale

Fourier: $S(f) = \langle S(f) \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cos(n \cdot 2\pi f t)}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \sin(n \cdot 2\pi f t)}{n}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

⇒ Fréq de signal c'est fondamentale: $n=1$
 car il est dominant et les autres fréq
 d'écart en fait de celui:

$f_n = n f_0$

$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(f) \cos(n \cdot 2\pi f t) dt$
 $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T S(f) \sin(n \cdot 2\pi f t) dt$

Exemple:

$S(f) = \alpha E \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \pi \alpha)}{n \pi \alpha} \cos(n \pi f t) \right]$

fréq de base signal = fondamentale

varie en $\frac{1}{n}$: lente → discretisé signal.

1) fonda: $a_n = 2\alpha E \left| \frac{\sin(n \pi \alpha)}{n \pi \alpha} \right|$
 $\hookrightarrow n=1 \Rightarrow a_1 = 2\alpha E \left| \frac{\sin(\pi \alpha)}{\pi \alpha} \right|$

⇒ $f_0 \equiv 1$: reproduire le rythme de signal
 les fréq d'annule le signal? $\alpha n \pi = p \pi$
 $\Rightarrow n = \frac{p}{\alpha}$

⇒ $f_n = \frac{p}{\alpha} f_0$

α ? ⇒ premier prouille car le spectre = 0
 $\hookrightarrow p=1$



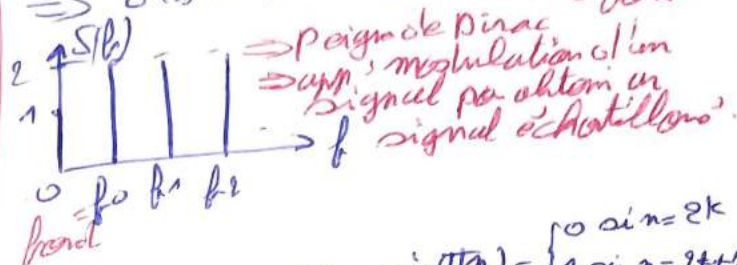
⇒ $f = \frac{1}{\alpha} f_0$

⇒ $\alpha = -$

$\langle S(f) \rangle = \alpha E \Rightarrow E = -V$

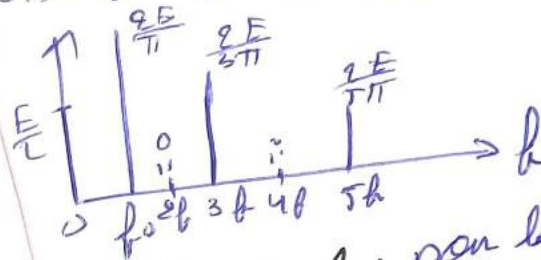
Rq: $\alpha \rightarrow 0$ et $\alpha E = 1$

⇒ $S(f) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n \pi \alpha t)$



$\alpha = 0, 5 \Rightarrow \sin(n \pi \alpha) = \sin(\frac{n \pi}{2}) = \begin{cases} 0 & \text{si } n=2k \\ 1 & \text{si } n=2k+1 \end{cases}$

$S(f) = \frac{E}{2} + \frac{E}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k \pi f t)}{2k+1}$



Variation en $\frac{1}{n}$: pour les signaux
 rectangle $\square$, variation lente
 donc on a besoin des autres sup
 pour définir le spectre car le
 signal est discontinu

Variation en $\frac{1}{n^2}$: pour les signaux
 triangulaire $\triangle$: variation rapide
 donc on n'a pas besoin des autres
 sup pour définir le spectre car le
 signal est continu

points angulaires (non dérivable mais c'est)
 ⇒ signal triangulaire
 assez déformé % les harmoniques.

Rq: $V_{eff} = \text{Valeur réel}$
 et elle traduit les grandeurs
 énergétiques $E \sim A m^2$

échantillonnage: opérateur linéaire
 car il a des fréq sup & inf

Cherami Fidaa

[Signature]

1) les avantages de numérisation:

- réduction du mémoire
- facilité de trait
- " l'émission
- stabilité % bruit (HF et rapide)

2) étapes de numérisation:

1- conversion de signal qd en signal élect analogique (f(H))

2- filtre anti-repliement

3- échan

4- quantification | 5- codage

6- traitement - émission

Prébruit/s = échantillon/s = f_e

Niveau d'intensité = nbre de codes:

P = nbre de bits

Information = mémoire = stockage
= nbre de bits totale

$$H = f_e \cdot P \text{ nbre de bits}$$

nbre de bits f_e frq d'éch

Temps d'acquisition: T_a = 10 s

Le nbre de points est le nbre d'échantillons
prélevés chaque T_e = $\frac{1}{f_e}$

$$\Rightarrow T_a = H \cdot T_e = \frac{H}{f_e} \Rightarrow H = T_a \cdot f_e$$

signal anal s'étend jusqu'à 20 KHz

f_e = 40 KHz (choix)

$$\text{ou } H = 10.000 = f_e \cdot T_a$$

$$\Rightarrow T_a = \frac{10.000}{40.000} = 0,25 \text{ s}$$

piratage: f_e = 16 KHz ou 8 bits (moins)

fichier modifié: f_e = 48 KHz ou 24 bits (moins)

Poids = mémoire (avant traitement)

$$\text{Poids (A)} = ?$$

$$1 \text{ s} \rightarrow f_e \cdot P \cdot n$$

nb de bits nbre de sig

$$3 \text{ min} \rightarrow ?$$

$$\Rightarrow \text{Poids (A)} = 16 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 460 = 288 \cdot 10^6 \text{ octets}$$

$$1) \text{ Poids } 2 \cdot 48 \cdot 10^3 \cdot 24 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 80$$

$$= 51840 \cdot 10^3 \text{ octet}$$

cel: la qualité est la même car si on augmente la mémoire, cette opération va être effectuée sur un signal déjà piraté.

Comment améliorer la qualité?

enregistrer le signal initial avec une f_e considérable et effectuer une opération de compression pour réduire l'espace de stockage (Caudin)

① redondance ② amplifier les données faibles

CAH:

principe de conversion: lecture de code numérique permet la lecture d'un témoin

$$U_S = A \cdot \sum_{n=0}^3 \varepsilon_n \cdot 2^n$$

$$0000 : \Rightarrow \varepsilon_n = 0 \Rightarrow U_S = 0$$

$$1000 : \Rightarrow \varepsilon_0 = 1 \Rightarrow U_S = 2^0 = 1 \text{ V}$$

$$1100 : \Rightarrow \varepsilon_0 = 1 \text{ et } \varepsilon_1 = 1 \Rightarrow U_S = 2^0 + 2^1 = 3 \text{ V}$$

$$1111 : \Rightarrow \varepsilon_n = 1 \Rightarrow U_S = 15 \text{ V} = V_{\text{sat}} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$$

$$\text{quantité: } q = \frac{15 - 0}{2^4 - 1} = 1 \text{ V (résolution: précision faible)}$$

nb de bits

codage de 0 à 15 mais précision médiocre

$$U_S = A \cdot \sum_{n=0}^{15} \varepsilon_n \cdot 2^n$$

$$\Rightarrow U_{S \text{ max}} = \frac{1 - 2^{16}}{1 - 2} = 65535 \text{ V}$$

$$q = \frac{U_{\text{sat}}}{2^{16} - 1} = 1 \text{ V} \Rightarrow \text{correction}$$

optimisation: réduire A au max

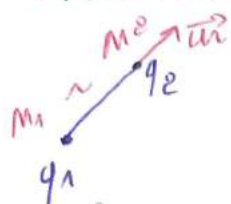
et V_{sat} (V_{sat max} = 32 V)
ou bien augmenter P

Ehermi Fiolaa

Induction électromagnétique

(1)

- Force élec ou coulombienne :

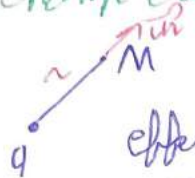


$$r = \|\vec{M_1 M_2}\|, \vec{ur} = \frac{\vec{M_1 M_2}}{\|\vec{M_1 M_2}\|}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{ur}$$

Cherri Fidan

- champ électrique :



$$\vec{E}(M) = \frac{q(P)}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3}$$

loi de Coulomb

$\vec{E}(M)$ est l'effet crée par des charge : causes

- Notion du courant élec de "conduction" :

$$\vec{E} = -\text{grad } V \Rightarrow V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}, \text{ c'est un dép des élec ordonnées et libre}$$

Δ cause l'effet d'un ddp fourni par un générateur

$$\text{Pd: } \vec{B} = \vec{E} + \text{mvt} \Rightarrow \vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

- Force de Laplace : exercée par $\vec{B}$ sur un courant :

$$d\vec{F}_{\text{Lap}} = d\vec{c} \wedge \vec{B}, \quad d\vec{c} = \begin{cases} \frac{\Delta}{\Delta z} dz (\text{réel}) \\ \frac{\Delta}{\Delta s} ds \\ i d\vec{l} \end{cases}$$

- cas des circuit linéaire filiforme :

$$\vec{F}_{\text{Lap}} = \oint_E i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

- Force de Lorentz :

$$\vec{F}_{\text{em}} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\Rightarrow \int \vec{v} \wedge d\vec{l} = i d\phi_{\text{mag}} \neq 0$$

$$\Rightarrow \int \vec{v} \wedge d\vec{l} = 0 \text{ (no travail po)}$$

- Travail :

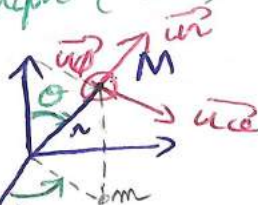
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$\int W_{\text{Lap}} = i(\vec{dl}_1 \wedge \vec{dl}_2) \cdot \vec{B}$$

complément math : cylindrique

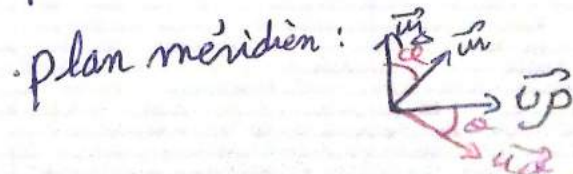


sphérique (r, θ, ϕ)



ϕ : azimut (complement de latitude)

plan équatorial :



plan méridien :

induction: apparition d'un courant induit c-à-d d'une fem induite du générateur équivalent lors de la variation du flux magnétique au cours du temps.

Enrico Fermi 4 (2)

La loi d'induction:

1) loi de Faraday:

fem induite: $\mathcal{E}(t) = - \frac{d\Phi_{mag}}{dt}$

(-) : les effets induits s'opposent à la variation des causes correspondantes.

2) loi de Heng: $= - \frac{F_{lap} \cdot v}{c(t)}$

$\vec{ds} = ds \cdot \vec{n}$ (vect normal)

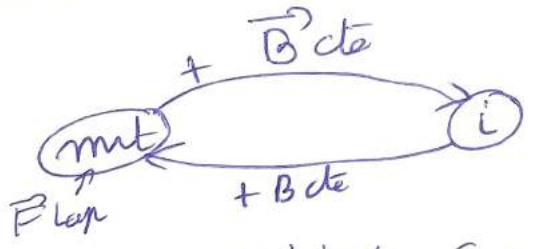
$\Phi(t) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$

$d\vec{s} = dt \cdot \vec{e}_t$: circuit fixe
et $\vec{B} = \vec{B}(t)$: régime variable
 $\Rightarrow$ cas de Heumann

$d\vec{s} = d\vec{s}(t)$: circuit mobile
et $\vec{B} = ct$ (uniforme)
 $\Rightarrow$ cas de Lorentz

*) Cas de Lorentz: $\vec{B} = ct$
ds var

$i = B \cdot ct + mt$ de circuit
 $mt = B \cdot ct + i$



- Sens ① :
- Générateur (دفع)
 - alternateur, dynamo
 - freinage par induction
 - micro (mt = 0)

- Sens ② :
- moteur élect ($i + \vec{B}$)
 - haut parleur $\vec{ds} \parallel \vec{B}$

$d\vec{s} = dl_{circuit} \wedge dl_{courant}$

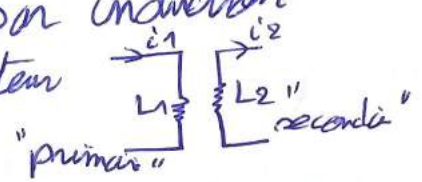
*) Cas de Neuman: apparition du courant induit

1) $\vec{B} = \vec{B}(t)$: variable + circuit fixe (sol)
 $\rightarrow$ courant $i(t) \rightarrow \vec{B} + l(\text{fixe}) \rightarrow i_{\text{induit}}$

$E \cdot E_1 \xrightarrow[\text{Elec}]{\text{couplage}} E \cdot E_2$

- chauffage par induction

- transformateur



$B_{sol} \begin{cases} \sin i(t) \text{ si } r < a \\ 0 \text{ si } r > a \end{cases}$

islée générale :

*) mt $\rightarrow$ eq diff mec $\begin{cases} \text{PFD translation} \\ \text{TMC rotation} \end{cases}$

*) PFD : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} \stackrel{||}{=} \vec{F}_{lap}$; $\vec{p} = m\vec{v}$: quantité du mt (3ème loi de Newton)

*) TMC : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{ext}$; $\vec{L} = I\vec{\omega}$; $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{ext}$

*) $\vec{M}_{ext}$: moment des forces extérieures ;

$$\vec{M}_{ext} = \vec{OM} \wedge \vec{F}_{ext}$$
$$d\vec{M}_{lap} = \vec{OM} \wedge d\vec{F}_{lap}$$

*) $\vec{L}$: moment cinétique = $\vec{OM} \wedge \vec{p}$

*) couplage : eq diff elec : loi des mailles sur le circuit équivalent

$\Rightarrow$ Finalement ; on obtient 2 eq diff couplées ; on parle d'un couplage électromagnétique

Il s'agit d'une convergence d'énergie $\Rightarrow E_{elec} \leftrightarrow E_{mec}$

$\rightarrow$ résolution $\begin{cases} v(t) \text{ et } u(t) \\ i(t) \end{cases}$

Thermi Fidaa

*) Bilan d'énergie ou puissance :

$$*) P_{mec} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \text{ ou } \vec{M} \cdot \vec{\omega}$$

$\rightarrow$ (eq mec) $\times \vec{v}$ ou $\vec{\omega}$

$\Rightarrow$ Bilan : somme de 2 eq et on élimine le terme de couplage

$$*) P_{elec} : u \cdot i$$

$\rightarrow$ (eq elec) $\times i$

échange d'énergie

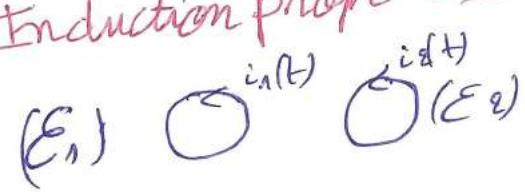
$$P_{mec} = P_{elec} ; F_{lap} \cdot v = - e(t) \cdot i(t)$$

*) Eq de transfert :

$$\Rightarrow e(t) = - \frac{F_{lap} \cdot v}{i(t)}$$

Pq : si $B = 0$ et $\vec{v}(t=0) = 0 \Rightarrow$ pas de i à $t=0$
car $i = B + F_{lap}$

*) Induction propre - Induction mutuelle :



de m par E_2

Φ_1 = flux total à travers E_1

$$\Phi_1 = \Phi_{p1} + \Phi_{m1}$$

propre $\int_{B_1, ds_1}$ $L_{mutuelle} \int_{B_2, ds_2}$

$$\Phi_{p1} = \iint \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}_1 = L \cdot i_1$$

$$\Phi_{m1} = \iint \vec{B}_2 \cdot d\vec{s}_1 = M \cdot i_2$$

→ notion d'inductance: $= \frac{\text{cause}}{\text{effet}} = \frac{\Phi}{i} = L \text{ ou } M$

(4)

.) propre: $L = \frac{\Phi_p}{i_p} \rightarrow \begin{cases} \iint \frac{\vec{B}_1}{\mu_0} \cdot d\vec{s}_1 \\ \iint \frac{\vec{B}_2}{\mu_0} \cdot d\vec{s}_2 \end{cases}$

.) Mutuelle: $M = \frac{\Phi_m}{i_m} \rightarrow \begin{cases} \iint \frac{\vec{B}_2}{\mu_0} \cdot d\vec{s}_1 \\ \iint \frac{\vec{B}_1}{\mu_0} \cdot d\vec{s}_2 \end{cases}$

Ehenni Fidaa

$L = \text{cte}$ si E_1 et E_2 sont indéformable

$M = \text{cte}$ si E_1 et E_2 sont // et fixes

Malgébrique $\Rightarrow \text{signe de } M = \text{signe}(i_1, i_2)$

.) $\Phi_1 = \Phi_{1p} + \Phi_{1m} = L_1 i_1 + M i_2$ $\rightarrow$ couplage électrique

.) $\Phi_2 = \Phi_{2p} + \Phi_{2m} = L_2 i_2 + M i_1$

$\Rightarrow$ la fem induite totale de E_1 et E_2 :

$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Rq: 2014:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{da} \cdot \frac{1}{a}$$

$\Rightarrow$ bilan de puissance: $\rightarrow$ طاقة

$$P_{\text{tot}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \right)$$

générateur
 $\Rightarrow$ cède E
يخسر

$\uparrow$ Emag propre de E_1 $\uparrow$ Emag propre de E_2

$\uparrow$ Emag mutuelle supplémentaire de couplage

Rq: signe de $M = \text{signe de } (i_1, i_2)$

$\Rightarrow M i_1 i_2 > 0$: Energie supplémentaire qu'on peut produire de l'approche de E_1 et E_2 (par induction mutuelle) $\Rightarrow$ E تفر يوم تكبير

$$0 \leq k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$$

E_1 et E_2 sont éloignés $d \rightarrow \infty$: $M \rightarrow 0$ $\rightarrow$ couplage idéal (parfait) قراجه يوشا

Rq: couplage lâche (trop faible)

$k \ll 1$ $\rightarrow$ يناد يوشا

1) Haut parleur (Lorentz):

2) Fonctionnement: la bobine est liée à une membrane parce que par un courant $i(t)$ dans un champ statique B , d'après Lorentz:

$\exists$ Force de Laplace qui provoque le mt de la membrane $\Rightarrow$ ce déplacement excite les molécules d'air qui engendrent une onde sonore (prop de pression (oscillation)) (onde acoustique)

Rq: Fonction réciproque: microphone: l'onde sonore (mt) excite la membrane liée à la bobine qui est placée dans B est le siège d'un courant induit, d'après Lorentz, ce courant alimente un auto haut parleur.

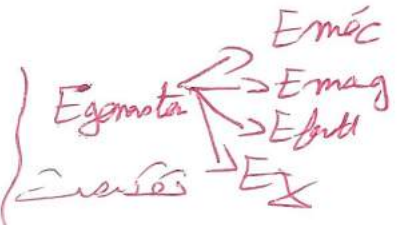
• PFD = th de quantité de mt = 2ème loi de Newton
• Flap? $\Rightarrow dFlap = i \vec{dl} \wedge \vec{B} \Rightarrow \int$

Ethermi Fidaa

ou $e \cdot i = -Flap \cdot v$

- 1) $\frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow E_{mag}$
- 2) $\frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_{cinet} \Rightarrow E_{mec}$
- 3) $\frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow E_{pot}$
- 4) $Ri^2 \Rightarrow E_{dissipa}$
- 5) $\alpha v^2 \Rightarrow E_{frot}$

- loi des mailles
- PFD
 $\Rightarrow P_{mec} = PFD \cdot v$
 $\Rightarrow P_{elec} = loi \text{ des mailles} \cdot i$
 $\Rightarrow e \cdot i = -$
 $P = \frac{dE}{dt}$



$\Rightarrow$ complexe: linéarisation des termes: Jours

$E_m = j -$
 $E_{elec} = j -$
 $\left\{ \begin{array}{l} \frac{Flap}{v} = Z_{mec} = \frac{carre}{effet} \end{array} \right. \rightarrow Z_{moti} = \frac{elect}{Z_{mec}}$

1) $E \cdot E \Rightarrow \underline{u} = B a \underline{v} + (j \omega L) i$

$\rightarrow Z_e$: impédance élec propre $Z_e = \frac{U}{i}$

2) $\left\{ \begin{array}{l} B a \underline{i} = Z_{mec} \cdot \underline{v} \\ \underline{u} = B a \underline{v} + Z_e \underline{i} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{u} = \underline{i} \left(\frac{B^2 a^2}{Z_{mec}} + Z_e \right) = Z_{tot} \cdot \underline{i}$

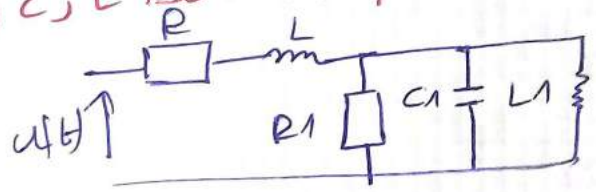
$Z_{tot} = Z_{mot} + Z_e$

impédance mécanique: impédance de couplage qui traduit le caractère élect d'un syst mec en présence de B

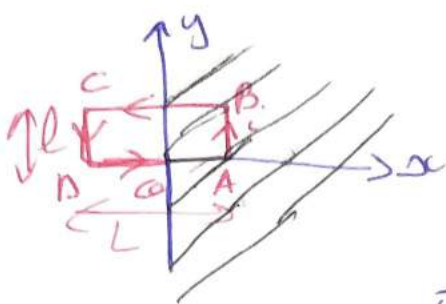
$Z_{mot} = \frac{\frac{B^2 a^2}{Z_{mec}}}{\left(\alpha + j \omega m + \frac{R}{j \omega} \right)} = \frac{B^2 a^2}{\left(\alpha + j \omega m + \frac{R}{j \omega} \right)}$

$\Rightarrow$ admettons: $\gamma_1 = \frac{1}{Z_m} = \frac{\alpha}{B^2 a^2} + \frac{j \omega m}{B^2 a^2} + \frac{R}{j \omega B^2 a^2}$

3) $\gamma_1 = \gamma_{R1} + \gamma_{C1} + \gamma_{L1}$: Z est une association en // de R, C, L
 $\Rightarrow R, C, L$ sont l'équivalent élec du haut parleur mec



Freinage par induction



$\alpha = \vec{OA} < L: \phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{ds} = B_0 l d \alpha$
 $\Rightarrow e = - B_0 l v$

si $\alpha > L: \phi = B_0 l L = \text{cte} \Rightarrow e = 0$
 $e = 0$: pas de court induit

Flap?

نفسه كذا خطر بيش بيحي كان في الـ $\vec{u}$

sur AB: $d\vec{Flap} = i d\vec{y} \vec{u} \wedge B_0 \vec{u} \Rightarrow \vec{Flap} = i l B_0 \vec{u}$

sur BC: $d\vec{Flap} = -i d\alpha \vec{u} \wedge B_0 \vec{u} \Rightarrow \vec{Flap} = i B_0 \int_0^\alpha d\alpha \vec{u} = i B_0 \alpha \vec{u}$
 نعملو $\int$ ويني B هو جرد

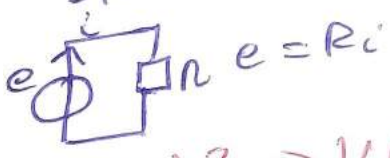
sur CD: $\vec{Flap} = 0$ car $B \perp \vec{u}$

sur DA: $\vec{Flap} = i d\alpha \vec{u} \wedge B_0 \vec{u} = -\vec{Flap}_{BC}$
 $\Rightarrow \vec{Flap} = \vec{F}_{AB} = i l B_0 \vec{u}$

Ethermi Fidaa

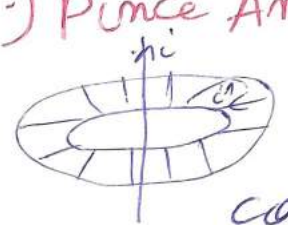
phase de deceleration: Freinage c'est $\alpha < L$: car $e \neq 0$
 d'ce c induit $\Rightarrow$ Freinage

$\frac{m dv}{dt} = \vec{Flap} \Rightarrow v \Rightarrow L \Rightarrow \alpha = \int v dt (cte)$
 $\Rightarrow$ Freinage $\Rightarrow L > \alpha \Rightarrow L > \alpha_0$



$e = Ri$
 $v \downarrow \Rightarrow V(\alpha = L)$
 $\Rightarrow$ ameliorer le freinage supprimer la phase où la vitesse est uniforme
 كيف يحد طول code الـ $\alpha = \alpha_0 (1 - e^{-t/\tau}) = L$
 $\Rightarrow t = -$

Pince Ampemetrique:



$\vec{B} = B(r) \vec{u}_\theta$
 $\mathcal{E} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacee}$
 contour? cercle: $\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_{enlacee}}{2\pi r}$

$I_{enlacee}$? $\int \delta \in [0, c] \Rightarrow I = i(\theta)$
 $\int \delta \in [0, c]$ et $r \in [a, b] \Rightarrow I = i(\theta) + H i(1/H)$
 تاريخ الـ δ و r distance

Rq: si $r \in [0, a]$ et $r \in [b, \infty[$ $\Rightarrow I = i(\theta)$
 $\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 (i(\theta) + H i(1/H))}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

2

Estelle - pryo
Herman
Crist Joice

$\Rightarrow \phi = \phi_p + \phi_m = L i_1 + M i_2$
 $\Rightarrow L = \frac{\mu_0 \ln(b/a) c}{2\pi} \quad ; \quad M = \frac{\mu_0 \ln(b/a) c}{2\pi}$
 (permeability $\propto H^2$ (dimaaaa))

□ / □
c) x 2 d)

•) letore est finie dans un B von $\Rightarrow$ Heurman: appanien
de $i_1(t)$ induit dans letore.
Ehermi Fiolaa

Leumman! appantian
Eherm Fiolaa
A

fil: 

$$\phi_{\text{fil}} = L_{\text{fil}} \cdot i(t) + M i_1(t)$$

$$\Rightarrow u(t) + e_{\text{fil}}(t) = R_{\text{fil}} i(t)$$

pipe tone

credence, toe prege
fiel matenelle

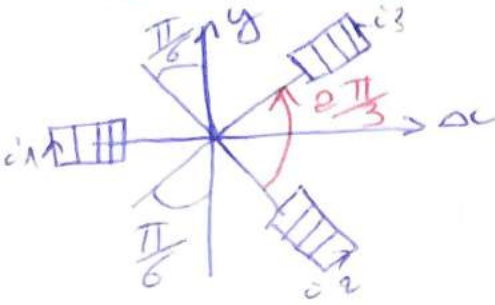
régime continue $\Rightarrow$ i et B sont de % temp $\Rightarrow$ pas d'induction

$$H(u=0) = 0 \text{ (point of reference)}$$

$\Rightarrow$ filte passe bas en régime permanent (var)

⇒ filtre passe bas en régime permanent
⇒ calibrage ? sensibilité ⇒ précision : quantifier

rotor Asynchrone: (1)



$$\vec{B} = \frac{\sqrt{3}}{2} I_m [\cos(\omega_s t) \vec{ux} + \sin(\omega_s t) \vec{uy}]$$

$\|\vec{B}\| = ct$ or $\vec{B} = \vec{B}(t) \Rightarrow \omega = \omega(t)$
 $\Rightarrow B$ est un vect. tournant d'int $\vec{ux}$
 de vitesse angulaire $\vec{\omega_s} = \omega_s \vec{ux}$
 $\omega_s = 2\pi f = \omega = \frac{2\pi H}{60} \Rightarrow H = -$

.) rotor: cadre de surface S contient N spires

$\omega =$ vitesse angulaire de rotor

$\omega_s =$ " " " " " stator

$$\phi = (\vec{ux}, \vec{n}) = \omega t$$

$$\theta = (\vec{ux}, \vec{B}) = \omega_s t$$

$$\omega \leq \omega_s$$

Ehermi Fidaa



produit scalaire
 pour angle les 2 vects

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \|\vec{B}\| \cdot N \cdot S \cdot \cos(\theta - \phi)$$

$$= B H \cdot S \cos((\omega_s - \omega)t)$$

.) $\phi \neq 0$ si $\omega_s \neq \omega \Rightarrow$ mot asyn.

.) $\phi = 0$ si $\omega_s = \omega \Rightarrow$ mot syn

$\omega_s - \omega = \omega_r \Rightarrow$ vitesse de glissement: rot de ~~stat~~ rot % $\vec{B}$

$$\phi = B H S \cos(\omega_r t) \Rightarrow e = -\frac{d\phi}{dt} = B H S \omega_r \sin(\omega_r t)$$

$$= \phi_m \cdot \omega_r \sin(\omega_r t)$$

.) circuit eq: $\Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri(t) = e(t) = \phi_m \omega_r \sin(\omega_r t)$

$\Rightarrow$ régime permanent sinus $\Rightarrow$ complexe $\sin(\omega_r t) = -ie^{i\omega_r t}$
 $\Rightarrow \underline{I_m} = \frac{e}{Z} \Rightarrow i(t) = |\underline{I_m}| \cos(\omega_r t + \phi)$ ang $|\underline{I}|$
 $= |\underline{I_m}| \sin(\omega_r t + \phi + \frac{\pi}{2})$

.) couple électr
 cas d'un dipole:

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}$$

$$\vec{T} = \vec{M} \wedge \vec{B} = i(t) \vec{S} \wedge \vec{B}$$

$$= i(t) \cdot S \cdot H \cdot \vec{n} \wedge \vec{B}$$

$$= i(t) S H B \sin(\theta - \phi)$$

$$= i(t) \cdot S \cdot H \cdot B \sin(\omega_r t) \vec{ux}$$

prod vectorielle

$\vec{ux}$ couple

$\langle M \rangle ?$ or $M(t) = S H B i(t) \cdot \sin(\omega t) \underline{u_2}$
 $= S H B I M \sin(\omega t - \varphi) \sin(\omega t) \underline{u_2}$
 or $\sin(\omega t - \varphi) \sin(\omega t) = \sin^2(\omega t) \cos \varphi - \cos(\omega t) \sin(\omega t) \sin \varphi$
 $\Rightarrow \langle - \rangle = \frac{1}{T} \cdot \cos \varphi$ or $\cos \varphi = \frac{\text{Reel}}{\sqrt{(\frac{R}{L})^2 + \omega^2}} = \frac{R/L}{\sqrt{(\frac{R}{L})^2 + \omega^2}}$

$\Rightarrow J_{em} = -$

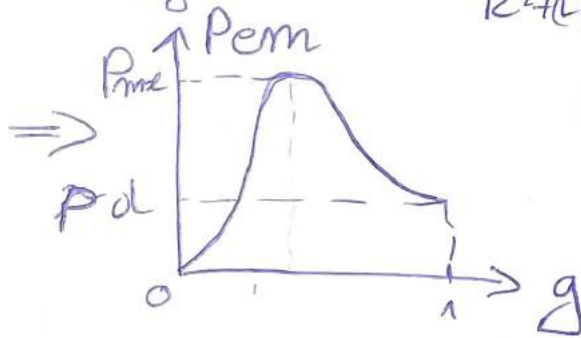
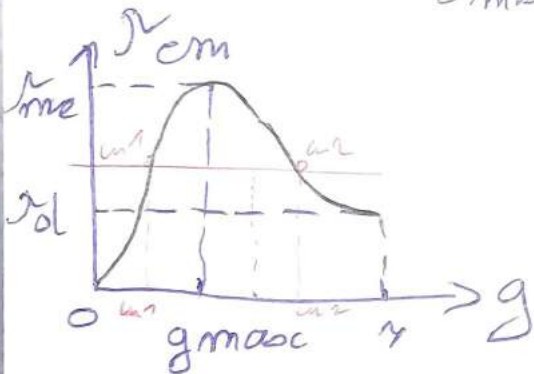
1) $g = \frac{\omega S - \omega \frac{u_1}{u_2}}{\omega S}$

on raisonne sur u et

1) moteur à l'arrêt $\Rightarrow \omega = 0 \Rightarrow g = 0$

$J_{em} = J_0 \cdot \frac{R L \omega}{R^2 + (L \omega)^2} = J_0 \frac{R L g \omega S}{R^2 + (L g \omega S)^2}$ *au démarrage: $g=1; \omega=0$*

Rq: $R \leq L \omega S \Rightarrow J_{max} ? \Rightarrow \frac{dJ}{dg} = 0 \Rightarrow d\left(\frac{J_0 g}{R^2 + (L g \omega S)^2}\right) = 0$



Ehermi Fidaa

1) condition de tat: si $J_d > J_n \Rightarrow$ marche
 sinon $\Rightarrow$ arrêt (coefficient ω)

$J_0 < J_{em} < J_{max}$: 2 pt de tat

stabilité?

① E. poten $\begin{cases} \text{min: eq stable} \\ \text{max: instable} \end{cases}$

② étude d'evol de syst a V (pas eq): $\begin{cases} g = \frac{\omega S - u_1}{\omega S} \\ \text{TMC: } \sum \frac{d\omega}{dt} = J_{em} - J_n \end{cases}$

à l'éq: $J_{em} = J_n$

1) pour u_1 : on l'écoute de rapa d'éq vers $g \Rightarrow J_{em} \Rightarrow$
 $\Rightarrow J_{em} < J_n \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} < 0 \Rightarrow \omega \downarrow \Rightarrow g \uparrow$: stable

1) pour u_2 : $J_{em} \uparrow$, $J_{em} - J_n > 0 \Rightarrow \omega \uparrow \Rightarrow g \downarrow$: qui rapa: instable

2) Bilan de Puiss

$P_e = U \cdot I$
 $P_{méc} = P_{em}$
 $P_s = R I^2$

rendement: $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{fourni}} = \frac{P_{méc}}{P_e}$

Force centrale

.) Varie en $\frac{1}{r^2}$ et de type $\vec{F} = F(r) \vec{u}_r$ (sphérique)

.) $\vec{F} = -\vec{\text{grad}} E_p$; $F_r = -\frac{dE_p}{dr}$

.) Newton: $\vec{F} = -G \frac{M_1 M_2}{r^2} \vec{u}_r = M_2 \cdot \vec{g}(M) \Rightarrow \vec{g}(M) = -\frac{GM_1}{r^2} \vec{u}_r$

.) Coulomb: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$

.) $E_p = \frac{k}{r} + \text{cte}$; $k = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}$

$L_O = I \omega$

.) $T_{mc} : \frac{dL_O(M)}{dt} = \vec{r}_O(F) = \vec{OM} \wedge \vec{F} = r \vec{e}_r \wedge F \vec{e}_r = 0$

.) $\frac{dE_m}{dt} = P_m = 0$
Em constante

$\Rightarrow$ moment cinétique q cte.
cont de vitesse plan $\vec{L}_O = m \vec{OM} \wedge \vec{v} = \text{cte}$ m axiale
loi des aires (l'aire balayée par OM et r)

.) constante d'air: $C = r^2 \dot{\theta} = r^2 \omega = m s r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z = \vec{OM} \wedge m \vec{v} \vec{u}_z$

.) $E_m = E_c + E_p = \text{cte}$ (F conservative)

.) $E_m = \frac{1}{2} m v^2 + E_p(r)$

mq ref barycentrique confondue avec ref géo: $\frac{ms}{MT} < 1$

$E_p(r) = \frac{k}{r} + \text{cte}$

$\vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_r + r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta$

$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_p(r)$

Ethermi Fidaa

ref géocentrique: centre de la terre et 3 autres points des étoiles lointaines
 $\rightarrow$ n'est pas galiléen

ref Kepler: centre de soleil

ref galiléen: principe d'inertie est vérifié: les corp point lib est en mvt rectiligne uniforme

ref barycentrique: centre d'inertie G du système est immobile
noté R₀ il est galiléen si G est en mvt rectiligne uniforme relatif

mécanique: $\Sigma F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{dp}{dt}$; $p = mv$

$\Sigma M = \Sigma \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dt}$; $L = \Sigma m$

.) Force de rappel: $-k \vec{sc}$; $k = m_0 \omega^2$
 $\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

.) Poids $\vec{P} = m\vec{g} \downarrow$

.) Force de frottement: $\vec{F}_f = -\alpha \frac{d\vec{r}}{dt}$

.) $\phi = \frac{\text{propre}}{\text{externe}} = \frac{\omega_0}{\omega}$
Armature A

.) $\Delta m = \frac{\omega_0}{\phi}$

.) $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

.) $\vec{F}_B = q \vec{v} \wedge \vec{B}$

Eherm Fidaa


Pg, F.c:
 $\vec{F} = -G \frac{M_T \cdot m_s}{(R+h)^2} \vec{ur} = -\frac{m_s V^2}{(R+h)} \vec{ur}$
 $\Rightarrow V = \sqrt{\frac{G M_T}{R+h}}$

.) $T = \frac{2\pi (R+h)}{V} = \frac{2\pi R}{V}$
 $\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{G M_T}}$

.) $T^2 = 4\pi^2 \frac{R^3}{G M_T} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G M_T}$ (3eme)
loi de Kepler
 des lois de app elliptique
 $R = a \leftarrow$ grand axe

Résol de l'éq diff: $\frac{1}{2}$

1er ordre:

$$y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$$

$$\textcircled{1} y'(x) + a(x)y(x) = 0$$

$$f: x \mapsto \lambda e^{-A(x)}$$

$$A = \int a(x) dx$$

$$y_p? \Rightarrow y = dx \Rightarrow y = -$$

$$x''(t) + a x'(t) = c$$

$$x_H = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$x_p = dx \Rightarrow x_p = \frac{c}{a}$$

2ème ordre:

$$x''(t) + a x'(t) + b x(t) = c$$

$$x = x_H + x_p$$

$$x_p = \frac{c}{b}$$

$$x_H? \Rightarrow \lambda^2 + a\lambda + b = 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4b$$

$$\Delta > 0: \text{2 sol réels: } \lambda_1, \lambda_2 = \frac{-a \pm \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow x(t) = \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{\lambda_2 t} = e^{-\frac{at}{2}} \left[\lambda_1 e^{\frac{\sqrt{\Delta}}{2} t} + \lambda_2 e^{-\frac{\sqrt{\Delta}}{2} t} \right]$$

$$\Delta = 0: \text{sol réelle double:}$$

$$x(t) = (A + Bt) e^{\lambda t}$$

$$\Delta < 0: \text{sol comp conjuguées: } \rightarrow \text{sinusoïdale}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a \pm i\sqrt{\Delta}}{2}$$

$$x(t) = e^{-\frac{a}{2}t} \left[c_1 e^{-\frac{i\sqrt{\Delta}}{2}t} + c_2 e^{\frac{i\sqrt{\Delta}}{2}t} \right]$$

$$\text{ou } x(t) = e^{-\frac{a}{2}t} \left[\lambda_1 \cos\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t\right) + \lambda_2 \sin\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2}t\right) \right]$$

$$\text{Rq: si } c = d(t) \rightarrow \text{complexe}$$

$$\text{Rq: oscillation harmonique}$$

$$y'' + \omega^2 y = 0 \Rightarrow y = A \cos(\omega t) + A \sin(\omega t)$$

$$\Delta < 0$$

$$\text{Rq: eq diff non linéaire} \rightarrow \text{séparation complexe}$$

$$\begin{aligned} \text{Rq:} \\ e^{i\omega t} &= \cos(\omega t) \\ -ie^{i\omega t} &= \sin(\omega t) \\ ie^{i\omega t} &= -\sin(\omega t) \end{aligned}$$

Elhami Fidaa

A

Electrostatique ①

charge au repos (ne dépend pas du t)

effet produits $\xleftrightarrow{\text{interaction}}$ actions subies
 $\vec{E}(M), V(M)$ $\vec{F}_e, E_{pe}$

th de Green: $\iiint \text{div } \vec{r} \cdot d\vec{z} = \iint_S \vec{r} \cdot d\vec{S} = \phi(R, S)$

$$\text{div } \vec{r} = \vec{r} \cdot \vec{r} = \frac{\partial x}{\partial x} + \dots$$

ligne champ: tg $\vec{E}$ et $\perp$ aux équipot: $\vec{E} \perp d\vec{l} = 0$

th de Stokes:

$$\iint_S \text{rot } \vec{r}(M) \cdot d\vec{S} = \int_{\gamma} \vec{r}(M) \cdot d\vec{l}$$

$$\text{rot } \vec{r} = \vec{r} \wedge \vec{r} \quad \text{Ehermi Fiolaa}$$

calcul de champ $\vec{E}(M)$:

1) invariance et symétrie:

$\vec{E}$ est un vecteur polaire qui se comporte comme des charges (sources).

symétrie: plan coupe E_{pe} distrib de charge en 2 parties symétriques et trans m. ces axes possèdent

invariance: champ ne varie pas lorsque on fait un mt d'il b axes.

Rq: invariant sur l'étendu ($r \rightarrow \infty$)

ex: $0 \leq r \leq a$ ou $0 \leq r \leq a$
 $\Rightarrow$ ne varie pas sur z

$e \gg r$ ou $r \gg e$: invariance de translation
 si $R \gg e$: invariance de translation et rotation

+ invariance de rotation $u \theta$

Rq: $\vec{E} = \vec{E}(r) \vec{u}_r$ m composante m variable

sphère: $E(r) \vec{u}_r$, cylindre

calcul:

direct: $d\vec{E}(M) = \frac{dq(P)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{PA}}{r}$

$dq = \begin{cases} \rho dz (\text{fil}) \\ \sigma dS (\text{app}) \\ \rho dV (\text{volume}) \end{cases}$ (pointuelle) (surface et volume)

th de Gauss:

$$\text{flux: } \phi = \iint_{S_0} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad \left| \begin{array}{l} d\vec{S} \parallel \vec{E} \\ \vec{E} \text{ vect normal } S \end{array} \right.$$

avec choix de surface de Gauss S_0 $\left\{ \begin{array}{l} \text{forme } E \parallel d\vec{S} \\ E \text{ est } \propto \text{variable} \end{array} \right.$

div $\vec{E} = \frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$; $\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Rq: les opérations effectuées sont variables (M) non (O)

$V(M)$: apt variable M
 $E = -\text{grad } V = -\frac{\partial V}{\partial r}$ (conservatif)

Rq: $\text{rot } (\vec{E}) = 0$: $\vec{E}$ est conservatif ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$)

calcul de $V(M)$: $V(M)$ a la même variable que E

Loi de Coulomb: $V(M) = \frac{q(P)}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{1}{r} = \frac{1}{r^2}$
 $du \rightarrow dq$

eq de poisson:

$$\text{div}(\text{grad } f) = \Delta f = \nabla^2 f$$

$$\Delta V(M) + \frac{\rho(M)}{\epsilon_0} = 0$$

si $\rho = 0$ (conducteur)
 dist. nul: $\exists V$

$\rho = 0 \Rightarrow \Delta V = 0$: apt cont: $\frac{d}{dr} (r \frac{dV}{dr})$
 $\Rightarrow V = A \log(r) + B$

$$V(M) = -\int \vec{E}(M) \cdot d\vec{l}$$

$$U = V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E}(M) \cdot d\vec{l}$$

Force électrique et E_{pe} :

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}; d\vec{F}_e = dq \cdot \vec{E}$$

$$\vec{F}_e = -\text{grad } E_p \Rightarrow dE_p = -\vec{F}_e \cdot d\vec{l} = -\delta V$$

$\Rightarrow E_{pe} = q \cdot V(M)$ (charge ponctuelle)

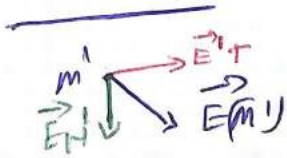
$$E_{pe} = \iiint_{\text{espace}} \frac{\epsilon_0 E^2(M)}{2} dV$$

1. pour ne pas compter l'interaction fois.
 $\frac{dE_{pe}}{dz} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

Var $\frac{1}{r^2}$ $\Rightarrow E = \frac{1}{r^2}$
 ex: $E = \frac{1}{r^2}$

relation de passage: E en $\vec{E}$ (V)

$$\vec{E}_2(M) - \vec{E}_1(M) = \frac{V(M)}{\epsilon_0} \vec{n} \wedge \vec{z}$$



$\vec{E}_T = \vec{E}_T$: continuité de composante tangente de E (pres)
 $\vec{E}_N = -\vec{E}_N$: discontinuité de composante normale de E

La magnétostatique (14)

→ effets produits par des courants permanents $c = \text{de } \gamma_0 \vec{V}$

→ courant de conduction (propre, réel)
créé par ses sources propre $\vec{E}$ et $\vec{B}$ (déplacé par $\vec{E}$ et orienté par $\vec{B}$) ($\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$)
↳ caract: $\vec{j} \parallel \vec{E}$ (local)
↳ intensité I (intégral)

→ loi de conduction (loi d'ohm):

$$\vec{j} = \chi \vec{E}$$

$$\vec{j} = \rho(n) \cdot \vec{V} \quad \text{PFD}$$

$$= nq \cdot \vec{V}$$

$$\rho = \frac{dq}{dz} = \frac{dN}{dz} \cdot e = ne$$

$$\vec{I}(s, t) = \frac{dq}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Etherm Fidaa A

non relativiste: $V \ll c$, PFD $\Rightarrow F_m \ll F_e$

ARCS:

- Base Freq
- $n \ll \lambda$
- $\omega z \ll 1$
- $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \ll \frac{\partial b}{\partial t}$

RQ:

- distance parcourue par 2 charge consécutif: $lc = V \cdot z$
- coeff entre V et E : mobilité
- coeff entre j et E : conductivité
- complexe $\leadsto$ mobilité complexe:
 $\chi = \frac{\chi_0}{1 + i\omega \tau} \Rightarrow \chi = \chi_0$
- $R = \frac{L}{\chi S}$

pples de $\vec{B}(M)$: statique:

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\hookrightarrow \mathcal{E} = \oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacée}}$$

symétrie: $\vec{B} \in \pi \delta \perp$: $\vec{B} \perp \vec{E}$

$\vec{j} \parallel \vec{E}$ (Loi Ohm équi)

Variance: $\vec{B}$ est invariant à l'étendu

Rq: $\text{var}(\vec{B}) \neq \text{direct}$ $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r})$

Force:

- $\vec{F}_{\text{mag}} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$
- $\vec{F}_{\text{Lap}} = d\vec{c} \wedge \vec{B}$; $d\vec{c} = \frac{\vec{j}}{S} \cdot d\vec{s}$

énergie:

- $\vec{F}_{\text{Lap}} = -\text{grad } E_{\text{pmg}}$
- $E_{\text{pmg}} = -\int \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\chi \psi$

$$E_{\text{pmg}} = \iiint_{\text{epe}} \frac{B^2(M)}{2\mu_0} d\tau = \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow L?$$

Relation de passage:

$$\vec{B}_2(M) - \vec{B}_1(M) = \mu_0 \vec{j} \wedge \vec{n}$$

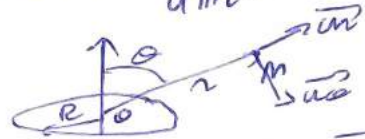
$$\rho = \frac{nM}{SA}$$

dipôle magnétique: modèle de l'atome en mt (mt des e autour du noyau)
math: sphère élémentaire de rayon R chargée à une grande distance: $R \gg R$; $\vec{r} \gg R$

dipôle actif: $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2\cos\theta \vec{u}_r + \sin\theta \vec{u}_\theta)$

$$M \equiv P$$

$$\mu_0 \equiv \frac{1}{\epsilon_0}$$



dipôle passif (placé dans $\vec{B}_{\text{ext}}$)

$$\vec{F}_{\text{Lap}} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad \text{matou Asymétrie (M B sin alpha)}$$

$$\vec{M} = \vec{S} i$$

$$E_{\text{pm}} = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

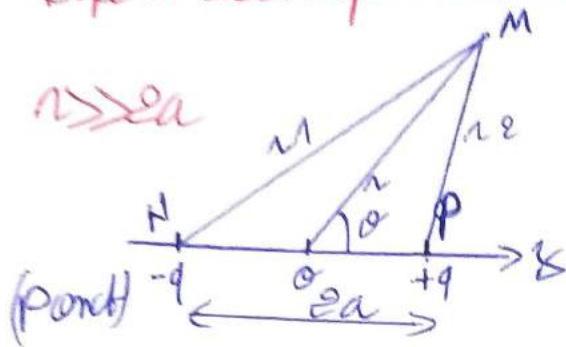
$$\vec{F}_{\text{Lap}} = -\text{grad } E_{\text{pe}}$$

si $\vec{B}_{\text{ext}} = d\vec{c}$ (uniforme)

$$\vec{F}_{\text{Lap}} = \vec{0} = \oint \vec{c} \wedge d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \left| \begin{array}{l} \oint \vec{c} \cdot d\vec{l} = 0 \\ \oint \vec{c} \cdot d\vec{l} = L \text{ [courant]} \end{array} \right.$$

Dipôle électrique: modèle math de l'atome ①

$r \gg a$



moment dipolaire $\vec{p} = q \cdot \vec{HP} = q \cdot 2a \vec{u}_z$
en m.C pour des charges ponctuelles

.) V? loi de coulomb: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$

dans cette cas: $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ conc a 2 ch

$$\begin{cases} r_1^2 = a^2 + r^2 + 2ar \cos \theta \approx r^2 + 2ar \cos \theta \\ r_2^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta \approx r^2 - 2ar \cos \theta \end{cases} \quad r \gg a$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{(r^2 + 2ar \cos \theta)^{1/2}} = \frac{1}{r} \cdot (1 + \frac{2a \cos \theta}{r})^{-1/2} + \Delta L$$

$$= \frac{1}{r} \left(1 - \frac{a \cos \theta}{r} \right)$$

$$\Rightarrow V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{a \cos \theta}{r} \right)$$

.) E? $\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$; $\vec{E} = \vec{E}(\theta, r) = E_r \vec{u}_r + E_\theta \vec{u}_\theta$

$$= -\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta)$$

Cherri Fidaa

.) $E \perp$ surface équipotentielle $\Rightarrow V = \text{cte} \Rightarrow r = r_0 \sqrt{\cos \theta}$

$E \parallel$ ligne de champ $\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$; $d\vec{l} = dr \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta$

$$\Rightarrow r = r_0 \sin \theta$$

.) énergie électrostatique: $W_e = \frac{-q^2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{1}{2} q \cdot V_i$

$$V = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

.) $\vec{F} = \vec{0}$ car $\vec{R} = \vec{FH} + \vec{FP} = -q\vec{E}_0 + q\vec{E}_0 = \vec{0}$

.) champ ext $\vec{E}_0$ tq $(\vec{E}_0, \vec{z}) = \psi \vec{E}_0$

couple: $\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}_0$; $\vec{OH} \wedge \vec{FH} + \vec{OP} \wedge \vec{FP}$
($\sin \phi$) prod vect

energie potentiel: $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0$ $F_e = -\text{grad } E_p$

($\cos \psi$) prod scalaire

.) position d'éq: $\frac{dE_p}{d\psi} = 0 \Rightarrow p_0 E_0 \sin \psi = 0 \Rightarrow \begin{cases} \psi = 0 \text{ stable, min. d'engie} \\ \psi = \pi \text{ instab, max. d'engie} \end{cases}$

dipôle magnétique: modèle de l'atome en mt (mt c'est de rayon) $\odot$
 math: sphère élémentaire de rayon R observé à une grande distance.

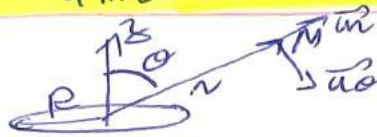
app: $r \gg R$

.) dipôle active:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (\sin\theta \vec{u}_\theta + \cos\theta \vec{u}_r)$$

$$M \equiv P$$

$$\mu_0 \equiv \frac{1}{\epsilon_0}$$



.) dipôle passive: placée dans $\vec{B}$ ext (moten asyn)

$$\vec{P}_{Lap} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad (\sin -)$$

$$\vec{M} = \vec{S} \cdot \vec{i} = S \vec{i} \cdot \vec{n}$$

Ehermi Fidaa
A

$$E_{pm} = - \vec{M} \cdot \vec{B} \quad (\cos -)$$

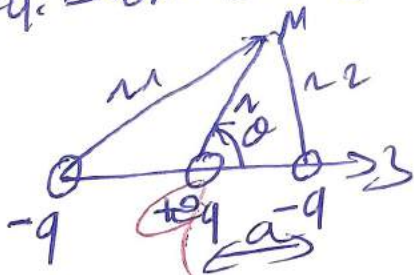
si $\vec{B}$ ext = de uniform: $\vec{P}_{Lap} = \vec{0} = \oint r \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B} = \vec{0}$

Rq: molécule CO_2 : $O=C=O$ $\vec{p}=0$ (pion)
 $\rightarrow O \leftarrow$

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = q a \vec{u}_1 - q a \vec{u}_2 = \vec{0}$$

H_2O , HCl et NH_3 ont un $\vec{p} \neq 0$ car leurs centra de gravité des charges $\oplus$ et $\ominus$ ne coïncident pas.

Rq: si on a 3 charge $-q$, $+2q$, $-q$



$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right]$$

3 charge

$$Rq: \vec{r} = \vec{r} + a \vec{e}$$

Régime variable

*) Eq de conservation de la charge :

$$I = - \frac{dQ}{dt} (S, t)$$

$$\Rightarrow \text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

cond: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, $\rho = nq$; $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
 $\Rightarrow$ eq diff de ρ

Rq: $i = \frac{dQ}{dt}$ courant à travers section, surface ouverte

*) courant de déplacement:

$$\vec{j}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

- courant car $[\vec{j}_D] = [\vec{j}]$

et $\vec{j}_D$ une source de $\vec{B}$ comme $\vec{j}$

- math: $\vec{j}_D$ est un terme de correction

de l'éq maxwell Ampère.

condensateur: 

il explique la fermeture d'un circuit contenant c : dép d'information, énergie, sans dép de matière.

Elhami Fidaa

*) Eq de maxwell:

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho(m)}{\epsilon_0} : MG$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} : M.F$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 : M.Q$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} : M.A$$

effet = cause $\leftrightarrow$ propre: $\vec{j}$ et $\vec{j}_D$
 $\leftrightarrow$ induit: $\vec{j}_D$

$\frac{\partial}{\partial t}$ de l'un induit l'autre

Bilan d'énergie (de Poynting):

$\rightarrow$ Bilan intégral:

$$P_{em} = -P_{ray} - P_E$$

$$\langle P_{em} \rangle = \langle P_{ray} \rangle + \langle P_E \rangle$$

$$P_{em} = \frac{dU_{em}}{dt}$$

$$U_{em} = \iiint_{\text{espace}} u_{em} ; u_{em} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$P_i = \iiint_{\text{dist}} \vec{j} \cdot \vec{E} dz = U \cdot I$$

$$P_{ray} = \iint \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} ; \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} : \text{Vect de Poynting}$$

surface $\rightarrow P_{ray}$: puissance rayonnée

$\rightarrow$ Bilan local d'énergie:

$$\frac{\partial}{\partial t} U_{em} = -\text{div } \vec{\Pi} - \vec{j} \cdot \vec{E}$$

densité vol $\uparrow$ de P_{ray} (contacts) densité vol de P_E

$\frac{\partial E}{\partial t}$ induit $\frac{\partial B}{\partial t}$ } couple em de type espace temps
 $\frac{\partial B}{\partial t}$ induit $\frac{\partial E}{\partial t}$

pour un syst cylindrique et on n'a pas de l'expansion de rot ion fait stock.

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} ; \vec{E} \parallel \vec{l} ; \vec{B} \parallel \vec{S}$$

donc l'ARMS: l'effet induit $\vec{E}$ est très faible %
 à ces causes $\vec{B}$; $u_{em} \gg u_e$
 dans un solénoïde $P_E = 0$ car $\vec{j} = 0$
 court-circuit.

en ARMS: (lente) $\vec{j}_D \ll \vec{j}$

$$\omega \ll \omega_c$$

$$PM \ll \lambda = CT$$

entre les armatures: $\vec{j} = 0$ (vide)

$$P_q \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \rightarrow \text{si } dl = d\phi \rightarrow B \cdot 2\pi r$$

intégral sur ϕ de 0 à 2π

si $B = B(r) \rightarrow E_{induit} = E(r)$
 comme sources $\vec{B}$

$$\oint \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

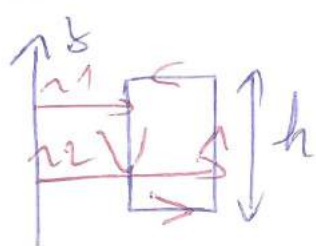
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}, \quad d\vec{S} \parallel \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

on B_1 induit $E_2 \Rightarrow$ même variable

choix de contour:

$$\begin{cases} d\vec{l} \parallel \vec{E} \Rightarrow d\vec{l} = d\vec{l} \vec{u}_y \\ \text{ferme} \end{cases} \Rightarrow \square$$

$E = d\phi \Rightarrow r = ct$



$$r \ll E_0 \Rightarrow \vec{E}(0, y) \approx \vec{E}_0$$

$$E_z(r) \cdot h - E_z(0) \cdot h = - \iint \frac{\partial B_1}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

pour $r_2 = r$ et $r_1 \approx 0$
(E_0)

$$E_z(r) h = - \iint \frac{\partial B_1}{\partial t}$$

condensateur: $\rho = j = 0$

green:

$$\iiint \text{div} \vec{A} \cdot d\vec{z} = \iint \vec{A} \cdot d\vec{S} : \phi$$

stock:

$$\iint \vec{\nabla} \times \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} : E$$

Ehermi Fidaa

(Signature)

théorique

Vide: OPPM

lambdation $\Rightarrow \square E: \Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

si $E = e^{i(kx - \omega t)}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = i\omega \\ \frac{\partial}{\partial x} = ik \end{cases}$

$\text{div } E = 0 \Rightarrow \nabla \cdot E = 0 \Rightarrow i k \perp E = 0 \Rightarrow TE$

$B = \frac{E \wedge E}{\omega} = \frac{v_p \wedge E}{\omega}$

$\frac{dP_j}{dz} = j E = 0$ (comportement) $k = \frac{\omega}{c}$

$u_{em} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$ transport d'énergie

$\Pi = \frac{E \wedge B}{\mu_0}$ $\Rightarrow \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \omega E^2$

$\rho = \frac{\omega}{k}$: vitesse de phase

$v_g = \frac{d\omega}{dk}$ (différentielle) : vitesse de groupe

modèle car Vel Emg $\rightarrow \Pi$

Plasma:

- gaz $\rightarrow$ PPD, particule non relativiste $v \ll c \Rightarrow$ limite
- plasma $\equiv$ ionosphère (gaz ionisé)
- $\{e^-\}: m_e; q = -e; N_e \Rightarrow v_e \gg v_p$ (fixe)
- ions $\equiv$ protons $m_p; q = e; N_p$ $\Rightarrow$ mobile
- $N = N_p = N_e \Rightarrow \rho = 0$ neutre $\Rightarrow \text{div } j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- dilué $\begin{cases} H \text{ faible} \\ \mu = \mu_0 \text{ et } \epsilon = \epsilon_0 \text{ (vide)} \\ \text{frat} \ll \beta_e \end{cases}$

PPD $\rightarrow \vec{v}_e, \vec{v}_p$: $\begin{cases} m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -eE \\ m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = eE \end{cases}$

$\frac{f_m}{f_p} = \frac{q v_{AD}}{4E} = \frac{v}{c} \ll 1$

$\Rightarrow m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -eE \Rightarrow$ régime permanent complexe

$\begin{cases} i\omega m_e \vec{v}_e = -eE \\ i\omega m_p \vec{v}_p = eE \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_e \\ v_p \end{cases}$

$j = j_e + j_p = \frac{-i N_e e^2}{m_e} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega_p^2} \right) \cdot E$

$\omega_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\epsilon_0}}$: pulsation propre du plasma

$j = -i \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega} E \Rightarrow \chi = \frac{-i \epsilon_0 \omega_p^2}{\omega} \Rightarrow \frac{dp_j}{dz} = 0$

$\rho = 0 \Rightarrow$ onde TE car $\text{div } E = 0 \Rightarrow \nabla \cdot E = 0$

$\text{rot}(\text{rot } E) = \text{grad}(\text{div } E) - \Delta E$

$-\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 j + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}) = -\Delta E \Rightarrow k = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$

$\Rightarrow \Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = j$ milieu plasma

onde e-m

$E(M(t)) = E_0 e^{i(\omega t - k_0 M)}$ $E_0 = E_0 e^{i\phi}$

conducteur

- étude de l'onde transmise: (base fréq, APQS)
- onde réf? $\rightarrow$ transition: émission
- $j = \sigma E$; $\text{rot}(\text{rot } E) = \text{grad}(\text{div } E) - \Delta E$
- $\Rightarrow k^2 E = -i\omega \mu_0 j$; $\sigma = \frac{\omega_p^2}{\omega}$
- $\rho = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}$

$\Rightarrow k = \frac{1 - i}{\delta} \Rightarrow$ onde prog atténuée

si δ réel: cond parfait $\delta \rightarrow \infty \Rightarrow k \rightarrow 0 \Rightarrow E_t \rightarrow 0$

$\Rightarrow E_0 t = E_0 e^{-\frac{\omega}{\delta} z}$

à bin: $j = \sigma E \rightarrow \infty$: absorption

étude de l'onde réfléchi (total) $k = \frac{\omega}{c}$

$E_r = -E_i = E_0 e^{i\pi}$ (réf. totale)

$\Rightarrow E = E_t + E_r$: stationnaire

$B = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) \wedge \text{div } E$

$\Rightarrow \text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -i\omega B \Rightarrow B = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) \wedge \text{div } E$

$\Rightarrow$ relation de passage: $E_{\text{cond}} = (E_{\text{air}}) = \frac{V_{\text{air}}}{V_{\text{cond}}}$

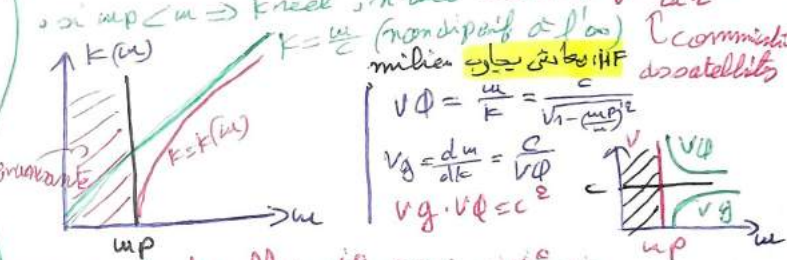
$\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{D}_1 = \frac{1}{2} (V_{\text{air}}) E + \frac{1}{2} j \vec{D}_1 \wedge \vec{B}$ $\Rightarrow$ stat: Energy

$n = \frac{c}{v_p} = \frac{k}{k_0}$: indice, comparaison

$n^2 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \Rightarrow n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

si $\omega_p > \omega \Rightarrow k$ imag, n imag $\Rightarrow n = \pm i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega^2}}$

$\Rightarrow$ onde stat atté: évanescence



énergie, not réelle; $e^{i\phi} = \cos$; $-i e^{i\phi} = \sin$

$v_g = \frac{d\omega}{dk}$: plasma dispersif; $v_g \neq v_p$

$\langle E \rangle = H \langle \frac{1}{2} m_e v_e^2 \rangle$

$\langle \Pi \rangle = \langle \frac{E \wedge B}{\mu_0} \rangle = \frac{k E^2}{2 \mu_0 \omega}$ car $B = \frac{E \wedge E}{\omega}$ et $k \neq k_0$

$u_{em} = \langle \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \rangle + \langle \frac{B^2}{2\mu_0} \rangle \rightarrow \frac{c^2}{2}$

$\langle u_{\text{stat}} \rangle = \langle u_{em} \rangle + \langle u_{\text{stat}} \rangle$; $\langle \Pi \rangle = \langle u_{\text{stat}} \rangle \cdot \text{Vitesse } \vec{v}_p$

coeff et facteurs de réf et transmission:

$E_i = E_{0i} e^{i(\omega t - k_0 z)}$ $B_i = \frac{1}{\omega} \wedge E_i$: vide

$E_r = E_{0r} e^{i(\omega t + k_0 z)}$ $B_r = \frac{1}{\omega} \wedge E_r$: vide

$E_t = E_{0t} e^{i(\omega t - k_0 z)}$ $B_t = \frac{1}{\omega} \wedge E_t$: milieu: ions

car $k = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} = n^2 k_0$

ion $n > 1$

atom $n < 1$

vide

Ehann Fidaa

- 1) $E = E_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow$ onde plane
 - 2) $E = E_0 \cos(\omega t) \sin(ky) \rightarrow$ stationnaire $kx = 0$
 - 3) $E = E_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - kx) \rightarrow$ prog atténué
 - 4) $E = E_0 e^{-\alpha x} \sin(\omega t) \rightarrow$ stationnaire atténuée $\sin(\omega t)$
 - 5) $E = E_0 \cos(ky) \sin(\omega t - kx) \rightarrow$ prog ondulatoire et stationnaire y
- limitation $\Rightarrow$ quantification: $n \Rightarrow$ hybride

$\vec{k}(\omega) = (k_{réel} + i k_{im})$

prop $\rightarrow$ atténuation

relation de dispersion $\left\{ \begin{array}{l} v_{ph} \\ v_g \end{array} \right.$

direction de prop

$P=0 \Rightarrow V \neq 0$

$V = \int_0^{\infty} P dx$ ou relation de passage

stationnaire: 2 oppm invers $\Leftrightarrow$

Heuvel: $\sin(k_0 x) = 0 \Rightarrow x = -$

Ventre: $\sin(k_0 x) = \pm 1 \Rightarrow x = -$

$\vec{D}, \vec{J}, \vec{S} \parallel \vec{E}$

$\Rightarrow$ relation de passage

en $\alpha = 0$

$\vec{E}_c - \vec{E} = \frac{V(\omega)}{E_0} \frac{\vec{u}_x}{C \vec{u}_p}$

$\vec{B}_c - \vec{B} = \frac{V(\omega)}{E_0} \frac{\vec{u}_x}{C \vec{u}_p} \Rightarrow \vec{J} \parallel \vec{E}$

Pq: $dF_e = q \vec{E} = q (E_{cond} - E_{plan})$

$= V ds \left(\frac{V}{E_0} - \frac{V}{2E_0} \right)$

$= \frac{V^2}{2E_0} ds \Rightarrow P = \frac{V^2}{2E_0} \frac{dF}{ds}$

$\frac{1}{2}$, M voisin du plan

- $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\epsilon_0} (M \cdot \vec{u})$: E du en présence de charge
 - $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} (M \cdot \vec{u})$: $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ induit E couplage
 - $\text{div } \vec{B} = 0 (M \cdot \vec{u})$: B ne du pas car il n'y a pas de monopoles
 - $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} (M \cdot \vec{u})$: relie B à ses sources propres et induites
- elbt $\equiv$ cause (excitation)

$\langle S_{\text{vem}} \rangle = \iiint \langle u_{em} \rangle d\vec{r}$

pendant dt avec vitesse $\vec{v}$: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

bornes? $\int_a^b d\vec{r} \int_0^b \int_0^b \langle u_{em} \rangle dx dy dz$

$\Rightarrow d\vec{r} = a b (v dt)$

$\langle S_{\text{vem}} \rangle = \int_a^b \int_0^b \int_0^b \langle u_{em} \rangle dx dy dz$

$\frac{1}{b} \int_0^b \sin^2 dy \cdot b = \frac{b}{2}$

$\frac{1}{2} v_{rms}$

$P_{em} = -P_j - P_m$

bilan de Poynting intég: $P_{em} = -P_j - P_m$

bilan moyenne: $\langle P_{em} \rangle = \langle P_j \rangle + \langle P_m \rangle$

$\langle P_{em} \rangle = \frac{dW_{em}}{dt}$

hélicité: $h = \left(\vec{E} \wedge \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot \vec{F}$

si $h > 0 \Rightarrow$ pol gauche $\rightarrow$

si $h < 0 \Rightarrow$ pol droite $\rightarrow$

$Q = 0$ ou π : rectiligne

$Q = \pm \frac{\pi}{2}$: circulaire

ou bien: $E_y = E_0 y \cos(\omega t - Q)$

si $\sin Q > 0$: P. gauche

si $\sin Q < 0$: pol droite

2 circulaires opposés $\Rightarrow$ rectiligne

$\vec{E}_1 = a \cos \omega t \vec{u}_x + b \sin \omega t \vec{u}_y$: rectiligne

$\vec{E}_2 = a \sin \omega t \vec{u}_x + a \cos \omega t \vec{u}_y$: circulaire

$\vec{E}_3 = a \cos \omega t \vec{u}_x + b \sin \omega t \vec{u}_y$: pol elliptique

$\vec{E}_4 = a \cos \omega t \vec{u}_x + a \sin(-\omega t) \vec{u}_y$: elliptique

$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_x$

$= \int \frac{E_0}{2} \cos(\omega t + kx) + \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - kx)$

$= \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - kx) + \frac{E_0}{2} \sin(\omega t + kx)$

pour onde rotatoire: 2 cir opposés $\rightarrow$ rectiligne

Pq: milieu biréfringent, 2 indices

Shermi Fidaa

onde plasma:

$$\underline{n} = \frac{E_{0z}}{E_0} = \left(\frac{E_{0z}}{E_{0i}} \right) e^{i\Phi_{0z}}$$

$$\underline{t} = \frac{E_{0t}}{E_0} = \left(\frac{E_{0t}}{E_0} \right) e^{i\Phi_{0t}}$$

⇒ relation de passage

$$\begin{cases} \underline{E}_t - (\underline{E}_i + \underline{E}_r) = \frac{V_m}{c_0} \underline{u}_z = 0 & \text{plasma} \\ \underline{B}_t - (\underline{B}_i + \underline{B}_r) = \mu_0 \underline{j}_z = 0 & \text{volume} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_t - (E_0 + E_r) = 0 \\ n E_t - (E_0 + E_r) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \underline{t} = \frac{1+n}{1-n} \\ \underline{n} = \frac{1-n}{1+n} \end{cases}$$

$$\langle \Pi_{0i} \rangle = \langle \underline{E}_i \wedge \underline{B}_i \rangle_{\text{vide}}$$

$$\langle \Pi_{0r} \rangle = \langle \underline{E}_r \wedge \underline{B}_r \rangle_{\text{vide}} (-) \rightarrow B_r$$

$\langle \Pi_{0t} \rangle$ réel:

$$\begin{cases} E = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow E = E_0 e^{i\omega t} \cos(\omega t - kz + \phi) \\ B = \frac{n E_0}{c} e^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow B = \text{réel} \frac{E_0}{c} \dots \end{cases}$$

pendant la phase

$$\Rightarrow \langle \Pi_{0t} \rangle = \text{réel}(n) -$$

↳ condition d'existence de l'onde transmise

si $n \text{ imm} : u_p > u \Rightarrow E_t = 0 \rightarrow \text{réf. tot}$

Facteur d'intensité:

$$R = \frac{P_{\text{réf}}}{P_i} = \frac{|\langle \Pi_{0r} \rangle|}{|\langle \Pi_{0i} \rangle|} = \frac{I_{\text{réf}}}{I_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = |\underline{n}|^2 = \left| \frac{E_r}{E_0} \right|^2 \\ T = \text{réel}(n) \left| \underline{t} \right|^2 \end{cases}$$

$$\text{si } u_p > u \Rightarrow n \text{ im} \Rightarrow \underline{n} = \frac{1 + i n'}{1 - i n'}$$

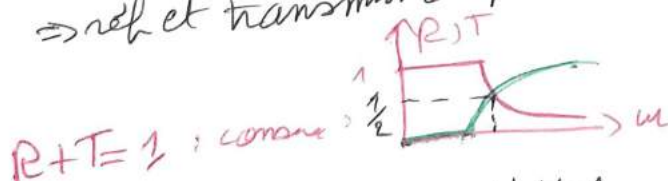
$$n = i \sqrt{\frac{\mu_0 \omega^2}{c^2} - 1} = -i n' \Rightarrow \underline{t} = \frac{2}{1 - i n'}$$

$$\Rightarrow R = 1 ; T = 0 \rightarrow \text{réf. tot}$$

$$\text{si } u_p < u \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega^2}{c^2} - 1} \Rightarrow \begin{cases} \underline{n} = \frac{1+n}{1-n} \\ \underline{t} = \frac{2}{1+n} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2 \neq 0 \\ T = n \frac{4}{(1+n)^2} \neq 0 \end{cases}$$

⇒ réf et transmission partielle



$R+T=1$: comme

en HF: $R=0$ et $T=1$: pas d'interface (transparent)

Chemi Fidia

guide d'onde 3ème année
vide limite par 2 cond parfait
réflexion totale successive
(incidence oblique $i \neq 0$ et $i \neq \pi/4$)
vérifier les cond au limites.

$$\underline{E}_g = \underline{E}_i + \underline{E}_r$$

$R \neq 0$ à cause des limites

$$\begin{aligned} \underline{F}_i &= \|\underline{F}_i\| (E_0 \cos \alpha \underline{u}_z - \sin \alpha \underline{u}_y) \\ \underline{F}_r &= \|\underline{F}_r\| (-\cos \alpha \underline{u}_z + \sin \alpha \underline{u}_y) \\ \|\underline{F}_i\| &= \|\underline{F}_r\| = E_0 \cos \alpha \quad (\text{vide}) \\ \begin{cases} F_x &= k_0 \cos \alpha \\ F_y &= k_0 \sin \alpha \end{cases} \end{aligned}$$

état $\frac{d}{dt}$

$$\begin{cases} \underline{F}_i = F_x \underline{u}_x + F_y \underline{u}_y \\ \underline{F}_r = -F_x \underline{u}_x + F_y \underline{u}_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - kx - kz)} \\ \underline{E}_r = E_0 e^{i(\omega t + kx - kz)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{E}_g = \underline{E}_i + \underline{E}_r = 2 E_0 \cos(kx) \sin(\omega t - kz) \underline{u}_y$$

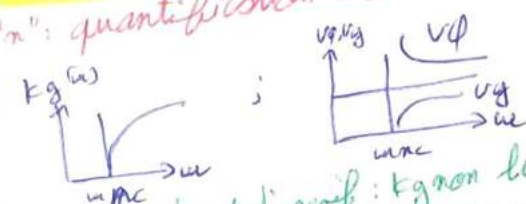
ou bien: $E = f(x,y,z) e^{i(\omega t - kz)}$
 $f(x,y,z) \Rightarrow$ eq diff: vide: $\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$
 $\Delta E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ car $\|\underline{E}\| \neq \text{cte}$, $\|\underline{E}\| = f(x,y,z)$ variable

conditions au limites: relation de passage

$$\begin{cases} \underline{E}_g(x=0) - \underline{E}_c = \frac{V_m}{c_0} \underline{u}_z = 0 \quad (\text{proj}) \\ \underline{E}_c - \underline{E}_g(x=a) = \frac{V_m}{c_0} \underline{u}_z = 0 \quad (\text{proj}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{rela de dis: } F_y^2 = \frac{\omega^2 - \omega_{nc}^2}{c^2} \rightarrow \text{plasma}$$

$\omega_{nc} = \frac{n \pi c}{a}$ cond au limite
"n": quantification ⇒ limitation



⇒ le guide est dispersif: k_g non linéaire, cette dispersion se fait par réflexion sur les conducteurs.

$$\underline{B}_g = \frac{1}{\omega} \text{rot } \underline{E}_g \text{ ou bien } \underline{B}_i \text{ et } \underline{B}_r \text{ et } \underline{B} = \underline{B}_i + \underline{B}_r$$

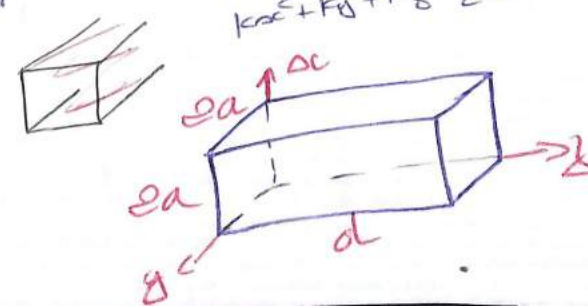
↳ B a 2 composantes: non TM

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{\epsilon_0 E^2 + \frac{\mu_0 B^2}{2}}{2} = -\frac{c^2}{2} = -\epsilon_0 E_0^2 \quad (\text{vide})$$

$$\langle \Pi \rangle = \langle \underline{E} \wedge \underline{B} \rangle \rightarrow \text{prop } g_0 \Rightarrow 1 \text{ seule compo.}$$

$$Eg: \text{cas } 2017, 2018 -$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$



$$E_x = E_0 \cos(kx - \omega t) \sin(ky) \quad \text{sin}(ky) \text{ partiel}$$

$$E_y = E_0 \sin(kx - \omega t) \cos(ky) \quad \text{cos}(ky) \text{ partiel}$$

$$E_z = E_0 \sin(kx - \omega t) \sin(ky) \quad \text{sin}(ky) \text{ partiel}$$

$$\text{Relation de disp: } \Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$\Rightarrow k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$1) \alpha = 0 \Rightarrow E_y = E_z = 0 \Rightarrow k_x = \frac{n\pi}{2a}$$

$$2) y = 2a \Rightarrow E_z = E_x = 0 \Rightarrow k_y = \frac{m\pi}{2a}$$

$$3) z = d \Rightarrow E_x = E_y = 0 \Rightarrow k_z = \frac{p\pi}{d}$$

$$4) \frac{1}{\lambda} = 0$$

$$5) \text{longitudinal: } \vec{\alpha} \Rightarrow k_x = k_y = 0 \Rightarrow n = m = 0$$

mq E comp de 20ppm en incidence oblique?

$$\text{cos} \rightarrow \text{euler} \quad E = E_0 \left(e^{\frac{i\omega y}{2c}} - e^{-\frac{i\omega y}{2c}} \right) e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}$$

$$= -i \frac{E_0}{2} (e^{i(k_x x + k_z z + \omega t)} - e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)})$$

$$= \underline{E}_1 + \underline{E}_2$$

$$E_1 = -\alpha \vec{u}_y + k_z \vec{u}_z$$

$$E_2 = \alpha \vec{u}_y + k_z \vec{u}_z$$



$$1) k_x y = -k_z z \Rightarrow \text{stat \% y}$$

$$2) k_x z = k_z z \Rightarrow \text{prog \% z}$$

Rq: si les parois ne sont pas parfaites: il y a transmission donc atténuation de l'onde

$$1) \langle P_m \rangle = \iint_S \langle \vec{T} \rangle \cdot d\vec{S}; \quad d\vec{S} \parallel \vec{T} \parallel \vec{u}_p$$

$$W_{em} = U_{em} = \iiint u_{em} d\tau$$

$$P_m = \iint \vec{T} \cdot d\vec{S}$$

$$P_j = \iint P_j d\tau \quad \int_0^b \int_0^b \sin^2 y dy dz$$

Bilan de puissance: $\text{apprès à l'antenne}$

$$P_{em} = -P_m'' - P_j$$

$$\langle P_{em} \rangle = \langle P_m \rangle + \langle P_j \rangle$$

|| ||: amplitude

$$\text{and } \langle P_{em} \rangle = \frac{\sum \langle U_{em} \rangle}{\Delta t}$$

$$Rq: \text{partie inférieure } y \text{ et oblique } z: \int_0^a dy = dz$$

Déterminer la densité d'énergie et les pressions

$$y=0 \text{ et } y=b$$

$$\vec{B}(y) \Rightarrow -P_z = \mu_0 \vec{j} \wedge \vec{u}_y$$

$$B \vec{u}_z \text{ ou } \vec{u}_y$$

$$\vec{j} \parallel \vec{E}$$

Rq: guide:

$$E''(y) + \omega^2 \epsilon E(y) = 0$$

$$\text{et } \omega^2 > 0 \quad \text{si } \omega > \omega_c$$

$$\Rightarrow E = A e^{i\omega y} + B e^{-i\omega y}$$

+ conditions limites

Rq:

$$\text{refraction limite: } i = \frac{\pi}{2}$$

$$n_0 \sin i = n \sin r$$

$$\Rightarrow r = \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right); n_0 < n$$

$$\text{reflexion totale: } r = \frac{\pi}{2}$$

$$i_{\text{max}} = \arcsin\left(\frac{n}{n_0}\right); n < n_0$$

Rq:

$$R = |\eta|^2 = \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^2$$

$$\text{si } n < n_p;$$

$$n = \pm i \sqrt{\frac{\mu_p^2 - \mu^2}{\mu^2}} \Rightarrow R = 1; \text{ réf total}$$

$$\text{si } n > n_p; R \neq 0$$

$$t \neq 0$$

Ehrami Fidaa

[Signature]

Rq: onde incidente: $\vec{E}_i = E_0 \cos(k_z - \omega t) \vec{u}_z + E_0 \sin(k_z - \omega t) \vec{u}_y$
 $\Rightarrow$ polarisation circulaire mais sens opposé de $\vec{k}_i \Rightarrow$ pol droite
 onde réfléchiée: $\vec{E}_r = -E_0 \cos(k_z + \omega t) + E_0 \sin(k_z + \omega t) \vec{u}_y$
 $\Rightarrow$ polarisation circulaire mais sens m de $\vec{k}_r \Rightarrow$ pol gauche.

Ehermi Fidaa

Rq: poutier rotatoire:

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - k_z)} \vec{u}_z$$

$$= E_0 \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z : \text{pol rectiligne suit } \vec{u}_z$$

$$= \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z \\ \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_z) \vec{u}_y \end{cases} + \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z \\ -\frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_z) \vec{u}_y \end{cases}$$

1 recti $\equiv$ somme 2 circular

$$= \vec{E}_d + \vec{E}_g$$

$$\Rightarrow \vec{E}_d = \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z + \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_z) \vec{u}_y$$

$$\Rightarrow \vec{E}_g = \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z - \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_z) \vec{u}_y$$

) $\omega = \omega_c$; $\vec{E}_d = k_d \vec{u}_z$; $\vec{E}_g = k_g \vec{u}_y$

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k_z) \vec{u}_z$$

$$= \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_d) \vec{u}_z \\ \frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_d) \vec{u}_y \end{cases} + \begin{cases} \frac{E_0}{2} \cos(\omega t - k_g) \vec{u}_z \\ -\frac{E_0}{2} \sin(\omega t - k_g) \vec{u}_y \end{cases}$$

$$= E_0 \begin{cases} \cos\left(\frac{k_d - k_g}{2} e\right) \cos\left(\frac{k_d + k_g}{2} e - \omega t\right) \\ \sin\left(\frac{k_d - k_g}{2} e\right) \cos\left(\frac{k_d + k_g}{2} e - \omega t\right) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ déphasage entre E_x et $E_y = 0 \Rightarrow$ rectiligne

$$\tan \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \tan\left(\frac{k_d - k_g}{2} e\right) \Rightarrow \alpha = \frac{k_d - k_g}{2} = \frac{\Delta k e}{2}$$

exemple de milieu rotatoire: plasma en présence de $\vec{B}_0$
 $F_m \ll F_e$ mais $F_B \exists$ car il est extérieur: $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z \Rightarrow \vec{V} = V_x \vec{u}_x + V_y \vec{u}_y$
 $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \vec{E} - q \nabla \wedge \vec{B} \Rightarrow$
 $\vec{u}_x: - \frac{V_y}{\omega} = -$
 $\vec{u}_y: - \frac{V_x}{\omega} = -$
 not couples

$$\vec{j} = \rho \cdot \vec{v} = -ne(\vec{v}_d + \vec{v}_g)$$

(2)

$$\partial V_x = -e \hbar v_g = -$$

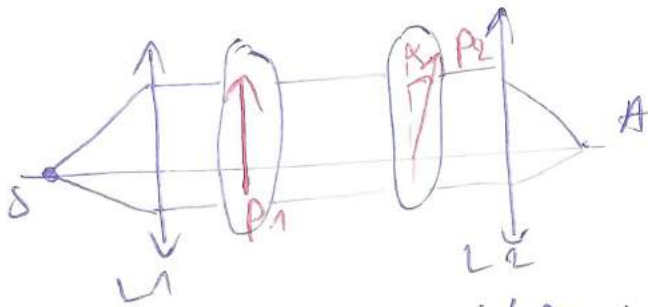
$$= \frac{u}{1 - (\frac{u}{c})^2} \left(\vec{E} + i \left(\frac{u}{c} \right) \vec{v} \wedge \vec{E} \right)$$

Ehermi Fidaa

$$u = \frac{i \omega p^2 \epsilon_0}{u}$$

pour avoir $E_x \neq 0, E_y \neq 0 \Rightarrow \det = 0$

1) a)



p: polariser

après P_1 : l'onde polarise suivant P_1 ; après P_2 l'onde polarise P_2
 $\Rightarrow E_0 \cos \alpha$

$$\Rightarrow I = I_0 \cos^2 \alpha = E \cdot E; I_0 = E_0^2$$

$\Rightarrow$ malus

Rq: extinction de lumière: $I = 0 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{2}$

$\alpha(00) = 5\pi/3 = -\pi/3 \Rightarrow$ il faut tourner P_2 de $\pi/3$ (17)

radiation absorbée: $\alpha(\lambda) = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow \frac{a}{\lambda} = \frac{1}{2} + n$

$$\frac{a}{\lambda_{00}} - \frac{1}{2} \leq n \leq \frac{a}{\lambda_{00}} + \frac{1}{2} \Rightarrow 1 \leq n \leq 2 \Rightarrow n=1$$

$\Rightarrow$ 2 radiation

Rq: 2008 therm

$$P = \sum_{max} \delta \epsilon_{th}(\frac{L}{2}) - \sum_{min} \delta \epsilon_{th}(\frac{L}{2})$$

$$L_v \cdot m = W_v$$

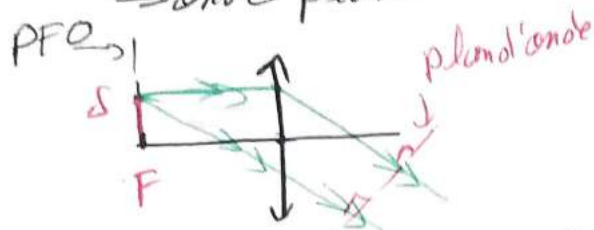
$$Rq: Q = mc \Delta T = \rho c V \Delta T$$

$$\Delta U = Q + W = mc \Delta T$$

optique géométrique $\lambda \gg \lambda$

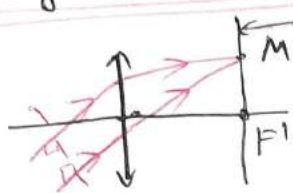
①

- source à l'infini : rayon sortent // : $S \in \text{plan Focale objet}$
 $\Rightarrow$ onde plane



Rq: objet réel: intersection au moins 2 rayons incidents.

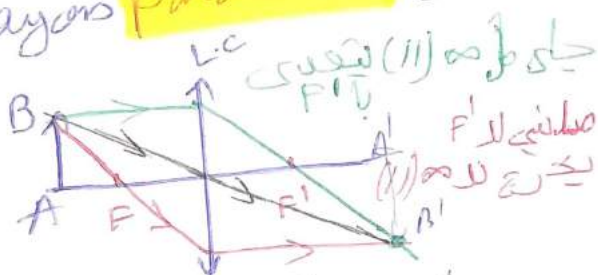
- proj d'un image à l'infini : $M \in \text{plan Focal image}$
 écran placée à PFI



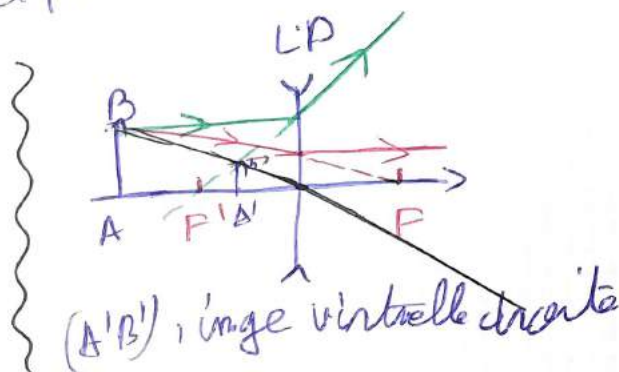
Ehrami Fidaa

Rq: image nette si le syst : stigmatique : image de pt est un pt
 - aplanétique : si $(AB) \perp \Delta \Rightarrow (A'B') \perp \Delta$

$\Rightarrow$ pour améliorer les qualité d'un syst optique, on travaille dans les condition de Gauss : qui consiste à se limiter au rayons paraxiaux. (voisin de Δ et petit inclinés % Δ) $\alpha \ll 1$



$(A'B')$: image réel renversée.



$(A'B')$: image virtuelle droite

$$F.C : \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

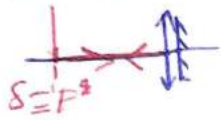
• Méthode de Bessel : proj des images finies $\rightarrow$ image nette $\rightarrow$ méthode focométrique (mesure de f')

$\Delta = OA' ; F.C \Rightarrow \Delta > 4f'$

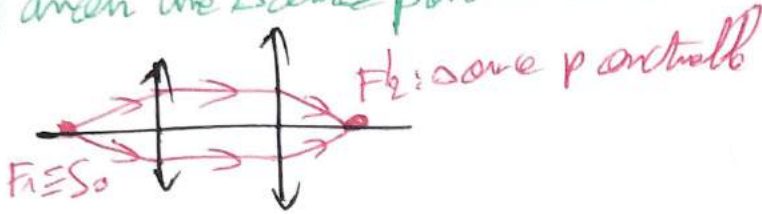
$OA = OA' + A'A = \alpha \pm D \Rightarrow \Delta$

• Méthode de Silbermann : γ variable $\rightarrow$ 2 eq : $\begin{cases} F.C \\ \gamma \end{cases}$

1) Méthode de l'entre-collimation:



2) avec une source ponctuelle 2 L.C



Rq: incidence normal (quasi-normale) $\Rightarrow$ diaphragme l'entrée (optimation)

Rq: Condenseur: condenser et concentrer la lumière sur le système et augmenter la luminosité.

Rq: coin d'air : $c = \frac{\lambda}{2\alpha}$; $\lambda = - \Rightarrow \frac{c'}{c} = \lambda$

Ethermi Fidaa
A

FC

Elhormi Fidaa

Optique Division de Front d'onde

(1)

interf à 2 ondes:

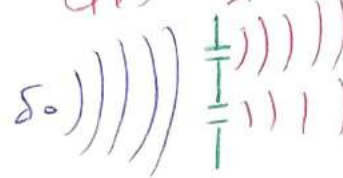
intensité: $I = \langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle$

en optique $I = \langle E^2 \rangle = \langle \vec{E} \cdot \vec{E}^* \rangle$

$I \neq I_1 + I_2$ mais $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi(M))$$

$$\phi(M) = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$



• $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ source mono
 $\Rightarrow$ coh temporelle
 • source ponctuelle
 $\Rightarrow$ coh spatiale

- obtenir une source mono: Filtre interférentielle

- obtenir une source ponctuelle:

.) D.F.O: division géom dans l'espace sans division d'intensité:

$I_0 = I_1 = I_2$; $I(M) = 2I_0(1 + \cos \phi(M))$

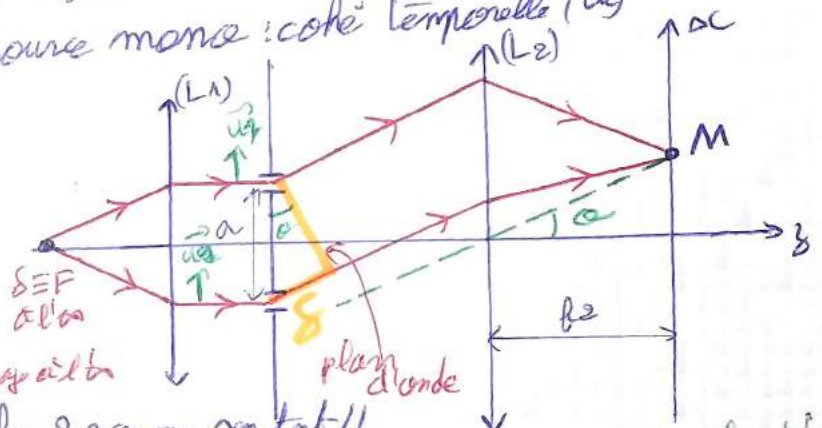
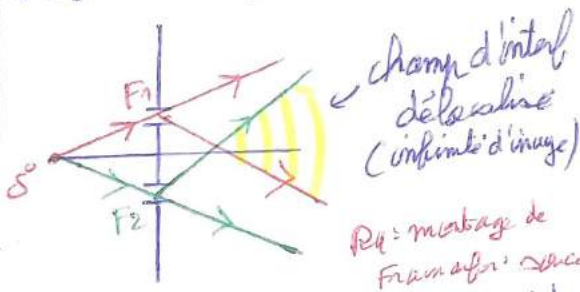
.) interférence: répartition non uniforme (FB, FS) mais périodique de la lum.

.) système interférentiel: avoir 2 sources secondaire issue de la même source primaire: $\rightarrow$ un train d'onde

donner un train d'onde $\rightarrow$ ensemble de train d'onde discontinue
 cette famille E ondu: app de Gauss: $d \geq \lambda$ ou $d \ll \lambda$: stigmatisme et
 applatissement $\rightarrow$ comment? $\rightarrow$ diafragner les fentes: optimisation

Fonto d'young: syst de réf pour D.F.O:

Rq: source à l'infini: les rayons sont //: placée au plan focal objet.
 image à l'infini: les 2 rayons interfèrent à l'infini: //: EE plan focal image
 • source très fine: coh spatiale / source mono: coh temporelle (ω)



.) Role de (L_1) : source à l'infini les 2 rayons sont //
 - même polarisation: $\vec{u}_1 // \vec{u}_2 \Rightarrow$ onde plane Rq: 2 pts m plan d'onde $\delta = 0$

.) Role de (L_2) : améliorer la luminosité.
 $\Rightarrow$ comme F_1 et F_2 sont cohérentes spat et temp on observe des franges
 (fig d'interf) peut intense (source point) ; parfaitement contrasté,
 (source ponctuelle), délocalisé et de forme rectiligne ($\delta = cte \Rightarrow x = cte$)

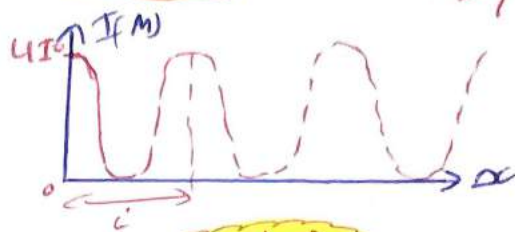
Rq: si les 2 fentes // l'écran Frange rectiligne
 si les 2 fentes $\perp$ l'écran Frange circulaire

Alumni
 Fidaa

1) δ : diff de marche? $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\delta}{a} = \frac{x}{b_1} \Rightarrow \delta = \frac{ax}{b_1}$

$\Rightarrow I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta\right) \right)$

$I_{\max} = 4I_0 \Rightarrow C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 1$
 $I_{\min} = 0$



2) i : interférence: période spatiale: α plus $\frac{1}{b_1}$ $\Rightarrow i = \frac{\lambda b_1}{a}$

3) ordre: $p = \frac{\delta}{\lambda}$

4) $p=0$: Frange central (l'image géom: rayon de diffraction) $x=0$

5) p entier $\rightarrow$ F.B

6) $p = \frac{1}{2}$ entier $\rightarrow$ F.S

7) largeur de Frange est $\frac{i}{2}$

8) $I(x)$ périodique si $\phi(x)$ est linéaire.

9) déplacements:

10) $I = I(x)$: invariance de dép suit (ay) et (ax)

11) dép de δ suit $x \Rightarrow$ dép de toute la fig

$p' = -$; $p'_0 = 0 \Rightarrow x_0 = - \Rightarrow d = b_1 - x_0$

$\Rightarrow$ nombre d'interf: $mb = E \left(\frac{d}{i} \right) + 1$

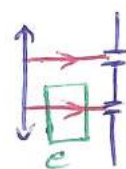
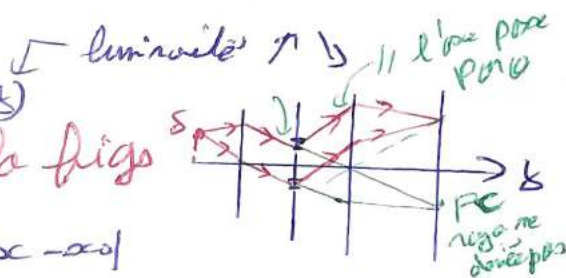
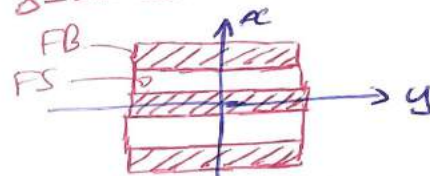
exemple: lame d'air placée en S_1 ou S_2 :

$\delta = \delta_{opt} + \delta_{geom}$

$= ne - e + \frac{ax}{b_1} = e(n-1) + \frac{ax}{b_1}$

$p' = \frac{e(n-1)}{\lambda} + \frac{ax}{b_1}$; Fc: $p'_0 = 0 \Rightarrow x_0 = - \Rightarrow d = b_1 - x_0$

12) Forme de Frange?
 $\delta = dx \Rightarrow x = dx$: rectiligne



diff de 2 - 1 en e
 et indice n
 $[\delta M] = n(\delta M)$

Rq: source fine: 2 rayons
 source large: 1 rayon (fonction)

$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

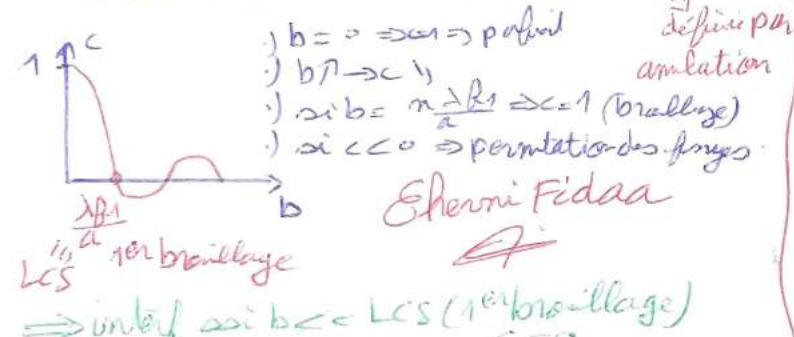
$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
 $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
 $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$
 $\cos a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$

Rq $y: \vec{E} = y \vec{E}$; $[y] = \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{m}$

cohérence spatiale: $p \rightarrow \lambda$ large
 $\rightarrow$ source élémentaire ponctuelle entre en kétob l'ye dX
 $dX \propto \frac{1}{\lambda}$
 λ T $S(M)$?
 - chaque source élém incohérente $\rightarrow$ donne sa propre fig d'intéf $\Rightarrow$ sources mutuellement incohérentes
 suppression aléatoire des # frigs ou l'écran
 $\Rightarrow C = S_{av} + S_{av} = \frac{a^2 x}{b^2} + \frac{a^2 x}{b^2}$
 $\Rightarrow dI(M) = 2 dI_0 (1 + \cos \phi(M))$

$I_0 \rightarrow b \Rightarrow dI_0 = \frac{I_0}{b} dX$
 $dI_0 \rightarrow dX \Rightarrow I_0 = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dX$

$I(M) = 2 I_0 \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi a b}{\lambda b_1}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda b_2}\right) \right]$
 [terme de contraste] [terme d'intéf] [terme de moyennage]
 $c = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \text{sinc}\left(\frac{\pi a b}{\lambda b_1}\right) = c(b)$
 défini par amplitude



Battement: source bichromatique doublet jaune de cadmium

$\lambda_1 = 588,0$
 $\lambda_2 = 588,6$
 $\Rightarrow \lambda_1$ et λ_2 sont mutuellement incohérents
 $\Rightarrow$ sup de 2 frigs par λ_1 et λ_2

$I(M) = I_{\lambda_1} + I_{\lambda_2}$
 $= 2 I_0 (1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_1}) + 2 I_0 (1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_2})$
 $= 4 I_0 (1 + \cos(\frac{\pi \Delta \lambda}{\lambda_0^2} \lambda) \cdot \cos(\frac{2\pi \delta}{\lambda_0}))$



$c=0$: anti-coïncidences: 2 frigs $\neq$ sup
 $c=1$: coïncidences: 2 frigs $\max$
 $0 < c < 1$: pos d'intéf: sup partiel de 2 frigs
 $c=0$: permutation des frigs FB et FS?

cohérence temporelle: polychromatique, λ
 $\forall \delta(M): \forall \lambda \frac{1}{\lambda} = \frac{v}{\lambda}$, v: vbr de onde
 $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$: largeur spect
 $\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ $\lambda \delta(M)$

$\Rightarrow$ chaque raie spectrale est quasi mono de long
 $\Rightarrow$ elle donne une fig d'intéf d'intensité d'I(M)
 $\Rightarrow$ les # raies sont mutuellement incohérentes
 $\Rightarrow$ suppression des # raies
 $\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)$ or $v = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \phi(M) = \frac{2\pi v}{c} \delta$
 $dI_M = 2 dI_0 (1 + \cos \frac{2\pi v}{c} \delta)$

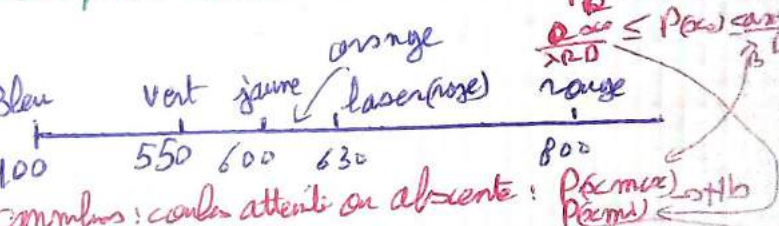
$I_0 \rightarrow \Delta v \Rightarrow dI_0 = \frac{I_0}{\Delta v} dv$
 $dI_0 \rightarrow dv$
 $I(M) = \int_{v_1}^{v_2} dv = 2 I_0 \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi \Delta v \delta}{c}\right) \cos\left(\frac{2\pi v}{c} \delta\right) \right]$
 [terme de contraste] [terme d'intéf moyenné]

$c = c(\Delta v) = \text{sinc}\left(\frac{\pi \Delta v \delta}{c}\right)$
 verbalement: $c=0 \Rightarrow \text{sinc}=1$
 $(-)=\pi$
 $\Delta v \rightarrow 0: c=1$ (mono)
 $\Delta v \rightarrow c: c=0$ (bruit)
 $\Delta v = \frac{nc}{\delta} \Rightarrow c=0$ (bruit)
 $c < 0 \Rightarrow$ permutation des fringes

$\Rightarrow$ interf si $\delta < \frac{c}{\Delta v}$ (1er brillage $\Leftarrow$)
 cas: élargi naturel (transition) / absorption (réceptif/emetteur) collisionnelle (interact)

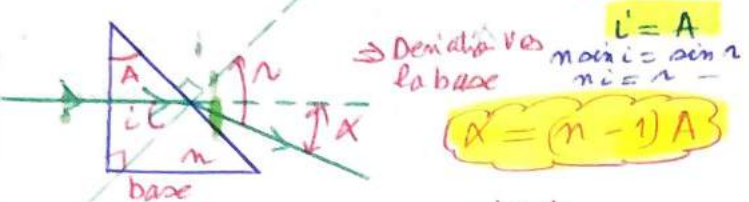
Lumière Blanche: $\lambda \in [0,4; 0,8]$
 $\rightarrow$ poly: pas d'intéf mais si $\delta \ll Lct = \frac{c}{\Delta v}$
 au centre: $x=0, p=0, \forall \lambda$ Frange Brillante
 Blanche et achromatique $\frac{\delta}{\lambda} = 0$
 elle est entourée de 2 FS
 or $i = \frac{\lambda D}{f}$ cad $iB < iR$

$\rightarrow$ 1 FB sont colorée ou invisibles
 au delà de centre $\delta > Lct$: on observe un blanc d'ordre sup qui contient des cannelures (F.S)
 l'analyse se fait par un spectroscope
 $\Rightarrow$ spectre cannelé

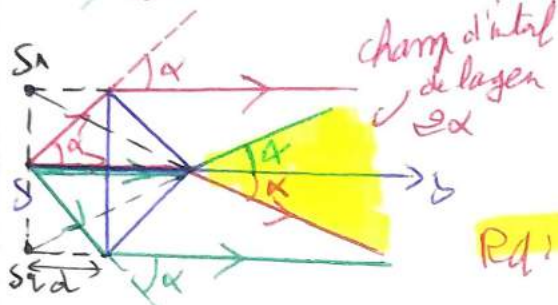


Lct : longueur de train d'onde
 $\delta < Lct \Rightarrow$ interf
 $\delta > Lct \Rightarrow$ pas d'intéf

Biprisme de Fresnel = Fente d'Young



$i = A$
 $n \sin i = n' \sin r$
 $\Rightarrow$ Déviation vers la base
 $\alpha = (n-1)A$

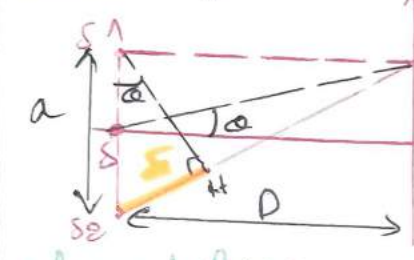


Rq: δ au 1^{er} ord. est éq.

$\delta(M) = \frac{a \alpha x}{D}$

$\alpha = A(n-1)$
 $\Rightarrow$ fig d'intér. peut être, parfait C, décalée, rectiligne sit direct $\perp S_1$ et S_2

schéma eq:



• largeur de champ: $\Delta x \Rightarrow Lg \alpha = \frac{L/2}{D-a}$

• cohérence spatiale: M
 $a = d_1, D = d_2$
 $\Rightarrow \alpha' = \vec{OM} = \vec{OS} + \vec{SM} = -\alpha \vec{x} + \alpha'$
 $\Rightarrow \delta' = \frac{a}{D}(\alpha - \alpha')$

miroir de Fresnel

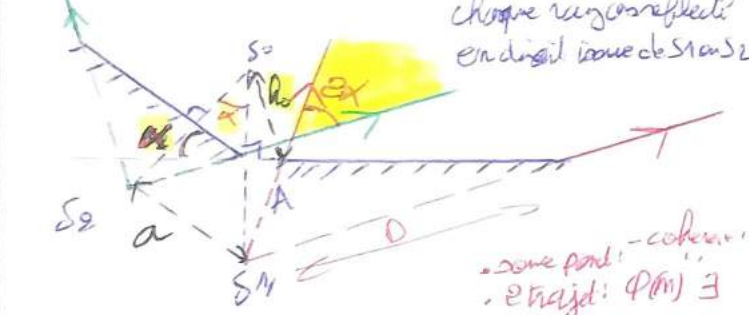


schéma eq:



$\delta(M) = \frac{a \alpha}{D} \quad (\alpha + 2\pi = \alpha)$
 par sym: $AS_0 = AS_1 = AS_2$

$\sin \alpha = \alpha = \frac{a \alpha}{L_0} \Rightarrow a = \alpha L_0$



$\Rightarrow$ champ d'intér. est un dièdre
 $\Rightarrow$ Frange rectiligne sit direct bente
 champ plan de fig
 • champ symétrique, F.C $p=0 \Rightarrow w=0$ (centro)

Miroir de Lloyd = fente d'Young

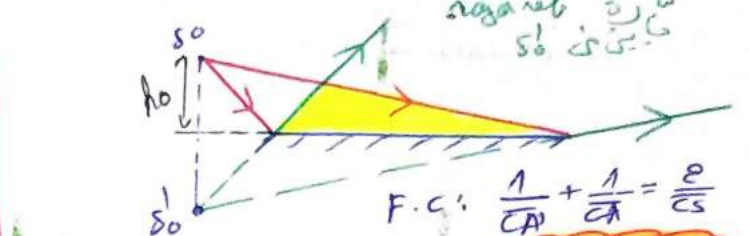
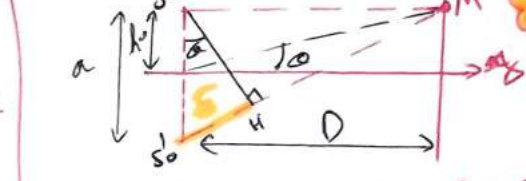


schéma eq:



$\delta = \delta_{geo} + \delta_{opt} + \delta_{ref}$
 $= \frac{a \alpha}{D} + \frac{\lambda}{2}$
 $\phi + \pi$

$\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha) \Rightarrow I(M) = 2I_0(1 - \cos \phi(M))$
 $\Rightarrow$ champ antisymétrique: $p=0: \frac{1}{2}$ sombre (centro)

• α max?

$\tan \alpha = \frac{a}{D-a} = \frac{h}{a} \Rightarrow \alpha = -$

• cohérence spatiale: $I_0 \rightarrow 2 \times F$

$\delta = \delta_{geo} + \delta_{opt} + \delta_{ref}$

• lumière blanche:

$\delta = \frac{a \alpha}{D} + \frac{\lambda}{2}$
 $\rightarrow$ au centro: $p = \frac{1}{2}$ sombre
 $\rightarrow$ ensuit 2 F B colorées
 $\rightarrow$ Fond, Blanc d'ordre sup
 $\frac{a \alpha}{D} \leq p(\alpha) \leq \frac{a \alpha}{D}$
 $0,43 \leq p(\alpha) \leq 1,23$
 $\Rightarrow 1FS: p = 0,5$

Rq: on peut élargir la source sans une direction $\perp$ fig pour que C reste de.

$\Delta \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \alpha = \frac{L}{L} \Rightarrow L = \alpha L$
 $nb = \frac{L}{\alpha} \times 2$

• effet de dép de source (dép angulaire d'angle α)

fig tenue d'un angle α

$p_0 = 0 \Rightarrow \vec{OM} = \vec{O'I} + \vec{IM} = -\tan \alpha \cdot L + \alpha$
 $= -\alpha L + \alpha$

$\Rightarrow \delta' = \frac{a(\alpha - \alpha L)}{D}$

$\Rightarrow$ comme les interférences se déplacent ensemble
 $\Rightarrow$ "i" ne varie pas

• cohérence spatiale: dép de S par b

$\Rightarrow$ dép angulaire
 $\alpha \rightarrow I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{E I_0}{2\alpha} \int_0^\alpha (1 + \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \frac{L}{D}) d\alpha$
 $d\alpha \rightarrow dI_0$
 $= E I_0 [1 + \text{sinc}(\frac{2\pi L}{\lambda D}) \cos(\frac{4\pi L \alpha}{\lambda (L+D)})]$

- Fente d'Young $\Rightarrow c = \text{sinc}(\frac{\pi a b}{\lambda D}) = c(b)$
 - Miroir Lloyd $\Rightarrow c = \text{sinc}(\frac{2\pi a b}{\lambda D}) = c(b, \pi)$
 - Miroir de Fresnel $\Rightarrow c = \text{sinc}(\frac{2\pi L b}{\lambda (L+D)}) = c(b)$

Shami Fiolaa

①

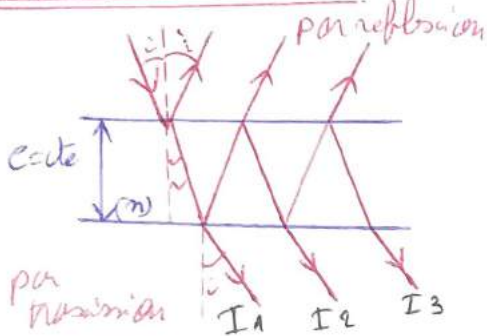
Division d'amplitude

→ Division d'énergie ou d'intensité par réflexion et transmission.
(diaphte) $\begin{cases} I_T = T \cdot I_0 \\ I_R = R \cdot I_0 \end{cases}$

Elm Fidaa

Rq: - source point: 2 rayons
- source large: 1 rayon

1) Lame à Face //:



1) $\exists$ plusieurs rayons à la sortie: interférence onde; (onde multiple) Fabry Perot (Fibry)

1) $I_1 = T^2 I_0, I_2 = T^2 R^2 I_0$
→ on se limite aux 2 rayons les plus intenses

⇒ les 2 rayons sortent //: Franges localisées à l' ∞ .

$$R + T = 1$$

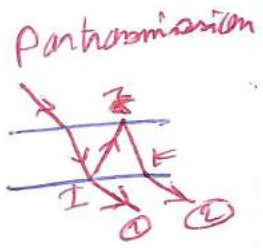
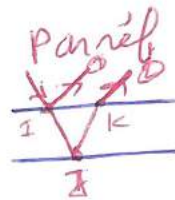
1) $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$

1) $c = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} = c(R) = c(T)$

1) on choisit $R = T = \frac{1}{2}$ (suffisance)

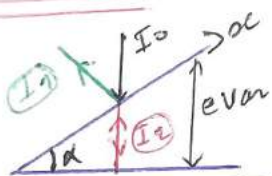
1) ⇒ pas de cohérence spatiale.

$\delta(M) = 2ne \cos(r) + \frac{\lambda}{2} \text{ si } 2r \neq 0$



1) Franges? : $\delta = cte \Rightarrow r = cte \Rightarrow i = cte$
→ Frange d'égale inclinaison (anneau)

2) Coin d'air:



$$\begin{aligned} I_1 &= R I_0 \\ I_2 &= T R I_0 \end{aligned}$$

1) Frange localisée sur la lame éclairée:

1) $c = c(R)$ → pas de cohé spat
→ $R = T = \frac{1}{2} \Rightarrow c_{max} < 1$

$\delta(M) = 2e(M) = 2\alpha \Delta c$

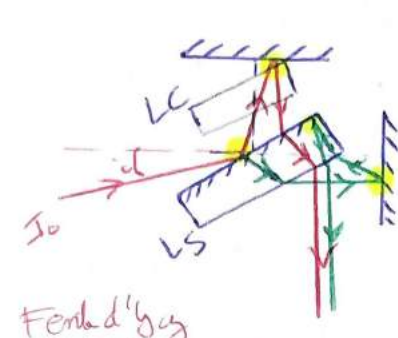
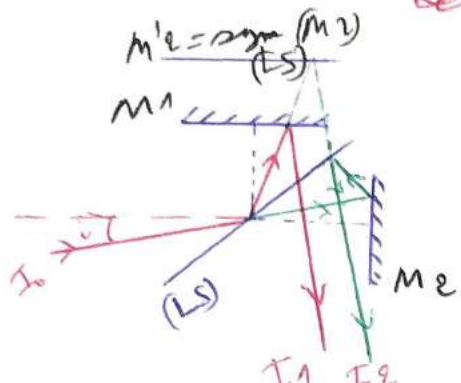
1) Frange? ⇒ $\delta = cte \Rightarrow \alpha = cte \Rightarrow$ rectiligne d'égale inclinaison épaisseur



1) cos d'une source ponctuelle: { Frange délocalisée
'intensité' faible.

Nichelson $\Rightarrow$ interférométrie

(2)



La lame de correction de δ épaisseur
 $\exists$ 4 réfl. / 2 minci
 1 interne $\rightarrow 0$
 1 externe $\rightarrow \frac{\lambda}{2}$

$I_1 = RT I_0$
 $I_2 = TR I_0$
 $\Rightarrow I_1 = I_2 = I_0 \Rightarrow$ Division d'égalité intensité

$I(M) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \phi(M))$

$R = T = \frac{1}{2}$ (surfacage) (couches de métal)
 $\Rightarrow$ intensité maximale: $\frac{I_0}{2}$

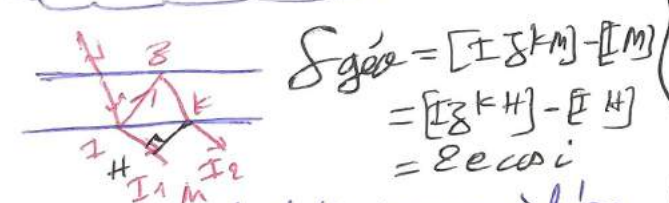
$C = 1 \Rightarrow$ interférométrie ($\forall R$ et T ; $C = 1$)

- si $M_1 \perp M_2$ et $I_{I2} \neq I_{I1} \Rightarrow$ lame Face // $\delta = 2e \cos i + \frac{\lambda}{2}$
 - si $M_1 \perp M_2$ et $I_{I2} = I_{I1} \Rightarrow$ contact optique: $C = 0$: teinte plate (uniforme)
 - si (M_2) légèrement incliné et $I_{I1} = I_{I2} \Rightarrow$ coin d'air: $\delta = 2\alpha x + \frac{\lambda}{2}$
 - si source point: Frange type de la source
 - si source large: Frange localisée par D.A et délocalisée par D.F.O.
- $\Rightarrow$ avantage de nichelson $\left\{ \begin{array}{l} C = 1 \forall R \text{ et } T \text{ et } \forall \text{ source} \\ \text{Balayer toute les dispositifs} \end{array} \right.$

Hermitidaa

Lame Face // : $e = \text{cte}$
 $i \text{ var}$

$\delta = 2e \cos i + \frac{\lambda}{2}$



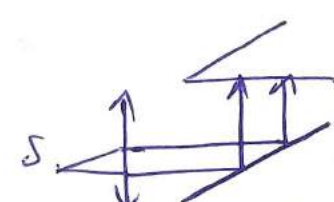
$\delta_{\text{géom}} = [I \delta K M] - [I M]$
 $= [I \delta K H] - [I H]$
 $= 2e \cos i$

$\Rightarrow$ rayon sortant // : image à l'infini
 $\Rightarrow E \equiv f'$: Plan focale image



coin d'air $e \text{ var}$
 $i \text{ cte} = 0$

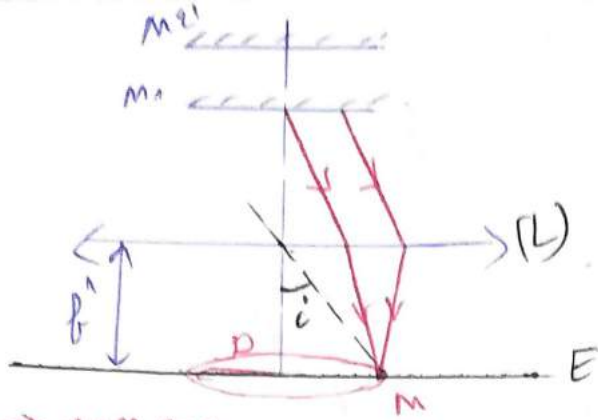
$\delta = 2e = 2\alpha x$



rayon // : source à l'infini $\in$ P.F.O



R_q : incidence normale $i = 0$
 $\Rightarrow$ var et plan de l'oc $\equiv M_1$



⇒ $\sin i \approx i$

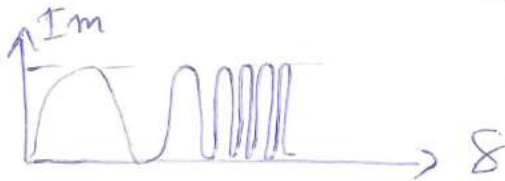
$P = ? \Rightarrow \tan i = i = \frac{P}{b'} \Rightarrow P = b' \tan i$
on choisit f pour observer les rayons P

$$P(M) = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e \cos i}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

$$R = T = \frac{1}{2} \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I_0}{4} \neq I_0$$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M) \right) \right)$$

$$= \frac{I_0}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i \right) \right)$$



$$P = \tan i \cdot b'$$

$$P = \frac{2e \cos i}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad P < P_0: \text{maximal}$$

$$P_0 = \frac{1}{2}: \text{F.S. maximal}$$

$$P_k(\delta) = P_0 - k$$

$$\Rightarrow P_k = \frac{2e \cos i k}{\lambda} + \frac{1}{2} = P_0 - k$$

$$\Rightarrow \frac{2e \cos i k}{\lambda} + \frac{1}{2} = \frac{2e}{\lambda} + \frac{1}{2} - k$$

$$\Rightarrow \cos i k = 1 - \frac{k \lambda}{2e}$$

$$1 - \frac{i^2 b'^2}{2} = 1 - \frac{k \lambda}{2e}$$

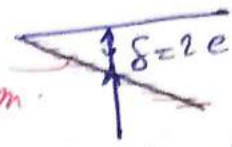
$$\Rightarrow i^2 k^2 = \frac{k \lambda}{e} \Rightarrow i k = \sqrt{\frac{k \lambda}{e}}$$

$$\Rightarrow P_k = b' i k = b' \sqrt{\frac{k \lambda}{e}}$$

on bien :

Ehemi Fidaa

plan de
la solution.



nature de Fray $\delta = 2e$: égale épaisseur

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i \right) \right)$$

$i = \frac{\lambda}{2e} \Rightarrow$ l'observation des franges à l'œil sur M mais on peut aussi former l'image sur un écran qui conjugue le plan de la lame avec l'écran

Rq: d'après Bessel, il faut que

$D > 4b'$ pour l'image nette $\Rightarrow b' b''$

$$y = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{i'}{i}$$

source poly: lumière Blanche
F.B au centre et 2 F.S et d'interfr
inégale $\rightarrow$ lumière d'interfr (Blanche)

si on place une lame de verre dans M_1 : $\Rightarrow \delta$ change

on a des interf si $\delta \ll L_{ct}$
cà d au centre ($x=0$) ($\delta=0$)

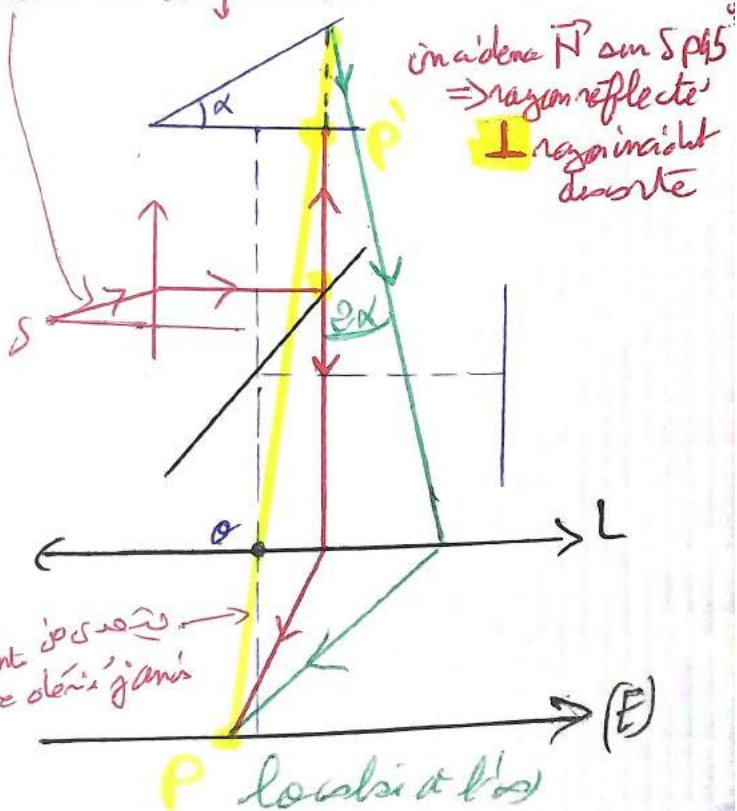
mais maintenant $\delta > L_{ct} \Rightarrow P_0$
d'interfr, éclairage uniforme;
teinte plate, Ca $L_{ct} \approx \frac{c}{\Delta \nu} \approx \frac{c}{\Delta \nu}$

on doit traduire M_2 des les sens
des $x < 0$ pour composer le δ
interfr par la lame.

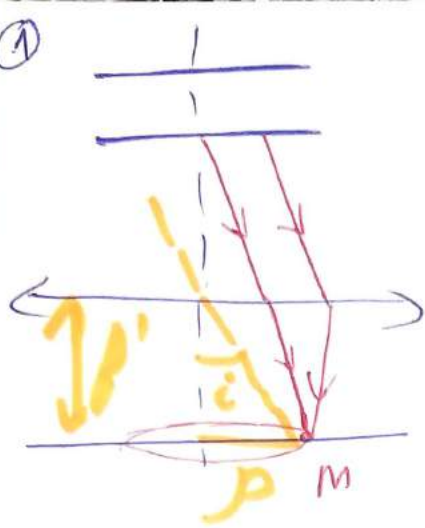
$$\delta_{sup} = 2(n-1)e = 2l$$

$$\Rightarrow n = -$$

$\Rightarrow$ pour une même m on
reprend P_0 mais n a d d 1.



①



$$\cdot) \text{tg } i = i = \frac{p}{f'} \quad (1) \quad f' \uparrow \uparrow$$

$$\cdot) \text{ l'onde } P(m): P(m) = \frac{\delta(m)}{\lambda} = \frac{2e \cos i'}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$DL: \cos i' = \left(1 - \frac{i'^2}{2}\right)$$

$$\cdot) P(m) = \frac{2e}{\lambda} \cos \left(1 - \frac{i'^2}{2}\right) + \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$E \cdot) \text{ définir l'anneau central } P_0 (i'=0) = \frac{2e}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\cdot) \text{ écrire } p \text{ en fonction de } P(m) \text{ et } P_0 (m=0)$$

$$P(m) = \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{p^2}{2f'^2}\right) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2e}{\lambda} + \frac{1}{2} - \frac{2e}{\lambda} \frac{p^2}{2f'^2}$$

$$= P_0 - \frac{e}{\lambda} \frac{p^2}{f'^2}$$

$$\Rightarrow p = f' \sqrt{\frac{\lambda}{e} (P_0 - P)} \quad (5)$$

6) on calcul l'anneau central (nature qcy) combien donné de l'Eri
exemple: $P_0 = \frac{1}{2}$ (anneau) et cherchons
 p_k Brillant?

لأزوم نقصو بابل Pomei

Frangé et Brillant
95 p'at

B-B: 7 p'at

S-S →

$$P_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_1: 1^{\text{er}} \text{ anneau Brillant: } P_1 = P_0 - \frac{1}{2}$$

$$P_2: 2^{\text{ème}} \text{ " " : } P_2 = P_1 - \frac{1}{2} = P_0 - 1 - \frac{1}{2}$$

$$P_k: k^{\text{ème}} \text{ " " : } P_k = P_1 - (k-1)$$

$$= P_0 - \frac{1}{2} - k + 1$$

$$= P_0 - k + \frac{1}{2}$$

$$\cdot) \Rightarrow p_k = f' \sqrt{\frac{\lambda}{e} (P_0 - P_k)} \quad (4)$$

$$= f' \sqrt{\frac{\lambda}{e} \left(k - \frac{1}{2}\right)}$$

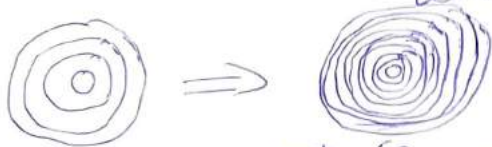
② si $p_0 = \begin{cases} 20,2 \rightarrow 20,1 & z = 0,2 \\ 20,8 \rightarrow 20,5 & z = 0,3 \end{cases}$

$\begin{cases} p_1 = p_0 - z = 20,1 \text{ et } B \\ p_1 = p_0 - z = 20,5 \text{ et } S \end{cases}$

Elhami Fidaa

$\Delta p_k = p_{k+1} - p_k$

$\rightarrow \Delta p_k = \Delta p_k(k) \neq 0$: pas d'interfrange (v)
 $\rightarrow \Delta p_k \downarrow$ si $k \uparrow$: les anneaux se resserrent et les anneaux extérieurs s'approchent



puisque $p(i) = \frac{2\pi}{\lambda} (2ecoi) + \pi$: non linéaire
 $\Rightarrow I(i)$ n'est pas périodique



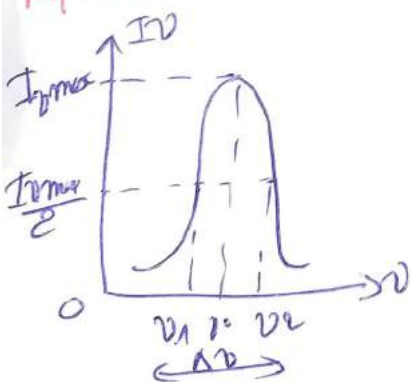
.) si $\delta > \lambda$: les anneaux se superposent : pas d'interf

.) si source point $\Rightarrow$ délocalisée

.) si $e \uparrow$: $p_0 \uparrow \Rightarrow p \uparrow$: les anneaux sortent de centre

.) si $e \downarrow$: $p_0 \downarrow \Rightarrow p \downarrow$: les anneaux entrent plus au centre

Rq : cohérence temporelle avec profil spectral « gaussienne » de largeur $\Delta\nu$:



Rq : $\Rightarrow dI_0 = \frac{I_0}{\Delta\nu} d\nu \Rightarrow I_0 = \Delta\nu$

$\Rightarrow dI(m) = I_0 d\nu = \frac{I_0}{\Delta\nu} d\nu$

$\Rightarrow I(m) = \int_{v_1}^{v_2} dI(m) = \int_{v_1}^{v_2} I_0 d\nu$

$= \int_{v_1}^{v_2} \frac{I_0}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\frac{(v-v_0)^2}{\alpha^2}} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} v \sin\theta\right) \right] dv$

Rq : $I_0 = I_{0 \max}$ par vecteur

par vecteur : $e^{-\frac{(v-v_0)^2}{\alpha^2}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (v-v_0)^2 = \alpha^2 \ln 2$

$v - v_0 = \alpha \sqrt{\ln 2}$

$v_1 = v_0 - \alpha \sqrt{\ln 2}$

$v_2 = v_0 + \alpha \sqrt{\ln 2} \Rightarrow v_0 = \dots$

$\Rightarrow$ chg de variable : $v - v_0 = x \Rightarrow dv = dx$

$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} v \sin\theta\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} (x + v_0) \sin\theta\right)$

$\cos(A+B)$

et $v_1 \rightarrow -\infty$; fonction indicatrice

$v_2 \rightarrow +\infty$

1) fente fine $b \gg \lambda \Rightarrow B = B_0$; $a \sim \lambda \Rightarrow a \neq 0$

2) incidence Normale $\Rightarrow \alpha_0 = 0$

diff: $d \sim \lambda$ ou $d < \lambda$

Rq: onde polychr $\rightarrow$ diff

Lc: observe l'interférence avec luminosité sans perte.

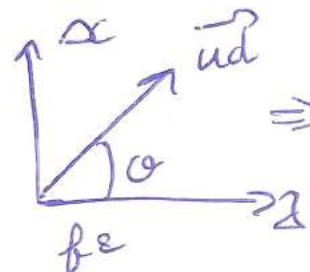
Rq: fente infiniment fine: $a \ll \lambda$

$\text{sinc} \rightarrow 1$
 $\Rightarrow$ fente d'Young simple

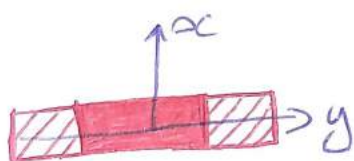
$\underline{\delta} \rightarrow I$

1) seul fente

$$\Rightarrow \underline{\delta}(\alpha) = \underline{\delta}_0 \text{sinc}\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda}\right)$$



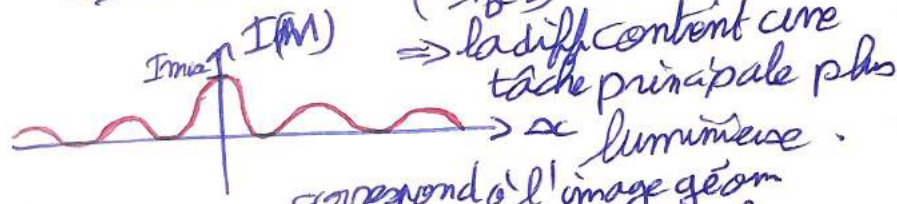
$$\Rightarrow \text{sinc } \alpha = \alpha = \frac{\alpha c}{b_e}$$



$$\Rightarrow \underline{\delta}(\alpha) = \underline{\delta}_0 \text{sinc}\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda b_e}\right)$$

$$I = \underline{\delta} \times \underline{\delta}^* ; \text{ en } \alpha = 0 \Rightarrow I = I_{\text{max}}$$

$$\Rightarrow I = I_{\text{max}} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda b_e}\right)$$



$\Rightarrow$ la diff contient une tâche principale plus lumineuse.

correspond à l'image géom $\equiv$ max princ et 2 fois large que les autres tâches secondaires

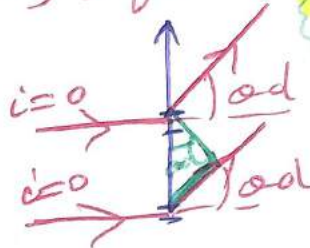
Thermi Fidaa

$$\alpha = 0 \Rightarrow I = I_{\text{max}} (\text{sinc} = 1)$$

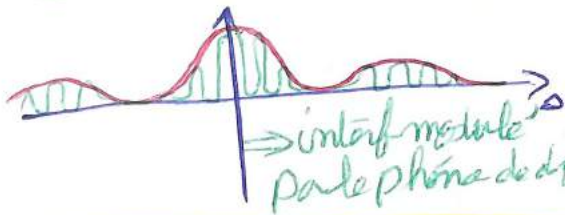
$$\alpha = \frac{p \lambda b_e}{a} : \text{min} (\text{sinc} = 0)$$

$$\alpha = (p + \frac{1}{2}) \frac{\lambda b_e}{a} : \text{max second} (\text{entre 2 min})$$

2) 2 fentes:



$$\underline{\delta} = h \text{sinc } \alpha d = \frac{h \alpha}{b_e}$$



$\Rightarrow$ interf module par le phéno de diff

$$\underline{\delta}_1 = \underline{\delta}_0 \text{sinc}\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda b_e}\right)$$

$$\underline{\delta}_2 = \underline{\delta}_1 e^{i\phi} ; \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta m$$

$$\Rightarrow \underline{\delta} = \underline{\delta}_1 + \underline{\delta}_2$$

$$I = \underline{\delta}^* \times \underline{\delta}$$

Rq: Variable dans sinc: $\alpha - \alpha_0$ ou $d = U$ ou α

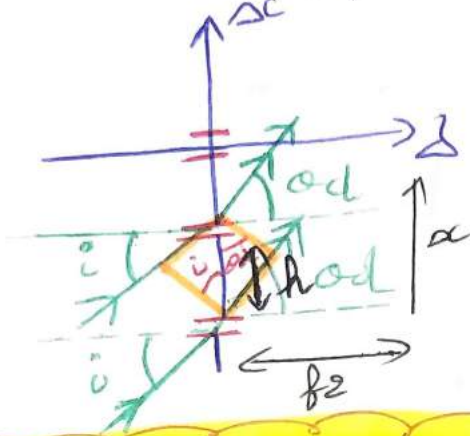
$$\text{càd} : U = \text{sinc } \alpha - \text{sinc } i ; \phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\delta m)$$

incidence normale: $i = 0 \Rightarrow U = \alpha = \text{sinc } \alpha$

1) H fentes : Résonance !

$\delta?$

incidence qcq!
 $i \neq 0$



$$\delta = \delta_{av} + \delta_{ap} = h(\sin \alpha - \sin i) = h \cdot u$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} h u$$

$$\delta_1(M) = \delta_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a u}{\lambda}\right)$$

$$\delta_0 = \delta_1 e^{i\phi}; \delta_2 = \delta_1 e^{i2\phi} \dots \delta_H(M) = \delta_1 e^{i(H-1)\phi} \quad (H \text{ fentes})$$

$$\Rightarrow \underline{\delta} = \delta_1(M) \left(\frac{1 - e^{iH\phi}}{1 - e^{i\phi}} \right) \text{ car les } \neq \text{ fentes sont cohérentes! } \Sigma$$

$$= \delta_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a u}{\lambda}\right) e^{i\frac{(H-1)\phi}{2}} \left(\frac{\sin\left(\frac{H\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \right) \text{ culer}$$

$$\underline{I} = \underline{\delta} \times \delta^*$$

$$= I_{\max} \sin^2\left(\frac{\pi a u}{\lambda}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{H\phi}{2}\right)}{H \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \right]^2$$

terme de diff

↑ terme d'intér à H ondes
réson

Formule de réson:

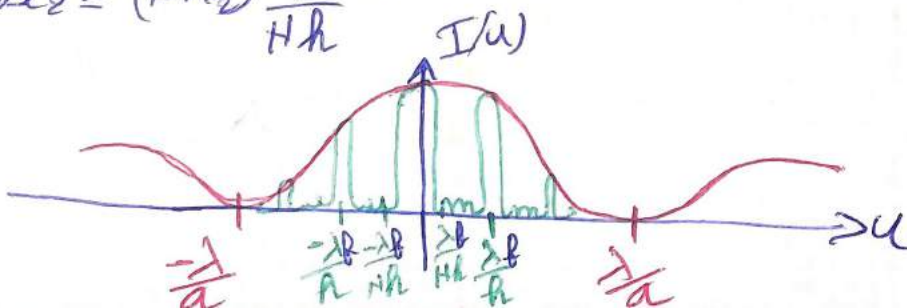
$$u = \sin \alpha - \sin i = p \frac{\lambda}{b_2}$$

Ehermi Fidalaa

max: $\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \alpha = u_{\max} = \frac{p\lambda}{h}$

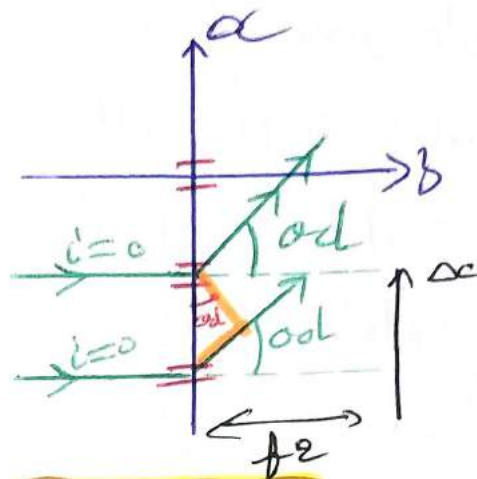
min: $\sin\left(\frac{H\phi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \alpha = u_{\min} = \frac{k\lambda}{Hh}$

max2: $u_{\max 2} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{Hh}$



incidence Normale $i=0$

E



$$\delta = h \sin \alpha \approx \frac{h \alpha}{b_2}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h \alpha}{b_2}$$

$$\delta_1(M) = \delta_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda b_2}\right)$$

$v_{\text{air}} = u = \sin \alpha$

Pq:

La déviation minimale D_m :

$D = \alpha_d - i$; D passe par un min si on varie i :

$$\left(\frac{dD}{di}\right) = 0 \Rightarrow \frac{d\alpha_d}{di} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \text{Formule de réseau: } \alpha_p = \sin \alpha_d - \sin i = \frac{P \lambda}{h}$$

$$\Rightarrow d\alpha_p = \cos \alpha_d - \cos i \, di = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d\alpha}{di} = \frac{\cos i}{\cos \alpha} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = i \Rightarrow \text{pas de diff} \\ \alpha = -i \end{cases}$$

Exemple: formule de Bragg: $2 \sin \alpha_d = \frac{P \lambda}{h}$

$$\Rightarrow \alpha_d = \arcsin\left(\frac{P \lambda}{2h}\right)$$

$$D_m = \alpha_p - i = 2\alpha_p = 2 \arcsin\left(\frac{P \lambda}{2h}\right)$$

Cherhi Fidaa

La dispersion angulaire:

$$D_a = \frac{dD}{d\lambda} ; i = \text{cte} \Rightarrow D_a = \frac{d\alpha_d}{d\lambda} + FR + \text{diff} \Rightarrow D_a = \frac{P}{h \cos \alpha_d} \pi \text{ si } PT$$

longueur angulaire: $i = \text{cte}$ (différentielle)

$$\Delta u = \frac{e \lambda}{h d} = e \times 10^9 \text{ min}$$

$$; \Delta u_{1/2} = \frac{\lambda}{h d} \text{ or } \alpha_p = \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta \alpha_{1/2} = \frac{\Delta \alpha_p}{\cos \alpha} = \frac{\lambda}{h d \cos \alpha}$$



Résolution: Rayleigh, risque de repliement

$$\Delta u_{\max} = \frac{1}{2} \Delta u_p \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{\lambda}{N P} \Rightarrow R = N P = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

methode 1

$$\alpha_p = \sin \alpha_p - \sin i = \frac{P \lambda}{h}$$

$$\cos \alpha_p d\alpha_p = \frac{P d\lambda}{h}$$

$$d\alpha_p = \delta \alpha = \frac{P d\lambda}{h \cos \alpha_p}$$

$$\Rightarrow (d\lambda)_{\min} = \frac{\lambda}{H P}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\lambda}{d\lambda} = H P$$

methode 2:

distance entre le max principal dom par λ et $\lambda + \Delta \lambda$: $\Delta x_\lambda = P \frac{(\lambda + \Delta \lambda) f}{h} - P \frac{\lambda f}{h}$

$$= P \frac{\Delta \lambda}{h} f$$

limites de résol d'après Rayleigh:

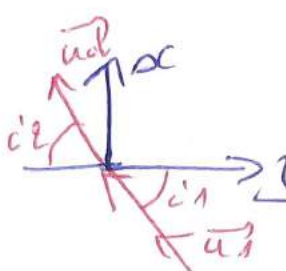
$$\Delta x_\lambda (pour (\Delta \lambda)_r) = \Delta x_P$$

$$\Rightarrow \frac{P (\Delta \lambda)_r f}{h} = \frac{\lambda f}{H h}$$

$$\Rightarrow (\Delta \lambda)_r = \frac{\lambda}{H P} \Rightarrow R = H P$$

effet de Blazze: on translate la tâche principale vers les ordres p 71 (3)
 mais lumi $\Rightarrow$ Filtrage spatiale (fente transparente $(1 + \cos \alpha) e^{i\alpha}$)
 Application: si un max principale coïncide avec un max secondaire
 $\Rightarrow$ atténuer le max secondaire pour résoudre le max principale.

Rq1: minoi de l'ordre $\alpha \approx a$

$$u = \sin i_2 + \sin i_1 = p \frac{\lambda}{h} \quad \text{avec } i_2 \text{ et } i_1 \text{ angles de diffraction}$$


$$\delta = u \cdot h$$

$$= (\sin i_2 + \sin i_1) h$$

$$\Rightarrow \delta_1 = \delta_0 \sin \left(\frac{\pi \delta}{\lambda} u \right)$$

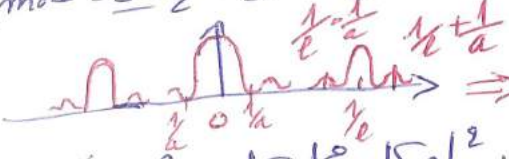
Rq1

fonction transparence $\begin{cases} 1 + \cos \left(\frac{2\pi \alpha}{\lambda} \right) & |\alpha| \leq \frac{a}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$$\Rightarrow \underline{\delta} = \delta_0 \int t(\alpha) e^{-2\pi i \mu \alpha} d\alpha \quad (\text{effet de Blazze, filtrage } e^{i\alpha})$$

$$\delta(u) = \delta_0 a \sin(\pi a \mu) + \frac{\delta_0 a}{2} \sin\left(\pi a \left(\mu - \frac{1}{2}\right)\right) + \frac{\delta_0 a}{2} \sin\left(\pi a \left(\mu + \frac{1}{2}\right)\right)$$

$\delta_1 \text{ max} = \delta_0 a \text{ en } \mu = 0$ $\delta_2 \text{ max} = \frac{\delta_0 a}{2} \text{ en } \frac{1}{2}$ $\delta_3 \text{ max} = \frac{\delta_0 a}{2} \text{ en } \mu = -\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow$ filtre spatiale $\Rightarrow$ spectre de l'objet.

$$\cdot) I = \underline{\delta} \times \underline{\delta}^* = (\delta_1 + \delta_2 + \delta_3) (\delta_1^* + \delta_2^* + \delta_3^*) = |\delta_1|^2 + |\delta_2|^2 + |\delta_3|^2; \underline{\delta_i} \times \underline{\delta_j}^* = 0$$

Ehenni Fidaa

$$I(x) = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a x}{\lambda b} \right) + -$$

$$\Delta x_{\text{max prime}} = 2 \times \lambda_{\text{min}}$$

$$\cdot) F.C: \frac{1}{cE} - \frac{1}{cO} = \frac{1}{b}$$

.) Filtrage:

.) éliminer les hautes fréquences (relève): laisse passer que le max principale centrée en $x=0 \Rightarrow$ éliminer les auto max $\Rightarrow x = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{b}; x = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{b}$

$$\text{soit } m \frac{\lambda}{b} \leftarrow b_{\text{max}} \rightarrow m \frac{\lambda}{b} \Rightarrow b_{\text{max}} = \frac{2 \lambda b}{\lambda} ; b \gg a$$

$$-\frac{\lambda b}{2} + \frac{\lambda b}{2} \quad \frac{\lambda b}{2} - \frac{\lambda b}{2}$$

$\Rightarrow$ on obtient la tâche principale en $x=0$ qui correspond à l'image géom de la fente $\Rightarrow$ c'est un éclairage uniforme.

.) éliminer les bases fréq: (éconopage):

④

$$b_{\min} = \Delta x = \frac{e \lambda f}{a}; \quad b_{\max} = \frac{e \lambda f}{f}$$

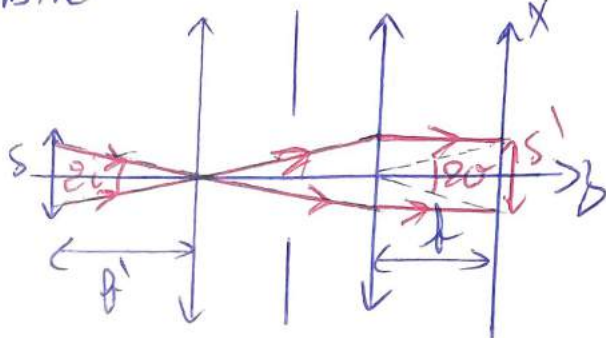
⇒ BF: image géom de l'objet

⇒ HF: les props de l'objet (contraste, détail...)

.) pouvoir de résol: $R = \frac{\lambda}{(\Delta \lambda)_r} = H \cdot P$

en pratique le pouvoir de résol agit sur la largeur de la source.

image géo: rayons ne déviés pas



$$\sigma = i; \quad \tan \sigma = \frac{s'}{ef} = \frac{s}{ef'}$$

$$\Rightarrow s' = \frac{f}{f'} \cdot s$$

.) en λ et $\lambda + \Delta \lambda$: $\Rightarrow \Delta x_{\lambda} = P \frac{\Delta \lambda}{\lambda} f$ (entre les max principaux)

.) résol: $\Delta x_{\lambda} \geq s' \Rightarrow R s = \frac{\lambda}{(\Delta \lambda)_s} = \frac{P \lambda f}{h \cdot s}$

$$\Rightarrow (\Delta \lambda)_r < (\Delta \lambda)_s$$

Ehemi Fidaa

.) entre λ_1 et $\lambda_2 \Rightarrow \Delta \lambda > (\Delta \lambda)_s \Rightarrow$ résolution

.) le pas de résolu: $h = ?$ $1 \text{ m} \rightarrow \text{traits} \Rightarrow h = \frac{1 \text{ mm}}{\text{trait}}$

.) formule de résolu: calcul des angles aussi: $\sin \theta - \sin i = \frac{P \lambda}{h}$
pour λ_1 et λ_2 —

$$\text{Pq: pour } \lambda_0: \sin \theta_0 - \sin i_0 = \frac{P \lambda_0}{h} \quad (1)$$

$$\text{pour } \lambda: \sin \theta - \sin i_0 = \frac{P \lambda}{h} \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2-1 \Rightarrow \sin \theta = \frac{P(\lambda - \lambda_0)}{h}$$

$$+ \tan \theta = \frac{x}{f \cdot e}$$

$$x_1 = \frac{P \lambda_0}{e} = \frac{P \lambda_0}{h} (\lambda_0 - \lambda_0 - \frac{\Delta \lambda_1}{2})$$

⇒ résolution min $\Delta \lambda$ est étalé ⇒ quasi-mouche

$$x_2 = -\frac{P \lambda_0}{2} \Rightarrow \Delta \lambda_1 = -; \quad (\Delta \lambda)_r > (\Delta \lambda)_s: \text{résol.}$$

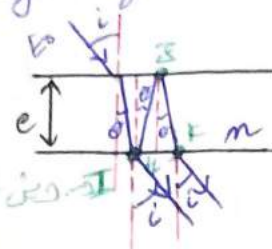
Interf d'onde mult trsmisi par une lame

Filtre interf :

$S(m) = 2ne \cos(\theta)$

angle réfracté

$S(m) = [E_S k m] - [I_M]$
 $= [E_S k H] - [I_H]$



$[E_S k] = 2[E_S] = 2ne [E_S]$
 $= \frac{2ne}{\cos \theta}$

$[I_H] = I_H \quad (n=1) ; \sin i = \frac{[I_H]}{[I_H]}$

$\tan \theta = \frac{I_k}{2 \cdot e}$

$\Rightarrow [I_H] = 2e \tan \theta \cdot \sin i ; n \sin i = \sin r$

$\Rightarrow [I_H] = 2ne \sin r / \cos \theta = 2ne \cos \theta$

$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} S(m)$

$E_1 = t_1 t_2 E_0$

$E_2 = t_1 r_2^2 t_2 e^{-\delta \phi} E_0$

$E_I = \sum_{n=0}^{\infty} E_n = TE_0 \sum_{H=0}^{+\infty} R^{H-1} e^{-\delta \phi (H-1)}$
 $= TE_0 \sum_{H=0}^{+\infty} (R \cdot e^{-\delta \phi})^H$

et $R < 1 \Rightarrow = TE_0 \left(\frac{1}{1 - R e^{-\delta \phi}} \right)$

$I = E_I + E_I^*$

$= (TE_0)^2 \left(\frac{1}{1 - R e^{-\delta \phi}} \right) \left(\frac{1}{1 - R \cdot e^{\delta \phi}} \right)$

$= (TE_0)^2 \frac{1}{(1-R)^2 + 4R \cos^2(\frac{\phi}{2})}$

$I = I_{max}$ si $\cos^2(\frac{\phi}{2}) = 0$

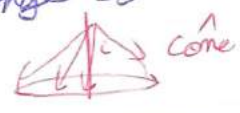
$\Rightarrow \frac{\phi}{2} = p\pi \Rightarrow \phi = 2p\pi$

$I_{min} = \frac{I_0}{1+m} \quad (\sin^2 \frac{\phi}{2} = 1)$

Fully perot: lame F.P

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (2e \cos \theta) \Rightarrow \phi = 2\pi e \Rightarrow i = \theta$

et i admet une révolution autour de l'axe optique dont les franges sont des anneaux d'égal inc : cône



$\Rightarrow p = f/2 \sqrt{\frac{\lambda}{e}} (P_0 - \theta)$

$p_0 = q + \epsilon ; \epsilon < 1$ idem
 $\Rightarrow$ 1er anneau brill $\Rightarrow p_1 = q = p_0 - \epsilon$
 p_0 d'ordre pair $\Rightarrow$ entier

$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} ; I(\phi/2) = I/2$

par un ann brillat $\phi = 2p\pi$
 et $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (2e \cos \theta)$

$\Delta \phi_{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda^2} (2e \cos \theta) \Delta \lambda = \frac{2\pi \Delta \lambda}{\lambda^2} = \frac{2\pi \Delta \lambda}{\lambda^2}$

$\Delta \phi_{\lambda} (\Delta \lambda_{min}) = \Delta \phi \Rightarrow \frac{2\pi \Delta \lambda_{min}}{\lambda^2} = \frac{2\pi (1-R)}{\lambda^2}$
 $\Rightarrow \Delta \lambda_{min} = \frac{\lambda (1-R)}{2\pi \sqrt{R}} = \frac{\lambda}{PF}$

$\Rightarrow R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{min}} = PF$

par $[400, 800]$:

$p_{max} = - \Rightarrow \lambda_2 = -$
 $p_{min} = - \Rightarrow \lambda_3 = -$

F et C sont 2 qualités de l'interf. mais F permet de caractériser l'instrument car elle separe 2 max voisins d'intensité égale mais C separe un max d'un min.

Pente d'young rendre la fig d'interf plus lumineuse.

$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$ et $\underline{S}_1$ origine de phase

$\Rightarrow \underline{S}_2 = \underline{S}_1 e^{-\delta \phi} ; \underline{S}_1 = \underline{S}_1$

$\Rightarrow \underline{S}_3 = \underline{S}_1 e^{\delta \phi} ; \underline{S}_1 = \underline{S}_1$
 $= \underline{S}_1 [1 + e^{\delta \phi} + e^{-\delta \phi}] = \underline{S}_1 [1 + 2 \cos \phi]$

$\underline{I} = \underline{S}_0^* \times \underline{S} = I_1 [1 + 2 \cos \phi]^2$

Ehemi Fidaa

I) Rappel :

- thermodynamique : elle complète la mécanique pour expliquer les effets thermique suite à un mt.

macro (mécan) $\rightarrow$ micro

1) un $\equiv$ ths et un ensemble de "H" particules.

- Forme d'énergie :

$$E_{macro} = E_{mec} = E_c + E_p \quad \begin{matrix} \text{force} \\ \text{conservative} \\ \text{extérieurs} \end{matrix}$$

$\frac{1}{2} m_{tot} V_{macro}^2$

$$E_{micro} = U = E_c + E_p \quad \begin{matrix} \text{force} \\ \text{conservative} \\ \text{intérieurs} \end{matrix}$$

Énergie interne $\sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$

- Forme d'échange d'énergie :

- syst fermé : échange d'énergie sous 2 formes :

*) Travail : Force + dép $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l}$

$$\Rightarrow \delta W_p = -p dV$$

*) chaleur : Q :

toute échange sans dép de matière

1er principe de la ths :

$\Delta E_{tot} = W + Q \Rightarrow$ conservation d'énergie d'un $\equiv$

$$\Rightarrow \Delta(E_{mec} + U) = W + Q$$

*) si le $\equiv$ à l'éq macro (mé) :

$$\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow \Delta U = W + Q$$

capacité therm = calorifique

$$du = Tds - pdv = cvdT$$

$\rightarrow$ transformation infinitésimale :

$$du = \delta W + \delta Q$$

$$cv = \left(\frac{\partial Q_v}{\partial T} \right)_v ; cv = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = c_v$$

$\Rightarrow$ Bilan d'énergie

$$1) \oint W = \int -P_{ext} dv$$

isochore : $v = ct \Rightarrow W = 0$

isobare : $p = ct \Rightarrow W = -p \Delta V$

isotherme : $T = ct \Rightarrow \delta Q_p : pV = nRT$
 $\Phi = -W$ eq d'état $\rightarrow$ Grisel : Eq de VdV W_{dell}

$$\text{on déduit : } \delta \Phi = du - \delta W$$

2ème principe de la ths :

perce la nature et le sens de la transf cad son caract rên ou invêr :

- rên : quasistatique + irréversible

infinité d'état d'éq
 éq à toutes instants

2 sens dit
 le m chemin

$$\begin{matrix} \delta F = 0 \\ \delta \vec{K} = 0 \\ \text{(lente)} \end{matrix}$$

*) Entropie S : mesure le désordre des particules dans l'espace % une pos d'éq théorique ($T = 0 K$)

$$\text{var : } p = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S ; T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V$$

$$ds = \delta S_e + \delta S_c$$

échange δS_e crée δS_c

$\delta S_c = 0$ ré
 $\delta S_e > 0$ irré
 $\delta S_c < 0$ impu

$$\delta S_e = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \delta Q = T ds$$

$ds = \frac{cdT}{T}$

*) Enthalpie H :

$$H = U + pV$$

Thermodynamique

$$dH = Tds + Vdp = cvdT$$

Rq : cas d'un solide (indéformable) :
 $V = ct ; p = ct$

$$cv = cp = c \Rightarrow du = dH = c dT = T ds$$

$\rightarrow$ capacité thermique calorifique

$$ds = c \frac{dT}{T} ; \delta S_e = \frac{\delta Q}{T}$$

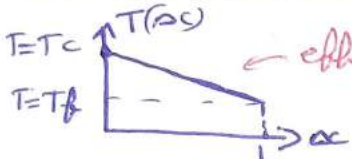
Des modes de Transfert: mode d'échange d'énergie (chaleur) sans mt de syst: 3 sont universels (local sans)

1) Conduction ou diffusion thermique:

elle concerne les solides elle est assurée par un mt micro des particules
particules agitées par les chocs



à $t = t_1 \Rightarrow T = cte \Rightarrow$ régime stat atteint



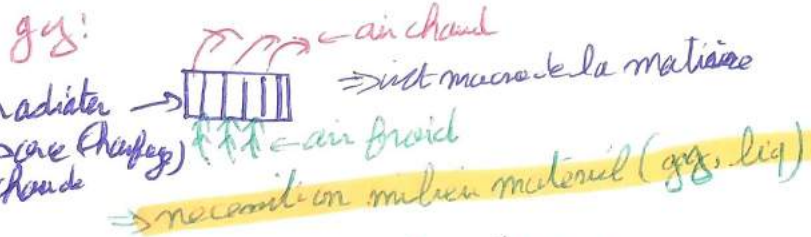
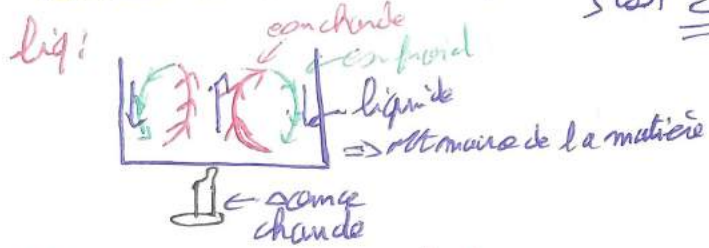
effet de T_b sur T_c

milieu matériel (solide)

conductivité thermique: λ se diff. d'un métal à un autre selon la T° de régime stat

2) convection thermique:

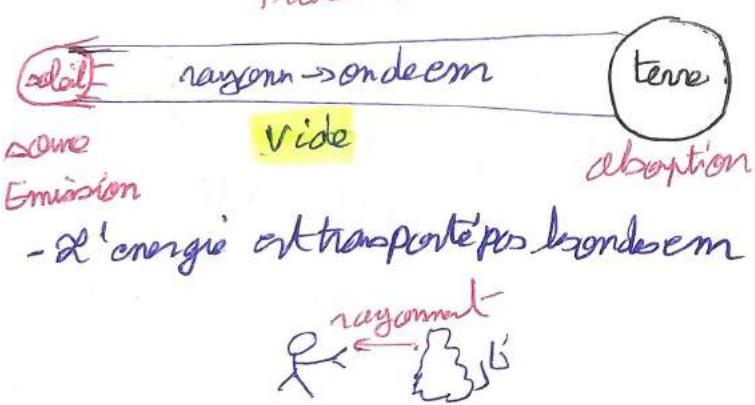
elle se fait ~~avec~~ travers la paroi d'un solide en contact avec fluide en mt



3) rayonnement thermique:

c'est la partie seule de la partie onde em (on n'a pas besoin d'un milieu)

Transition



- l'énergie est transportée par les ondes em

2) puissance thermique - flux thermique:

$$\Phi_m = P_{th} = \frac{\delta Q}{\delta t} = \iint_S \vec{s}_{th} \cdot \vec{dS}$$

$\vec{s}_{th}$: densité vol de courant thermique
analogie: $I = \frac{dq}{dt} = \iint_S \vec{s}_c \cdot \vec{dS}$ $\vec{s}_c = \rho V \vec{E} = \frac{\delta Q}{T_{cond}}$

$\vec{P}_q$: Vect de Poynting

$$P_{ray} = \iint_S \vec{P}_q \cdot \vec{dS}$$

Formule de Base:

$$\delta Q = dP_{th} dt = \vec{s}_{th} \cdot \vec{dS} dt \text{ (à travers } \vec{dS})$$

$$\Rightarrow \delta Q = P_{th} dt = (\vec{s}_{th} \cdot \vec{S}) dt \text{ (à travers } S, \vec{S} = d\vec{S})$$

3) La loi de Fourier:
elle relative à la conduction th
si il y a une différence de T° ; il y aura un courant th qui se propage vers les T°

$$\vec{s}_{th} = -\lambda \vec{grad} T$$

λ : conductivité thermique

analogie: $\vec{s}_c = \sigma \vec{E} = -\sigma \vec{grad} V$

$T \equiv$ potentiel thermique
(-): $\vec{s}_{th}$ orienté vers les T°

λ exprimée en $W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}$

$T = cte \Rightarrow$ isotherme
 $\Rightarrow \vec{s}_{th} \perp$ isotherme

4) loi de Newton:

si $T_b \neq T$: il y a un flux th par convection tq:
solide

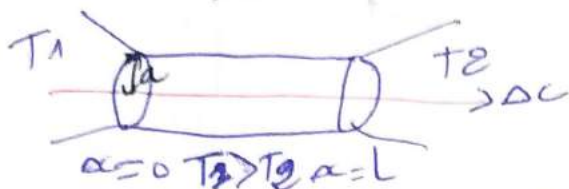
$$\vec{s}_{th} = h(T_p - T_b) \vec{n}$$

h : coeff d'échange th par convection en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

$\vec{s}_{th}$ dans un solide car la convection est isotrope.

Thermodynamique

5) Equation de la chaleur :



(thermostat ou source de chaleur)

Pilonne vol de la tige

C_m : capacité massique calorifique

⇒ faire un Bilan d'énergie en régime variable sur une Tranche du cylindre située en dx , x et $x+dx$ et déduire l'éq diff vérifiée par $T(x,t)$

⇒ résolution en régime permanent pour un transfert conductif.

ona :

$T = T(x,t)$: invariance ?

• $T_1 > T_2$: ∃ un transfert par conduction

de $T_1 \rightarrow T_2$ c'est-à-dire les $\Delta C T$

$$\Rightarrow \vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T \quad (1/\text{Wm})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow T = T(x,t) \quad \text{unidirectionnel}$$



1er principe appliqué à la tranche en régime variable :

$$du = \delta W + \delta Q$$

bilan = bilan
temporel spatial
est et est

$$\delta W = -p dv = 0 \quad (v = \text{cte})$$

$$du ??, \quad u = u(x,t) \quad (\text{toute grandeur})$$

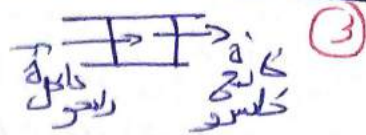
intensité macro dépend de t

$$du = u(t+dt) - u(t) = \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) dt \quad (\text{différentiel})$$

$$\text{or } du = c dt$$

$$u = cT + \text{cte}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = c \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = C_m dm \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)$$



$$\text{or } C_m = \frac{\delta Q}{\delta m} = \text{cte} \Rightarrow C = C_m \cdot m$$

$$= C_m (\rho \pi a^2 dx) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)$$

$$\text{or } \rho = \frac{dm}{dv} \Rightarrow dm = \rho dv = \rho \pi a^2 dx$$

$$du = C_m \rho (\pi a^2) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx \cdot dt$$

$$\delta Q = \delta Q_{\text{cond}} + \delta Q_{\text{conv}} + \delta Q_{\text{ray}}$$

$$\delta Q_{\text{cond}} = \delta Q(x) + \delta Q(x+dx)$$

$$= +j_{th}(x) \pi a^2 dt - j_{th}(x+dx) \pi a^2 dt$$

$$= - \left(\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \right) dx \pi a^2 dt$$

$$= - \left(\frac{\partial j_{th}}{\partial x} \right) \pi a^2 dx dt$$

$$\text{loi de Fourier : } j_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \vec{u}_{xx}$$

$$\Rightarrow \delta Q_{\text{cond}} = +\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \pi a^2 dx dt$$

$$\delta Q_{\text{conv}} : \text{---}$$

$$\delta Q_{\text{conv}} = h(T - T_a) 2\pi a dx dt$$

$$\Rightarrow \delta Q_{\text{conv}} = -h(T - T_a) 2\pi a dx dt$$

Cherni Fidaa

$$C_m \rho (\pi a^2) \frac{\partial T}{\partial t} dx dt = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \pi a^2 dx dt - h(T - T_a) 2\pi a dx dt$$

eq de diffusion

$$\Rightarrow \rho C_m \cdot a \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \lambda a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - h(T - T_a)$$

eq de la chaleur

Resolution:

- $\left\{ \begin{array}{l} \text{si } T = T(x, t): \text{onde thermique (effet de peau thermique) couple } (x, t) \\ \text{si } T = T(t): \text{régime uniforme} \\ \text{si } T = T(x): \text{régime permanent} \end{array} \right.$

• En régime permanent: $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$
 et $\delta \phi_{\text{conv}} = 0$ (surface latérale adiabatique ou l'air est au repos; pas de convection)
calorifuge = adiabatique

L'équation: $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$

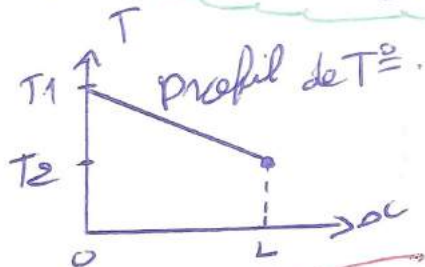
$T(x) = ax + b$ linéaire: régime permanent

conditions limites:

$$T(x=0) = T_1 = b$$

$$T(x=L) = T_2 = aL + b$$

$$\Rightarrow T(x) = \frac{(T_2 - T_1)}{L} x + T_1$$



loi de Fourier

$$\delta_{th} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = -\lambda \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right)$$

= cte % ∂x

le flux surfacique se conserve sur toutes les sections du cylindre. (surface latérale adiabatique: pas d'échange de chaleur)

$$P_{th} = \phi_m = \iint_S \vec{\delta} \cdot \vec{ds} = \delta_{th} (\pi a^2) = \frac{\lambda \pi a^2}{L} (T_1 - T_2)$$

analogie élec - thermique (conduction) (4)

loi d'ohm	$\vec{\delta} = \sigma \vec{E} = -\sigma \text{grad } V$	$U = V_2 - V_1$	$I = \iint_S \vec{\delta} \cdot \vec{ds}$ $\sigma = \rho \cdot k$
loi de Fourier	$\delta_{th} = \lambda \text{grad } T$	$\Delta T = T_2 - T_1$	$P_{th} = \phi_m = \iint_S \delta_{th} \cdot \vec{ds}$

1) Résistance thermique:

$$R_e = \frac{U}{I} \equiv R_{th} = \frac{\Delta T}{P_{th}} = \frac{L}{\lambda (\pi a^2)}$$

→ en $K \cdot W^{-1}$

→ $G_{th} = \frac{1}{R_{th}}$: conductance thermique

• en série (n P_{th} , $\Delta T \neq$):

$$\square \square \square \quad R_{th} \equiv R_{thi} \quad \Delta \phi = 0$$

$$\xrightarrow{P_{th}} \begin{array}{|c|c|c|} \hline T_1 & T_2 & T_3 \\ \hline \end{array} \quad \Delta \phi = 0 \text{ (adiabatique)}$$

• en // ($P_{th} \neq$ et ΔT):

$$G_{th} = \sum G_{thi}$$

$$P_{th} = G_{th} \Delta T$$

$$\rightarrow P_{th, \text{conv}} = \iint \delta_{\text{conv}} dS$$

$$= h (T_p - T_f) S_{\text{surface contact}}$$

$$G_{th} = h \cdot S_{\text{paroi}}$$

Shemi Fidaa

Rqs thermo:

$\Phi = I$; $T = V$

$G_{th} = \frac{1}{R_{th}} = \frac{\Phi_{th}}{\Delta T}$

$\frac{\lambda \delta}{L}$: conduction

$h \cdot \delta_{paroi}$: convection

Role de l'isolation: conservation de l'énergie
role de l'ailette: l'efficacité de transfert.

$\Phi = \iint \vec{\delta th} \cdot \vec{dS} = \frac{\Delta T}{R_{th}} (W)$

$R_{th} = \frac{L}{\lambda} (K \cdot W^{-1} \cdot m^2)$

Rq:

1) $T_0 = T(x=0) > T(x>0)$: $\exists$ flux thermique conductif qui se propage vers les $x \uparrow$ ($\vec{\delta} \parallel +\vec{ux}$)

2) surface latérale de la barre est entourée par le fluide (air) où $T = T_f \Rightarrow \exists$ flux convectif à travers cette surface.

les types des prob:

* conduction:

$\delta \Phi_{cond} = \delta th \cdot \delta dt$

sol et fluide à l'intérieur

et $\vec{\delta th} = -\lambda \vec{grad} T$ (fourier)

Thermi Fidaa

$\vec{T}$

* convection:

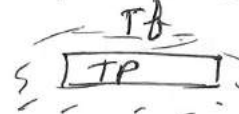
$\delta \Phi_{con} = \delta_{con} \delta_{paroi} dt$
et $\delta_{con} = h(T_{paroi} - T_{fluide})$ Newton

contact de solide

$\Rightarrow$ solide en contact avec un fluide (gaz ou liq).

en mnt et sa $T \neq T_{solide}(paroi)$ (et les surface ne sont pas adiabatiques)

ملف و هو في وسط



إسالة

* Rayonnement:

$\delta \Phi_{ray} = \Phi_s \cdot \delta \cdot dt$

ou $\Phi_s = j = \sigma T^4$ (Stefan)

ou $\lambda \cdot T = c \cdot \epsilon =$

la surface d'émission $\Phi_s = \sigma T^4$

* Production ou création:

indiqué par l'énoncé et ils donnent la puissance correspondantes: $P_v = \frac{dP}{dz} \Rightarrow \delta \Phi_{prod} = P_v \cdot dz \cdot dt$

Rq: $\vec{\delta th} \perp$ surface isotherme $\Rightarrow \vec{\delta} \parallel \vec{ur}$

bilan $\Rightarrow$ eq diff de T en fct de x et t $\Rightarrow$ $(t, x) \Rightarrow (t, x)$ $\Rightarrow$ Δx $\Delta x + dx$ (2)

① $du = \delta W + \delta Q$

② si $V = cte \Rightarrow \delta W = 0 = -p dv$

③ du ? $u = u(t)$ $\Rightarrow$ on a une fct macro de temps
 $\Rightarrow du = u(t+dt) - u(t) = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) dt$; si régime stat = 0
 sinon: $du = c dt \Rightarrow u = ct + cte$
 Permittent $T = T(x)$ $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial T}{\partial t}$ or $c_m = \frac{\lambda_c}{\rho_m} = cte \Rightarrow c = c_m \cdot d m$
 $= c_m \cdot d m \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)$ or $\rho = \frac{d m}{d z}$ Ehermi Fidaa
 $= c_m \rho \pi a^2 d \Delta x \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)$
 $\Rightarrow du = c_m \rho \pi a^2 \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \cdot d \Delta x \cdot dt$ ✓

④ δQ ?

$\delta Q = \delta Q_{cond} + \delta Q_{ray}$

$\delta Q_{cond} = \delta Q_{cond}(\Delta x) + \delta Q_{cond}(\Delta x + d\Delta x)$

or $\Phi_m = P_{th} = \frac{\delta Q}{\delta t} = \iint \vec{J}_{th} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \delta Q = dt \cdot \iint \vec{J}_{th} \cdot d\vec{S}$

$= + j_{th}(\Delta x) \pi a^2 \cdot dt - j_{th}(\Delta x + d\Delta x) \pi a^2 \cdot dt$
 $= - \frac{\partial j_{th}}{\partial \Delta x} d\Delta x \cdot dt \cdot \pi a^2$ or Fourier: $\vec{J}_{th} = -\lambda \text{grad } T$
 $= \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \Delta x}\right) \pi a^2 d\Delta x \cdot dt$ T ou Δx

$\delta Q_{cond} = j_{th} \cdot S \cdot dt$ or $S = a d\Delta x = a \cdot 2\pi a \cdot d\Delta x$

$= -h(T - T_b) \cdot dt \cdot 2\pi a \cdot d\Delta x$
 flux cède $\leftarrow$ $\rightarrow$ Hentou $\leftarrow$

⑤ $\Rightarrow$ égalité: $du = \delta Q \Rightarrow$ eq diffrent
 couplage espace-temps
 propagation: onde thermique

$$) du = 0 = \delta \Phi_{\text{cond}}$$

Pq: $\vec{\delta} = \delta \vec{r}$ car $\perp$ isothermes
of latéral

(3)

$$\text{or } \delta \Phi_{\text{cond}} = \delta \Phi(r) + \delta \Phi(r+dr)$$

$$= j_{\text{th}}(r) (\partial \Pi L) dt - j_{\text{th}}(r+dr) (\partial \Pi(r+dr) L) dt$$

$$= - \frac{\partial}{\partial r} (j_{\text{th}}(r) \cdot r) dr \partial \Pi L dt = 0$$

$\uparrow$ c'est toute la fct qui a varié entre les 2 moments

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (j_{\text{th}}(r) \cdot r) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial j_{\text{th}}}{\partial r} + \frac{j_{\text{th}}}{r} = 0} \Rightarrow \text{résol: séparation de var}$$

premier

$$\Rightarrow \frac{d j_{\text{th}}}{j_{\text{th}}} = - \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow d(\ln j_{\text{th}}(r)) = - d(\ln r) \Rightarrow d(\ln(j_{\text{th}} \cdot r)) = 0$$

$$\Rightarrow j_{\text{th}} \cdot r = cte$$

$$\Rightarrow j_{\text{th}} = \frac{cte}{r} = - \lambda \text{ grad } T$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dr} = \frac{-cte}{\lambda r} \Rightarrow T(r) = - \frac{cte}{\lambda} \ln(r) + cte_2$$

$$\text{or } \begin{cases} T(r=R_1) = T_1 \\ T(r=R_2) = T_2 \end{cases} \Rightarrow F = \dots$$

Ekremi Fidaa

$$) \Phi_{\text{conv}} = \iint j_{\text{th}} \cdot d\vec{S}$$

$$= h(T_1 - T_2) \partial \Pi R_2 L \leftarrow \lambda ??$$

par la conservation de flux à la surface est par ~~la~~ $r =$

cad: $\Phi_{\text{th cond}}(R_1^-) = \Phi_{\text{th conv}}(R_2^+)$ (continuité ou relation de passage)

on R_2 du flux

Pq: pour un transfert de convection:

$$\Phi_{\text{th conv}} = h \cdot S_{\text{paroi}} (T_{\text{paroi}} - T_{\text{fluide}})$$

$$\Rightarrow R_{\text{th}} = \frac{1}{h S_{\text{paroi}}} \left\{ \begin{array}{l} R_{\text{int}} (r=R_1) \\ R_{\text{ext}} (r=R_2) \end{array} \right.$$

) in flux et $\Delta T \neq$: en série: $R \leq R_i$

Pq: variation de Φ / $R_1 \Rightarrow \frac{dR_{\text{th}}}{dR_1}$: étude de F et T selon

$\Rightarrow$ obj: améliorer le transfert c-à-d $\Phi \uparrow \uparrow$

Rq: l'homme de pied dû à des sources internes dans le syst.

(4)



T_1 T_2 ; $T_1 > T_2$

.) rappeler l'éq diff th en présence de source interne:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{P_v}{\lambda}$$

 Van λ cond

.) en régime permanent $\Rightarrow$ stat: $dU = 0$
 $\delta W = 0$

$$\delta Q_{cond} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cdot \delta x \cdot \delta t$$

.) il $\exists$ production par des sources internes de densité vol de pui: $\frac{d^2 z}{dz^2}$

$$P_U \Rightarrow \delta Q_{prod} = P_v \cdot \delta x \cdot \delta t$$

$$\Rightarrow \delta Q_{cond} + \delta Q_{prod} = dU = 0 \Rightarrow \text{eq}$$

.) $P_v = b(I)$? courant $I \rightarrow$ effet Joule
 Pui élec $\rightarrow$ Pui Joule (thermique)

$$\Rightarrow P_v = P_{ij} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \lambda E^2 = \frac{j^2}{\lambda}$$
 (conducteur)

or $I = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \vec{E} \cdot \vec{S} \Rightarrow P_v = \frac{I^2}{\sigma S} = RI^2$
 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
 $= j \cdot V$
 $= nqV = PFD$

résol: $T(x) = -\frac{kI^2}{2\lambda} x^2 + \frac{kI^2}{2\lambda} Lx + T_1 \Rightarrow \begin{matrix} x=0, T=T_1 \\ x=L \Rightarrow T=T_2 \end{matrix}$

$x_{max} \Rightarrow \frac{dT(x)}{dx} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{L}{2} \Rightarrow T(x_{max}) = \dots$

I_0 (min)? $\Rightarrow$ pour éviter la fusion il faut: $T(x_{max}) \leq T_{fuse}$

$\Rightarrow I_0 \leq \sqrt{\dots} \Rightarrow$ principe de fusible càd

la coupure de courant dû à la fusion de métal: $\Rightarrow$
 كيف يقطع معادش كذا

Rq: calcule les pui th (Φ_{th}) à travers la section de la tige en présence et absence de la tige?

en absence: $\Phi = \Phi_{cond} = h(T - T_{ext}) \pi a^2$; $\rightarrow$ comme كان التيف الجلب

en présence: $\Phi = \Phi_{cond} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \pi a^2$; $\rightarrow$ la section de la tige conduct كان

·) onde thermique $\equiv$ onde dans un conducteur BF: effet de paroi: (5)

1) $T(z,t) = T(z,t)$, var de propagation
(OX), (PY) infini: invariance de translation:

·) $\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$: densité vol de flux th

Ehermi Fidaa

·) $a(z,t) = T(z,t) - T_0$

eq diff: $da = \delta U + \delta Q$

du? $U = U(T) \Rightarrow U(t+dt) - U(t) = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dt$

ou $du = c dT \Rightarrow U = CT + \text{cte}$

$$\Rightarrow \frac{\partial U}{\partial T} = c \frac{\partial T}{\partial T} = cm \, dm \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)$$

$$\Rightarrow = cm \rho \frac{\delta \cdot dz}{dz} \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) dt = cm \rho \delta \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right) dz \cdot dt$$

Pq: ~~Scouv~~
car milieu est infini
pas en mt

$$\delta Q_{\text{cond}} = \delta Q_{\text{cond}}(z) + \delta Q_{\text{cond}}(z+dz)$$

$$= j_{th} \delta \cdot dt - j_{th}(z+dz) \cdot \delta \cdot dt$$

$$= - \frac{\delta}{\delta z} (j_{th}) dz \cdot dt \cdot \delta = - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \cdot dz \cdot dt \cdot \delta$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\rho cm}{\lambda} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \right] = 0$$

*) couplage: onde th (z,t)
*) découplage t par t car
inversé de sens $\Rightarrow$ l'échange
 $\Rightarrow$ caractère irréversible du
transfert irréversible

qeq eqs:

$$\delta Q_{\text{cond}} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \delta dz \cdot dt$$

$$\delta Q_{\text{prod}} = \rho a \cdot \delta \cdot dz \cdot dt$$

$$da = \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \delta dz \cdot dt$$

$\Rightarrow$ l'éq de chaleur est une relation entre les puissances
de + grandeur du 1^{er} principe

$$\text{Puis vol int} \rightarrow \rho c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho a \leftarrow \text{Puis vol prod}$$

$\leftarrow$ puis vol par cond

- régime permanent, stationnaire, statique: $G = G/m$ (4)
- régime uniforme, variable: $G = G(t)$

$$dG = G(y+dy) - G(y) = \left(\frac{\partial G}{\partial y} \right) \cdot dy$$

• Pq toute grandeur macro dépend de temp: du, dH, dS, dG
 $u(t+dt) - u(t) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) dt$

.) entropie S : désordre;

$$dS = \underbrace{\delta S_e}_{\text{échange}} + \underbrace{\delta S_c}_{\text{créé}} \quad ; \quad \delta S_e = \frac{\delta \Phi}{T}$$

$$\boxed{dS = c \frac{dT}{T}}$$

.) en régime permanent: $dS = S(t+dt) - S(t) = \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right) dt = 0$

$$dH = T dS - V dP = c_V dT$$

$$\text{à } P = \text{cte} \Rightarrow dS = c_V \frac{dT}{T}$$

.) pour un transfert conductif: Φ_{cond} :

bilan de l'entropie: échange

$$\delta S_e = \delta S_e(y) + \delta S_e(y+dy) \quad \text{or} \quad \delta S_e = \frac{\delta \Phi}{T}$$

$$= \delta \frac{\Phi(y)}{T(y)} + \delta \frac{\Phi(y+dy)}{T(y+dy)}$$

$$= + \frac{j_{th}(y)}{T(y)} A \cdot dt \quad \xrightarrow{\delta S_e} \quad - \frac{j_{th}(y+dy)}{T(y)} A \cdot dt$$

Ehenni Fidaa

$$= - \frac{\delta}{\delta y} \left[\frac{j_{th}(y)}{T(y)} \right] \cdot dy \cdot A \cdot dt$$

$$= - \frac{1}{T(y)} \left[\frac{\delta j_{th}}{\delta y} \cdot T - j_{th} \cdot \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right) \right] A dy dt$$

$$\text{or } j_{th} = -\lambda \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right) \quad \text{car } \lambda \text{ est l'Eq de ch\u00e2l}$$

$$= - \frac{1}{T(y)} \left[-\lambda \left(\frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \right) \cdot T - \lambda \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)^2 \right] A dy dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta S_e = \frac{\lambda}{T^2(y)} \left(\frac{\delta T}{\delta y} \right)^2}$$

- 1) Loi de corps noir: le rayonnement thermique:
absorbe la totalité du rayon incident
à l'équilibre thermique: $T = T_0$; il rayonne (émet) tout le rayonnement
 $\Phi_i = \Phi_a = \Phi_e \Rightarrow \Phi_i = \Phi_e$ (puiss th)
 $\Rightarrow \Phi_{entrant} = \Phi_{sortant}$ bilan
- 2) Loi des corps noirs:
- 3) Loi de Planck:

$$u_\lambda = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{d\Phi_m}{d\lambda} \right) : \text{flux surfacique spectre}$$

- 4) Loi de déplacement de Wien:
 $\left(\frac{du_\lambda}{d\lambda} \right) = 0 \Rightarrow \lambda_m \cdot T = c_2 \sim 3000 \mu m \cdot K$ $\begin{cases} T_{\text{terre}} = 3000 \\ T_{\text{soleil}} = 6000 \end{cases}$

- 5) Loi de Stephan:
 $\vec{E} = \Phi_s = \sigma T^4$: flux surfacique d'un corps noir
 $\delta \Phi_{\text{ray}} = \frac{\Phi_s}{S} \cdot S \cdot dt$ (chaleur) (Bilan)

Rq: échange non linéaire en T^4 ($(1+x)^4 \sim 1+4x$)
 $\Phi_{th} = \iint \Phi_s dS = \sigma T^4 \cdot S$: flux th $\Rightarrow$ puissance
 $=$ loi de Wien $\rightarrow$ surface

2 corps noirs: (S_1, T_1) ; (S_2, T_2) :

- 1) flux absorbé par (1): $\sigma T_2^4 S_1$: جاتون (2) رجما
- 2) flux émis par (1): $\sigma T_1^4 S_1$: يخرجون رجما
- 3) flux échangé (à 1) (exer 6): $\Phi_{12} = \sigma T_2^4 S_1 - \sigma T_1^4 S_1$
رجما - خرجما

Ehermi Fidaa

RPS:

enceinte vide: ray

- 1) puis qu'il rayonne par ses 2 face: $P_r = \sigma T^4 \cdot S \times 2$
 $T \rightarrow$ absorbe T^2 (cor noir)
- 2) à l'éq $P_r(T=T_c) = P_a \Rightarrow T_c = -$ ($P_a = \sigma T_1^4 S + \sigma T_2^4 S$)
- 3) énergie δQ : chaleur

Rq: $Q(t) = A e^{-\frac{1}{\tau} t} e^{j(\omega t - \frac{1}{\tau})}$

$P_{id} = S_0 \cdot \tau$

fournir ⑥

$I = \frac{Q}{t} = A e^{-\frac{1}{\tau} t} \cos(\omega t - \frac{1}{\tau})$

(concl)

si $p(t) = u \cdot i \Rightarrow p(t) = p_0 e \cdot e^{j\omega t} = j\omega \phi \cdot S = -j \frac{S_0}{\omega} \cdot S$
 = pth: harmonique
 intégralment

$\Rightarrow A = -$

$\Rightarrow \phi = -$

Rq: les ondes de l'échelle du val ou la corde (échelle), la pression de celle de temps et meilleur que celle de T: échelle $\Rightarrow$ masse plus précise.

Rq: corps noir: absorbe la totalité des rayons incidents; à l'équilibre rayonnement.
 notation Noir ??; il absorbe toutes les radiations du spectre c.m. comme le noir absorbe toutes les couleurs du spectre visible.



$P_S = G T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2$
 $\Phi_S = \frac{G T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2}{4\pi d^2}$
 $\Rightarrow P_T = \Phi_S \cdot \pi R_T^2$
 (Terre = cercle)

au minimum de chaque surface sphérique il faut définir un flux surfacique.
 éq radi: par Terre (système)
 $\Phi_e = \Phi_s$: n'est pas la même chose entre Soleil et Terre (opposé) (glide)
 (émission) et rayonnement donc on travaille pour le flux non surfacique
 et absorption si surface, $\Phi_e = \Phi_s$ et $\Phi_a = \Phi_s$

Ehermi Fidaa

Introduction à la mec quantique

①

1) Insuffisance de la théorie classique:

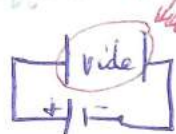
- théorie classique: - mécanique (PFD)
- mécanique d'Einstein
- théorie des ondes de Maxwell (énergie)

Historiquement: apparition des phénomènes sans résolu à la mec classique $\Rightarrow$ mec. quant.

1) Niveau d'énergie: quantifié; transition atomique $\rightarrow E_{\text{émission}} = E_{\text{exc}} - E_{\text{f}} = h\nu$

$\Rightarrow$ loi de Planck

2) effet photoélectrique:



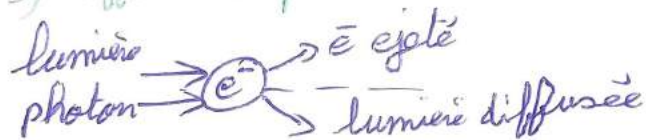
lumière (énergie) $E = h\nu \Rightarrow \nu$: haute fréq

.) sans lumière: $i = 0$

.) avec lumière: $i \neq 0$

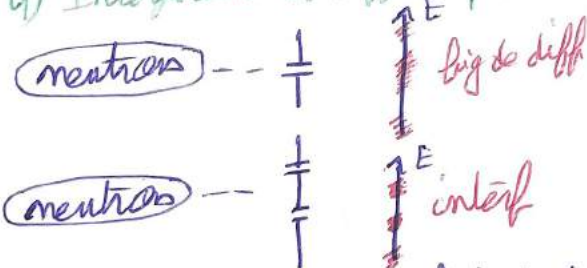
arrachement: un photon arrache un e^- qui est accéléré par le générateur.

3) effet Compton:



traduit comme une collision entre un photon ($m=0$) et un e^- ($m \neq 0$)

4) Interférence et diff de particules:



$\Rightarrow$ comportent ondulatoire de matière (onde-matière)

5) raisonnement de cap non:

c'est une onde thermique émise par un corps matériel PFD *Thermi Fidaa*

2) onde de matière (de De Broglie):

si une matière se comporte comme une onde, la longueur d'onde est:

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p}$$

h = cte de Planck
 p = quantité de mouvement (impulsion) par matière

$$p = \frac{h}{\lambda_{DB}} \cdot \Delta p = \frac{2\pi}{\lambda_{DB}} \cdot \frac{h}{2\pi} \Delta p = \hbar \cdot k$$

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k} ; \hbar = \frac{h}{2\pi} : \text{cte de Planck réduite} \sim 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$E = h\nu = \hbar \cdot \omega$$

$$2\pi\nu = \omega$$

$\hookrightarrow$ loi de Planck (quantum d'énergie) ω : coeff de passage

$$\text{énergie: } E = \left(\frac{p^2}{2m} + V \right) = \hbar \left(\frac{\omega}{k} \right)$$

$$\text{impulsion: } \vec{p} = \left(\frac{p^2}{2m} \right) = \hbar \left(\frac{\omega}{k} \right)$$

aspect corpusculaire (matière)

aspect ondulatoire

$$Pq: E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} m v^2 + E_p = \frac{p^2}{2m} + V$$

3) limite de validité:

comme en optique on compare "d'a" λ l'action $p \cdot \lambda$

classique: $S \gg h$

quantique: $S \sim h = 10^{-34} \text{ J.s}$

translation

rotation

$$\text{impulsion: } \vec{p} = m \vec{v}$$

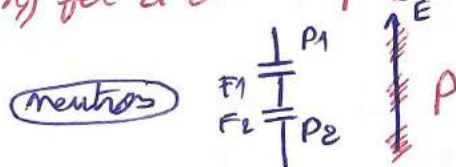
$$E_c = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{puissance: } P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \vec{OM} \wedge \vec{p} = \hbar \vec{\omega} \\ &= \frac{L^2}{2} \\ &= \hbar \cdot \omega \end{aligned}$$

4) approche math de la mec quantique: on introduit une fct décrit l'état quantique et eq diff (Schrödinger)

1) fct d'onde $\psi(m, t)$:



en opti: $I \neq I_1 + I_2$ mais $A = A_1 + A_2$ et $I = |A|^2$

P_1 : probabilité d'une particule pour passer F_1

P_2 : " " " " " " F_2

P_3 : proba pour arriver sur l'écran

$\Rightarrow P \neq P_1 + P_2$ car ($P_1 \exists$ et $P_2 \exists$ mais $P=0$!!!!)

$$\Rightarrow P \equiv I$$

$$\Rightarrow \psi(x,t) = A$$

$$|\psi|^2 = \frac{dP}{dz}$$

donc il y a vol de proba
détourné la particule à t'
 ψ : $m^{-\frac{3}{2}}$

$$\Rightarrow P = \int |\psi|^2 dz$$

proba de trouver la
particule à t'

$$\psi(x,t) = \psi(x)$$

unidimensionnel

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx$$

normalisation
certitude de trouver la
particule dans tout l'espace
 ψ : $m^{-\frac{1}{2}}$

P_4 : ψ complexe pour décrire tous les
situations $\psi \Rightarrow \psi$ car $\psi \neq \psi^*$

g) eq de Schrödinger:
eq diff décrit l'état quantique d'une
particule (variation de $\psi(x,t)$)

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x,t) \cdot \psi$$

supplément de ψ
matière
couplage

- eq diff non linéaire présence de $V(x,t)$
(à linéariser par la suite)

- "m": l'aspect corpuscule dans cette eq

- couplage: aspect ondulatoire

- $\hbar$: dualité onde-corpuscule qui donne
à cette eq un aspect général

$$\text{en 3 dim: } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \Delta \psi$$

l'eq:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi$$
$$= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V \right] \psi$$

Schro
Fiduc
A

$$\Rightarrow i\hbar \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = H \psi$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V$$

opérateur hamiltonien

4) Notion d'état stationnaire:

$$\text{c'est le cas où } \psi(x,t) = \phi(x) \cdot g(t)$$

découplage, séparation des var: méthode de séparation de variables

$\rightarrow$ présence de $V(x,t)$ est l'origine de non
linéarité de l'eq diff

on se limite alors à l'étude des cas où $V(x,t) = 0$

on note V ou $V(x)$ dans ces conditions l'eq donne:

$$i\hbar \phi(x) \cdot g'(t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(x) \cdot g(t) + V(x) \cdot \phi(x) \cdot g(t)$$

$$i\hbar \frac{g'(t)}{g(t)} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\phi''(x)}{\phi(x)} + V$$

$$\text{de la forme: } G(t) = F(x) \quad \forall x, t$$

$$\Rightarrow F = G = \text{cte}$$

$$[G(t)] = [G(t)] = [F(x)] = [V] = \text{énergie}$$

on note $E = \text{cte}$

pour avoir l'eq diff $\Rightarrow$ découplage en $g(t)$ et $\phi(x)$

$$\begin{cases} i\hbar g'(t) = E \cdot g(t) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \phi''(x) + V = E \end{cases}$$

$$P_1: E = E_c + V$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g'(t) + \frac{iE}{\hbar} g(t) = 0 \quad (1) \\ \phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \phi(x) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{résol (1): } g'(t) + \frac{iE}{\hbar} g(t) = 0$$

$$\Rightarrow g = g_0 e^{-\frac{iE}{\hbar} t} ; E = \hbar \omega$$

$$\Rightarrow g(t) = g_0 e^{-i\omega t}$$

$$\Rightarrow \psi(x,t) = \phi(x) e^{-i\omega t}$$

(gote
d'intégr
à dériver
dans $\phi(x)$)

relation d'énergie directement si
l'énergie ne demande pas

$$\text{donc ce cas } \frac{dP}{dz} = |\psi(x,t)|^2 = |\phi(x)|^2$$

car $|e^{-i\omega t}| = 1$

donc la probabilité concerne la localisation
de la particule dans l'espace indépendant de t

→ réel (2) : $\phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \phi(x) = 0$

$\lambda^2 + \dots \Rightarrow \Delta = -4m$

→ les sols dépend du signe de $(E - V)$

si $(E - V) > 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow$ sol complexes conjugués
 $-4 \cdot \frac{2m}{\hbar^2} (E - V)$ ou harmonique

si $(E - V) < 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$ sol réels

comportement classique :

Existe-t-il $E > 0 \Rightarrow E - V > 0$

soit $E > V \Rightarrow$ mt possible & q

sinon $E < V \Rightarrow$ mt interdit & q

cel : l'existence de sols de l'éq (2) & E et V explique la différence majeure entre classique et quantique qui préconise une proba de trouver la particule & les conditions et les contraintes.

!!!! proba, réel, les V classes d'is

Rq : les fcts potentiel (V) :

- puits infini $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in [0, a] \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$

- marche de potentiel $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ V_0 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Barrière de potentiel (effet tunnel) :

$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{si } x \in [0, a] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

5) Particule libre ou isolée : $V=0$;

particule sans interaction : $V=0 \Rightarrow E=E_0$ et $x \in]-\infty, +\infty[$ a priori (libre)

→ interprétation classique : $E > 0$
 le mt est possible $E > V=0$ et impossible pour $E < 0$

→ Etude quantique : $\psi(x, t) = \phi(x) e^{-i\omega t}$

ou $\phi(x)$ vérifie : $\phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \phi(x) = 0$

1^{ère} cas : si $E > 0$: classique

on pose $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} > 0$ (prop)

$\phi''(x) + k^2 \phi(x) = 0$ (ou $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$) (3)

$\phi(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx}$

ou

$\phi(x) = A_1 \cos(kx) + B_1 \sin(kx)$ (possible)

$\Rightarrow \psi(x, t) = \phi(x) e^{-i\omega t}$
 $= A e^{-i(\omega t + kx)} + B e^{-i(\omega t - kx)}$

particule prog vers les $x \rightarrow$

particule prog vers les $x \leftarrow$

particule stationnaire

→ les sols rappellent la structure de l'oppm dont les extensions dans l'espace et dans le temps sont infinies (particule libre)

2^{ème} cas : $E < 0$: $\Delta > 0$: $\rho = \frac{\sqrt{2m|E|}}{\hbar} > 0$

$\phi''(x) - \rho^2 \phi(x) = 0$

$\Rightarrow \phi(x) = A e^{-\rho x} + B e^{+\rho x}$: sol réel

$\Rightarrow \psi(x, t) = (A e^{-\rho x} + B e^{+\rho x}) \cdot e^{-i\omega t}$

→ stat + atténué ⇒ particule évanescente sur une distance $\delta = \frac{1}{\rho}$

cel : contrairement à la théorie classique

on m^é qm, une particule libre a une chance d'exister m avec une énergie $E < 0$

→ origine de différence : échelle d'observation

on m^é class $E = E_{macro} = E_{moy}$

cad si par exemple $E = 0 \Rightarrow$ la particule "i"

ta $E_i < 0$ et "s" ta $E_s > 0$: on ne proba

non nulles d'exister et avoir un mt

→ pour une particule libre son énergie est continue et elle est qq cas $\forall E, \exists$ proba de mt.

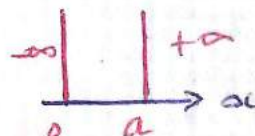
6) vecteur densité de courant de probabilité :

$\vec{j} = \frac{\hbar}{m} \cdot \nabla |\psi(x, t)|^2 \equiv \vec{\pi}$

7) le puits infini de potentiel :

$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in [0, a] \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$

Shemir Fidaa



Questions :

- 1) interpréter classiquement l'aspect de la particule
- 2) déterminer $\psi(x,t)$ dans les 3 régions.

réponses :

- 1) à l'ext de puit : $V \rightarrow \infty \Rightarrow V > E$
 $\Rightarrow$ mt impossible
- à l'int de puit : $x \in [0,a] ; V=0$
 • si $E > 0$: particule limitée dans le puit
 • si $E < 0$: la particule ne peut pas exister dans le puit

2) approche quantique :

état stat : $\psi(x,t) = \phi(x) e^{-iEt/\hbar}$
 $\phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \phi(x) = 0$

1^{er} cas : à l'ext de puit $\rightarrow V \rightarrow +\infty$
 l'éq diff et ϕ ne sont pas définies et puisque $\phi(x)$ traduit une proba donc on peut prendre $\phi(x) = 0$

dans ce cas : quand $\equiv$ classico une particule ne peut jamais exister à l'ext de puit

2^{ème} cas : à l'int de puit $V=0$ et $\phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} E \phi(x) = 0$

• si $E > 0$: $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E > 0$
 $\rightarrow \phi(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx}$ particule stat
 $= A_1 \cos(kx) + B_1 \sin(kx)$

• si $E < 0$: $p^2 = -\frac{2m}{\hbar^2} E > 0$
 $\Rightarrow \phi(x) = A e^{px} + B e^{-px}$ particule croissante

al : en mec quant, la particule est tjs piégée dans le puit $\forall E$.

Pq : les conditions aux limites ou de raccordement permettant de déterminer ces sont : la continuité de ϕ et ϕ'

étude des cas $E > 0$: $\phi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$ continue de $\phi(x)$ en :

$x=0$: $\phi(0^-) = \phi(0^+) : A=0$
 $x=a$: $\phi(a^-) = \phi(a^+) : 0 = B \sin(ka)$
 $\Rightarrow ka = n\pi ; n \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_n = \frac{n\pi}{a} \\ E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2 = n^2 \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} \right) = n^2 E_1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ les grandeurs sont quantifiées ($\exists$ des niveaux d'énergie) cette quantification est due au confinement de la particule

$\Rightarrow$ pour $n=1$: on parle du niveau fondamental
 $E_1 = \frac{\hbar^2}{8ma^2} \neq 0$: l'équilibre quantique ne correspond pas au repos m.c.

$\rightarrow$ écart entre 2 niveaux successifs : $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = (2n+1) E_1$ si $n \uparrow$
 $E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{8ma^2}$

$\rightarrow$ les niveaux s'éloignent de l'infinité
 $\Delta E_n \rightarrow$ si $n \uparrow$: les niveaux se rapprochent et peuvent se superposer si $a \rightarrow 0$
 il n'y a plus de confinement : particule libre $\rightarrow$ énergie continue.

$\rightarrow$ les conditions aux limites ont permis de comprendre la quantification, pour le calcul de B : il nous reste une éq, celle de normalisation :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,t)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi(x)|^2 dx = \int_0^a |B|^2 \sin^2(kx) dx = \left(\frac{1}{a} \int_0^a \sin^2(kx) dx \right) |B|^2 a$$

$$= \frac{|B|^2 a}{2} = 1 \Rightarrow |B| = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

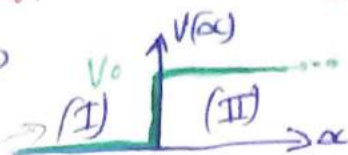
$$\Rightarrow B = \sqrt{\frac{2}{a}} \text{ car qd compte est } |\phi(x)| \text{ et } \phi(x)$$

$$\phi(x) = \frac{\sqrt{2}}{a} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) : \text{fonct d'onde normalisée}$$

Shimi Fidaa

8) La marche de potentiel:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



on admet qu'il existe un flux de particules incidentes dans (I)

approche classique:

1) si $E < 0$ ($E < V_0$): mt impossible des les 2 régions

2) si $0 < E < V_0$: mt possible des (I) et dans (II) car la particule arrive en $x=0$ avec vitesse $v_1 = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

ou elle répendit (réfléchi) et rebrousse chemin avec la même vitesse (élastique)

3) si $E > V_0$: mt possible des (I) et (II) les particules incidentes de vitesse $v_1 = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ franchissent la marche en $x=0$ et se déplacent avec une vitesse $v_2 = \sqrt{\frac{2(E-V_0)}{m}}$

(freinage)

approche quantique:

$$\Phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \Phi = 0$$

Cherhi Fidaa

1) Région I: $x < 0 \Rightarrow V = 0$

1^{er} cas: $E > V=0$; $k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$

$$\Phi''(x) + k^2 \Phi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \Phi(x) = \underbrace{A_1 e^{-ikx}}_{\text{particule réfléchi}} + \underbrace{B_1 e^{ikx}}_{\text{particule incident}}$$

2^{ème} cas: $E < 0$: $p^2 = -\frac{2m}{\hbar^2} E > 0$

$$\Rightarrow \Phi''(x) - p^2 \Phi(x) = 0$$

$$\Phi(x) = \underbrace{A_1 e^{-px}}_{\substack{\downarrow \\ \text{dir en } -\infty \\ A=0}} + \underbrace{B_1 e^{px}}_{\substack{\downarrow \\ \text{particule émergeant} \\ \delta = \frac{A}{p_1}}}$$

5) Région II: $x > 0$; $V = V_0$

1^{er} cas: si $E > V_0$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)$$

$$\Phi(x) = \underbrace{A_2 e^{-ikx}}_{\substack{\downarrow \\ \text{particule réfléchi} \\ \Rightarrow A_2 = 0}} + \underbrace{B_2 e^{ikx}}_{\substack{\downarrow \\ \text{particule transmise}}}$$

2^{ème} cas: si $E < 0$

$$p^2 = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V_0)$$

$$\Phi(x) = \underbrace{A_3 e^{-px}}_{\substack{\downarrow \\ \text{particule émergeant} \\ \text{sur une distance} \\ \delta = \frac{A}{p}}} + \underbrace{B_3 e^{px}}_{\substack{\downarrow \\ \text{dir en } +\infty \Rightarrow B_3 = 0}}$$

et en mec quantique: l'énergie de la particule elle a chance de se trouver qq part.

1) lechg de caracté (ondulatoire ou corpusculaire) explique le comportement quantique et sa contradiction avec théorie classique

Notion de P et T en probabilité

3) analogie optique ou em:

onde em { $\text{proag: } k_{\text{réel}} \rightarrow \text{vide ou plasma } (v > v_p)$
 $\text{onore: } k_{\text{im}} \rightarrow \text{plasma } (v < v_p)$

pour la marche de potentiel:

si $0 < E < V_0$: interface vide/plasma ($v < v_p$)

si $E > V_0$: interface vide/plasma ($v > v_p$)

10) Relation de dispersion:

$$E = \hbar \omega = \frac{p^2}{2m} + V = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (\hbar \omega - V) \quad \text{car } E > V$$

relation linéaire ω en k car il y a une dispersion: le comportement de chaque particule dépend de sa pulsation ω ou de son énergie $E = \hbar \omega$

11) Principe de détermination de Heisenberg:

ce principe pose pour 2 grandeurs complémentaires (p , $x=0$) et (E , t) si on mesure avec précision l'une on perd la précision sur l'autre.

Δp : incertitude sur la mesure de $\vec{p}$ - $\vec{p}_{cl}$ (6)

Δx : ... de x : position initiale

ΔE : ... de l'énergie

Δt : ... de temps

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

de plus " $\hbar/2$ " présente une incertitude indispensable. L'incertitude présente qui est due principalement à l'aspect probabiliste de la mécanique et à l'erreur de mesure présente.

⇒ l'origine de l'écart en mécanique quantique :

- incertitude expérimentale (erreur de mesure)

- incertitude due à l'état probabiliste

exemple: stabilité des états de bases énergétiques.

$$\text{on a } \Delta E_n = (E_{n+1} - E_n) \text{ (pour } n \text{ fini)}$$

$\Delta E_n \geq \Delta E_1$ si $n \geq 1$: d'après le principe de d'indétermination: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ la durée de vie (stabilité) d'un état d'énergie plus basse est plus importante que celui d'énergie élevée.

1) ordre de grandeur de la durée de vie d'un état stable: $\Delta E_n (n=1) = 3 E_1 \sim E_1$

$$\Delta E_1, \Delta t_1 \sim \hbar$$

$$\Delta t_1 \sim \frac{\hbar}{\Delta E_1} = \frac{\hbar}{E_1} = \frac{\hbar}{\frac{1}{2} m a^2}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2 m a^2}{\hbar}$$

Rqs:

particule diffuse $\rightarrow \infty$

particule liée (coïlle) (classique)

$$F = q \cdot E$$

$$E_p = q \cdot V \text{ (eV)}$$

$\vec{p} = m \vec{v}$: si $v \ll c$: chq des formules! Einstein neutron

gaz rare: couche de valence saturée $\Rightarrow$ stable; pas d'interaction (ionisée)

(interf: on utilise la g_z pour pour émettre l'interaction le d_h trajet) كيف نيفهم فنته لازم نركب الـ يونيا قبل ما يوصل

vitesse d'un objet: PFD

$$\text{vitesse d'un pth: } \hbar E_c: \Delta E_c = \hbar \omega$$

1) nucléon: noyau j₀

2) masse atomique $\equiv$ masse noyau

1) visible $\rightarrow$ infrarouge $\rightarrow$ radio (onde hertzienne)
 10^6 10^{-4} 10^2
 μm [1 nm; 100 μm]

1) effet de simple, double, triple liaison ou la polarité?

si liaison $\uparrow \Rightarrow$ polaire $\Rightarrow$ apolaire
 (مركب من ذرات) (غير من ذرات)

H₂O₂ ne fait un ray coïlle sont apolaire (non polarisable) (stable) (triple et double liaison)

Elhami Fidaa

① Rq: quantique (Einstein; Planck; Heisenberg)

$I = |A|^2 \Leftrightarrow P = |\psi|^2$
 $\Rightarrow \psi$: Amplitude de probabilité de présence (fonction d'onde) elle traduit l'état quantique (corpusculaire) $\Leftrightarrow$ l'état ondulatoire

$\frac{dP}{dx} = |\psi(x,t)|^2$: densité de probabilité de l'existence de la particule à l'instant "t" en m^{-3}

en not complexe: $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega$
 $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \vec{p} = \pm i\vec{k} \end{array} \right.$
 longueur d'onde de matière

$$E = \left(\frac{p^2}{2m} + V \right) = \hbar \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow E = \frac{p^2}{2m} + V = \hbar \omega = \hbar \nu$$

$$= \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi] = [\hbar \omega \psi] = \text{énergie} [\psi]$$

$$[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}] = [\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \psi]$$

$$= \text{énergie} [\psi]$$

$$[V \cdot \psi] = \text{énergie} [\psi]$$

$$\text{or } \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Schrodinger $\equiv$ conservation de E totale

$$(E_c + V) \psi = E \psi \quad \text{Ehermi Fida}$$

$$\Rightarrow E = E_c + V$$

si ψ l'éq de Schrodinger est linéaire donc ψ est linéaire
 $\Rightarrow$ sol générale est la superposition de 2 états stationnaires.

$$E_p = q \cdot V \Rightarrow E_c = E_p \text{ et } E_c \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = e U_0$$

si la particule est au repos: pas d'interaction: $E_p = 0$

1) vitesse en 1 pt particulier;
 $dE_c = \Delta E_c = W(F_{ext})$ (c'est mc)
 $\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \int q \vec{E} \cdot d\vec{l}$
 $= q (V_A - V_B) = q U_0$

2) énergie potentielle ou force;
 $dE_p = -\vec{F}_c \cdot d\vec{l} = -\delta W_c$
 $dE_m = \delta W_{mc}$

$$\psi(x,t) = \phi(x) e^{-i\omega t} \quad F'(\phi) = G(\phi) = 0$$

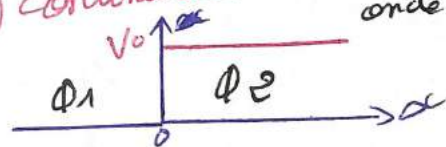
$$\phi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \phi(x) = 0$$

Connaissances: $E > V_0$
 $E < V_0$ ou non

1) $\frac{dP}{dx} = |\psi(x,t)|^2 = |\phi(x)|^2$ tous les états sont équiprobables... (sans plus)

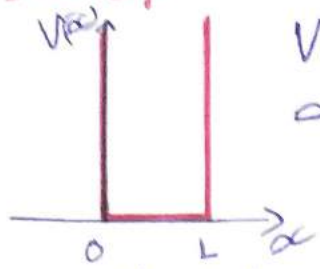
2) si la particule est stationnaire:
 $\phi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$ $E > V_0$
 $\Rightarrow$ notion de l'onde incidente et réfléchie
 si il n'existe pas un obstacle à l'infini donc l'onde réfléchie est impossible
 $\Rightarrow B = 0$

3) si la particule est évanouissante:
 $E < V_0$
 $\phi(x) = A e^{\rho x} + B e^{-\rho x}$
 $\Rightarrow$ notion de CV et d'UV; si il l'une de $e^{\rho x}$ ou $e^{-\rho x}$ est divergente en $\pm \infty \Rightarrow A = 0$ ou $B = 0$
 $\Rightarrow$ pas de notion de onde incidente ou réflé.



en $x=0$:
 $\int \phi_1(0) = \phi_2(0)$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} |\phi|^2 = 1$
 $\phi_1'(0) = \phi_2'(0)$

si le puits est infini : limitation



$V(x) = 0$ si $x \in [0, L]$
sinon $V = +\infty$

Exercice Fidaa 2

si l'est de puit :

$V = +\infty \Rightarrow \psi = 0$: eq diff. non de finie

si l'int de puit :

si $E > 0$: particule libre

$\psi_1(x) = A e^{-ikx} + B e^{ikx}$
 $= A \cos(kx) + B \sin(kx)$

$\Rightarrow C.L. : \begin{cases} \psi(0^+) = \psi(0^-) = 0 \\ \psi(L^+) = \psi(L^-) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 0$

$\Rightarrow \sin(kL) = 0 \Rightarrow k = \frac{n\pi}{L}$

quantification : limitation de la particule

et $\int_0^L |\psi|^2 dx = 1 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$

$\Rightarrow \psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{2m}$

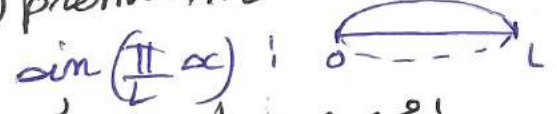
$\Rightarrow E_n = n^2 \left(\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m L^2} \right) = n^2 E_1$

energie quantifiée due au confinement de la particule

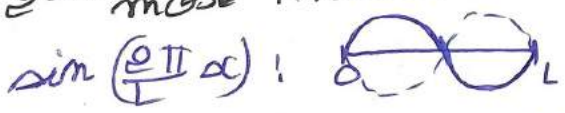
Rq : Haute energie : état instable

$E_{n+1} - E_n = (2n+1) E_1$

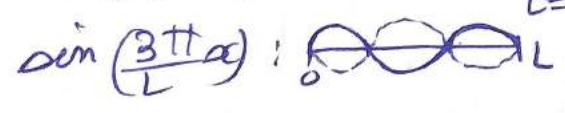
1er mode : $n=1$



2ème mode : $n=2$



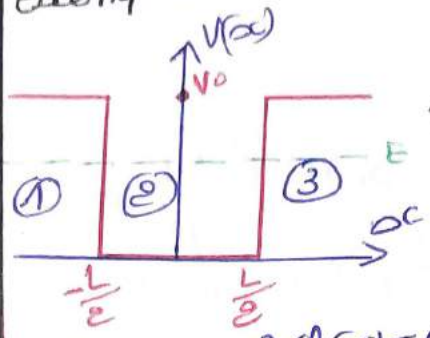
3ème mode : $n=3$; $\lambda = \frac{L}{n} = \frac{c}{\nu}$
 $E = \hbar \nu$



si le puits est pair ou impair :

si $V(x)$ finie et paire $\Rightarrow \psi(x)$ admet une parité unique : pair ou impair

exemple :



$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$
 $\chi = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$

$\psi''_1(x) - \chi^2 \psi_1(x) = 0 \Rightarrow \psi_1 = A_1 e^{\chi x} + B_1 e^{-\chi x}$
 $\psi''_2(x) + k^2 \psi_2(x) = 0 \Rightarrow \psi_2 = A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}$
 $\psi''_3(x) - \chi^2 \psi_3(x) = 0 \Rightarrow \psi_3 = A_3 e^{\chi x} + B_3 e^{-\chi x}$

paire :
 $\psi_1(-\infty) = \psi_3(\infty)$
 $\Rightarrow A_1 = B_3 ; B_2 = 0$

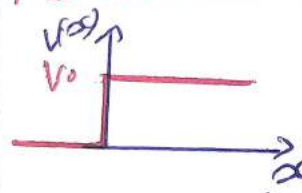
impair :
 $\psi_3(-\infty) = -\psi_1(\infty)$
 $B_3 = -A_1 ; A_2 = 0$

C.L. :

$\psi_3\left(\frac{L}{2}\right) = \psi_2\left(\frac{L}{2}\right)$
 $\psi'_3\left(\frac{L}{2}\right) = \psi'_2\left(\frac{L}{2}\right)$

Rq : Energie C : particule est libre
 $\Rightarrow$ pas d'interactions $\Rightarrow$ non confinée

Transmission et réflexion :



$\begin{cases} x < 0 : \psi_1(x) = A e^{ikx} + A' e^{-ikx} \\ x > 0 : \psi_2(x) = C e^{ikx} \end{cases}$

si $E < V_0$: risque de réf de toute la particule donc $E > V_0$

$r = \frac{\text{ampl réf}}{\text{am inci}} = \frac{A'}{A} ; t = \frac{C}{A} = \frac{2k}{k+k}$

cond au limite (accordement) :

$\psi_2(0^+) = \psi_1(0^-) : C = A + A'$
 $\psi'_2(0^+) = \psi'_1(0^-) : ikC = ik(A - A')$

$\Rightarrow r = \frac{k-k}{k+k} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_2 + n_1}$
 $\Rightarrow t = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$

$\Rightarrow$ Enrichissement atomique (Coopération)

$$\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$$

$$\vec{j} = |\psi|^2 \frac{\hbar \vec{k}}{m}$$

ampli

par def: $R = \left| \frac{j_{ref}}{j_{inc}} \right| = \left| \frac{|A|^2}{|A|^2} \right|$

$$= 1$$

$$j_i = \frac{\hbar k}{m} |A|^2 \vec{ux}$$

amplitude inci

$$j_{ref} = - \frac{\hbar k}{m} |A|^2 \vec{ux}$$

$$j_{tran} = \frac{\hbar k}{m} |C|^2 \vec{ux}$$

Rq: Zaux ci ; cr

$$\Rightarrow R_1 = \frac{C_1}{C_i}$$

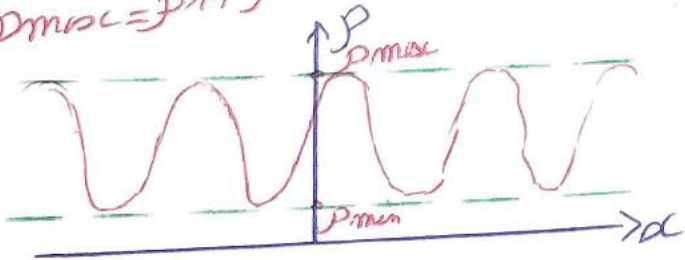
$$\Rightarrow R_2 = \frac{1-C_1}{1-C_i}$$

Rq:

$$P(x) = P_1 + P_2 + 2\sqrt{P_1 P_2} \cos(kx + \alpha_2 - \alpha_1)$$

$$P_{min} = P_1 + P_2 - 2\sqrt{P_1 P_2}$$

$$P_{max} = P_1 + P_2 + 2\sqrt{P_1 P_2}$$



particule libre ($V=0$)!

$\Rightarrow$ Modèle de l'OPPM

mais: $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx \neq 1$: énergie infinie

$\Rightarrow$ paquet d'onde ✓

car énergie finie et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1$$

Franchir la barrière? comment?

$\Rightarrow$ effet tunnel ... $\Rightarrow$ tunnel

Ehovi Fidaa

4

1) thermodynamique statistique: macro $\rightarrow$ micro
un syst contient un nbre "N" assez élevé de particule.

- F.B Boltzman

- Espérance, Variance, écart type

- interprétation = $f(T)$ et $f(E)$

- intégrale: 1 particule $\rightarrow$ H particule (système)

Ehermi Fidaa

2) statistique: évolution d'un tel système par un traitement probabiliste.

obj: application des résultats statistiques à l'étude thermodynamique d'un syst: comportement micro des particules pour déduire le comportement macro du syst.

3) La loi de prob de Boltzman:

4) PFS des fluides: fluide: dim macro (gas, liq) $\Rightarrow$ on applique la PFS à un élément de ce fluide appelé "particule fluide" (dim micro: petite à l'échelle macro)

$\Rightarrow$ dm (masse); ds (surface); dV (Volume); dn (nbre de particule)
PFS: $\sum d\vec{F} = 0$
 - les Forces surfacique sur ds: $d\vec{F}_s = -p d\vec{S}$ (densité surfacique)
 - les Forces volumique sur dV: $d\vec{F}_v = \vec{f}_v \cdot d\vec{V}$ (densité vol de force Vol.)

1) $\vec{F}_c$: $d\vec{F}_c = dq \vec{E} = \rho dz \vec{E} \Rightarrow \vec{f}_{vc} = \rho \cdot \vec{E}$
 2) $\vec{F}_{lap}$: $d\vec{F}_{lap} = \vec{\tau} dz \vec{n} \Rightarrow \vec{f}_{vp} = \vec{\tau} \cdot \vec{n}$
 3) $d\vec{p} = dm \cdot \vec{g} = dz \cdot \rho \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{f}_{vpoid} = \rho \vec{g}$

$\Rightarrow$ PFS: $-p d\vec{S} + \vec{f}_v \cdot d\vec{V} = 0 \quad \Delta$

théorème de gradient: $\iiint \text{grad } f \cdot d\vec{V} = \iint f \cdot d\vec{S}$

$\Rightarrow \vec{F}_s = \iint_S -p d\vec{S} = \iint_V -\text{grad } p \cdot d\vec{V}$
 $\Rightarrow \vec{f}_v - \text{grad } p = 0 \quad (\vec{f}_v = \rho \vec{g} : \text{pesanteur})$

$\Rightarrow p = p(z) \Rightarrow dp = -\rho g dz$
 $\vec{g} = g \vec{u}_z$ ($u_x = u_y = 0$ (proj))
 détermin le champ de pression p dans un fluide au repos
 l'intégration dépend de ρ
 a) $\rho = \text{cte}$: P; fluide incomp (liq) stat
 $\Rightarrow p(z) = -\rho g z + \text{cte}$

on pose $p(z=0) = p_0$
 $p(z) = -\rho g z$ on: $p(z) - p(z_0) = -\rho g (z - z_0) = -\rho g \Delta z$
 équation de l'hydrostatique

- 1) si $p = p_0 \Rightarrow z = z_0$: surface libre des mers (isobares) sont horizontales
 2) si $z_2 > z_1$: $p(z_2) < p(z_1) \Rightarrow$ pression augmente en profondeur.
 3) $\bar{g} = -g\vec{u}_z$: " z " traduit une altitude z
 et si $\bar{g} = +g\vec{u}_z$: " z " une profondeur z
 4) si $\rho = \rho(p)$: fluide compressible (la répartition ρ change si on modifie le fluide)
 $\hookrightarrow$ il faut chercher une relation entre " $\rho = \frac{dm}{dz}$ " et " p "
 $\hookrightarrow$ l'éq d'état: énoncé

5) modèle de l'atmosphère "isotherme": coeff de Boltzmann;
 atmosphère terrestre:

- particule identique (masse m)
- gaz parfait compressible de masse molaire $M \approx 29 \text{ g mol}^{-1}$
- et T_0 etc

$\Rightarrow$ déterminer $p(z)$ et $dm(z)$?
 pression $\downarrow$ Nombre de particule à l'altitude z

PFS: $dP(M) = -P(M) g dz$ (*)

Écrire l'éq d'état des G-P par une particule:

$P(M) \cdot dz = dm R T_0$

$dm = \frac{dm}{M}$

$\Rightarrow P(M) = \frac{1}{M} \left(\frac{dm}{dz} \right) R T_0 = \frac{P(M)}{M} R T_0$

donc $P(M) = \frac{M}{R T_0} P(M)$

on remplace (*) de PFS: $dP(M) = -\frac{Mg}{R T_0} P(M) dz$ (Eq diff d'éq)

$\Rightarrow \frac{dP}{P(M)} = -\frac{Mg}{R T_0} dz \Rightarrow \ln P(M) = -\frac{Mg}{R T_0} z + C$

$\Rightarrow P(M) = k e^{-\frac{Mg}{R T_0} z}$

si $P(z=0) = P_0 \Rightarrow P = P_0 e^{-\frac{Mg}{R T_0} z} = P_0 e^{-z/H}$

$H = \frac{R T_0}{Mg}$: hauteur dite barométrique de l'atmosphère.

pour la détermination de $dm(z)$ des particules se trouvant à l'altitude z , on revient à l'éq d'état: $dm = \frac{P(M)}{R T_0} dz$ et on a $P(M)$ ✓✓

Elmeri Fidaa
 ✍️

interprétation:

.) Mgz : énergie potentielle de pesanteur d'une mole de gaz

.) $\left[\frac{Mgz}{RT_0} \right] = 1 \Rightarrow$ " RT_0 " est une énergie relative à T_0
 $\hookrightarrow$ énergie d'agitation ther en mole.

$M = HA \cdot n$; $R = k_B \cdot HA$
 $\hookrightarrow$ cte de Boltzmann

$\Rightarrow \frac{Mgz}{RT_0} = \frac{mgz}{k_B T_0}$ ← énergie de pesanteur de particule
 $\hookrightarrow$ énergie d'agitation thermique d'une particule.

$$\Rightarrow d n(z) = d n_0 e^{-\frac{mgz}{k_B T_0}}$$

$\hookrightarrow$ les particules se répartissent dans l'atmosphère proportionnellement à un facteur dit de Boltzmann $e^{-\frac{mgz}{k_B T_0}}$ qui dépend de l'énergie de particule relative à son énergie d'agitation thermique.

.) Loi de prob de Boltzmann: donner la prob $P(E_i)$ d'une particule d'occuper un état d'énergie " E_i " parmi " γ " états possibles à température " T ".

$$P(E_i) = \alpha e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$

$\hookrightarrow$ cste de proportionnalité

$$\Rightarrow P(E_i) = \gamma \text{ (normalisation)}$$

$$P(E_i) = \frac{e^{-E_i/k_B T}}{\sum_{j=1}^{\gamma} e^{-E_j/k_B T}}$$

1st partition $\rightarrow \gamma$

prob d'une particule d'occuper un état d'énergie E_i parmi les " γ " possibles.

inter: $\rightarrow$ les variables de $P(E_i)$ sont E_i et T :

.) pour " E_i fixe": $P(E_i) \propto e^{-E_i/k_B T}$: car les particules état plus $E_j < E_i$; $\rightarrow T$: devient plus énergétique (agitation) (libre) et peut atteindre E_i

.) $T = cte$: $E_i \neq E_j$: si $E_i < E_j \Rightarrow P(E_i) < P(E_j)$
 $\Rightarrow$ les états de basse énergie sont les plus probables.

Shami Fidaa

→ Notion d'état dégénéré ou non dégénéré:

- pour $n=1$: 1S: $\Rightarrow P(\text{niveau}) = P(\text{état})$ non dégénéré
- pour $n=2$: 2S et 2P $\Rightarrow 2$ fois dégénéré
- pour $n=3$: 3S, 3P et 3d $\Rightarrow 3$ fois dégénéré

$$\Rightarrow P(\text{niveau}) = \frac{g}{P} P(\text{état})$$

→ cas d'une "partition continue d'énergie": si le "P" état est équiprob: $\Rightarrow P(\text{niveau}) = \sum P(\text{état})$

"la prob de particule d'avoir une énergie comprise entre E et $E+dE$ "

$\Rightarrow$ cette prob doit être $\propto$: - Facteur de Boltzmann
- nombre de niveau entre E et $E+dE$

soit:

$$dp(E) = \alpha \cdot e^{-\frac{E}{k_B T}} \cdot dn(E)$$

on pose: $W(E) = \frac{dn(E)}{dE}$: densité de niveau d'énergie

$$\Rightarrow dp(E) = \alpha e^{-\frac{E}{k_B T}} W(E) \cdot dE$$

$\hookrightarrow$ ce doit être la condition de normalisation: $\int_0^{+\infty} dp(E) = 1$

→ limite de Boltzmann

- $\rightarrow$ gaz réels et liq (travaille en dp (cas intermédiaires)).
- $\rightarrow$ les effets quantiques $\exists$ (travaille en dn (classique))

•) Etude d'un syst de H particules à spectre discret:

syst: H particules identiques, chacune de masse m de part et d'autre
obs des $\neq$ état $\vec{s}_k$

•) énergie interne moyenne (statistique) ou Expérience

→ pour une particule: $\langle E \rangle = \sum_{\vec{s}(\text{états})} P(\vec{s}) \cdot \vec{s}_k$

$$P(\vec{s}_k) = \frac{e^{-\frac{\vec{s}_k}{k_B T}}}{\sum e^{-\frac{\vec{s}_k}{k_B T}}}$$

→ pour un syst:

$$\langle E \rangle = \sum_{\text{particule}} \langle E \rangle = N \langle E \rangle$$

"moy stats plus précise que avec $\frac{\sum \vec{s}_k}{H}$ car elle tient compte de la contribution (pondération)"

•) écart quadratique moy ou Variance - est typ

Ehemi Fiolaa
A

→ pour une particule :

③

$$\text{Var}(E) = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 = (\Delta E)^2$$

$$\text{ou } \langle E^2 \rangle = \sum P(E) E^2$$

et $\sigma(E)$: écart type :

Ehemi Fidaa

$$\sigma(E) = \Delta E = \sqrt{\text{Var}(E)}$$

⇒ Var et σ mesurent la répartition de l'énergie autour de la moyenne (dispersion : la manière)

⇒ σ peut traduire une erreur en pratique ou une incertitude de la grandeur considérée = les incertitudes qui apparaissent dans les inégalités de Heisenberg ($\Delta x, \Delta p, \Delta E, \Delta t$)

→ pour N particules (syst) :

$$\text{Var}(E) = (\Delta E)^2 = \sum_{i \text{ part}} (\Delta E_i)^2 = N \cdot (\Delta E)^2$$

$$\Rightarrow (\Delta E) = \sqrt{N} \cdot (\Delta E_i)$$

→ $N \gg 1$: $(\Delta E)_{\text{d'un syst}} \gg \Delta E_{\text{particule micro}}$
macro

⇒ la particule est plus instable que le système macro

⇒ on ne peut pas comparer 2 grandeurs de 2 échelles mais on peut comparer ses variations relatives (chacune dans son échelle)

$$\frac{(\Delta E)}{\langle E \rangle} \% \left(\frac{\Delta E_i}{\langle E_i \rangle} \right)$$

$$\text{Or } \langle E \rangle = H \langle S \rangle \Rightarrow \frac{(\Delta E)}{\langle E \rangle} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \frac{(\Delta S)}{\langle S \rangle}$$

cl : le syst macro est plus stable que la particule micro

Eq : capacité thermique à volume de : $CV = \left(\frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T} \right)$

$$CV = \frac{(\Delta E)^2}{k_B T^2}$$

liée aux paramètres expérimental (mesurable) CV d'une variable statique

1) capacité th classique des gaz et des solides

1) th d'équipartition d'énergie : on ne peut admet "n" d'osc possible d'échange

$$\text{d'où on associe une énergie } S = \frac{1}{2} k_B T$$

$$2) \text{ cas des gaz : } H = N \cdot \left(\frac{3}{2} k_B T \right) = \frac{3}{2} n R T$$