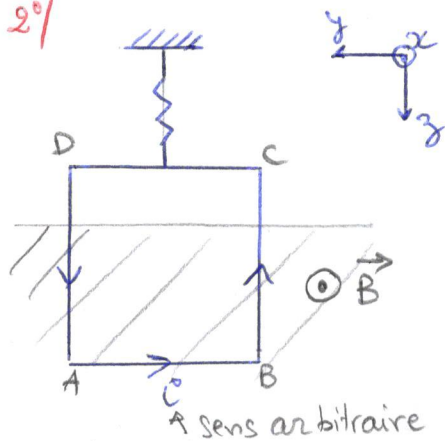


Correction TD2 (induction)

Exercice 1 : cadre oscillant partiellement ds un champ $\vec{B}$

1°) Si on écarte le cadre de sa position d'équilibre, il se met à osciller sous l'action de la force de rappel du ressort. Ce movt donne un flux mag. variable, ce qui entraîne l'apparition d'un courant induit. Ce courant crée, sur les parties du cadre soumises au champ $\vec{B}$, des forces de Laplace, dont la résultante sera une action de freinage d'après la loi de Lenz.

2°)



$$\begin{aligned}\vec{F}_{CD} &= \vec{0} \quad (\text{car } \vec{B} = \vec{0}) \\ \vec{F}_{BC} &= -\vec{F}_{DA} \\ \rightarrow \vec{F}_L &= \oint_{ABCD} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_{AB} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \\ &= -ia \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z = ia B \vec{e}_z = \vec{F}_L\end{aligned}$$

movt de translation $\rightarrow$ R.F.D

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{p} + \vec{F}_L + \vec{T}$$

avec $\vec{T} = -k(z - l_0) \vec{u}_z$; $\vec{p} = m \vec{g} = mg \vec{u}_z$

en projetant sur l'axe du movt : $m \ddot{z} = iaB + mg - k(z - l_0)$

3°) $P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = (iaB \vec{u}_z) \cdot (\dot{z} \vec{u}_z) = iaB \dot{z}$, $P_L = iaB \dot{z}$

or $P_L + P_{\text{f.e.m.}} = 0 \rightarrow P_L = -P_{\text{f.e.m.}} = -e \cdot i \Rightarrow e = -\frac{P_L}{i} = -aB \dot{z}$

le cadre est de resistance R et d'inductance négligeable
 $\rightarrow$ d'après le schéma électrique équivalent $e = Ri$



$\rightarrow i = \frac{e}{R} = -\frac{aB \dot{z}}{R}$

$$4^o) m \ddot{z} = i a B + m g - k (z - l_0) \text{ avec } i = -\frac{a B}{R}$$

$$m \ddot{z} = -\frac{a^2 B^2}{R} \ddot{z} - k z + m g + k l_0 \rightarrow \ddot{z} + \frac{a^2 B^2}{m R} \ddot{z} + \frac{k}{m} z = g + \frac{k l_0}{m}$$

éq de la forme $\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2 z = K$

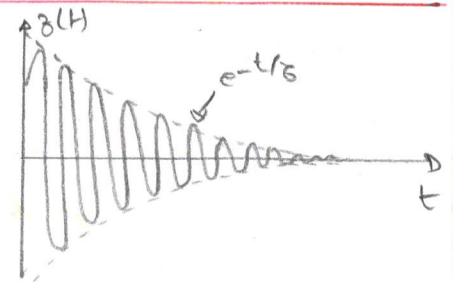
avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{(a B)^2}{m R}$

$$\rightarrow Q = \frac{\omega_0 m R}{(a B)^2} = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{m R}{(a B)^2}$$

$$K = g + \frac{k}{m} l_0 = g + \omega_0^2 l_0$$

5^o) Si le mut est pseudo-périodique alors le discriminant de l'équat^o du 2nd degré associée $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$ est < 0

$$\rightarrow \Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2 < 0 \Rightarrow Q > 1/2$$



les solut^s s'écrivent $r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\sqrt{\frac{-\Delta}{4}} = -\frac{1}{\tau} \pm j\Omega$

La solut^o de l'équat^o différentielle s'écrit :

$$z(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t} = A e^{-t/\tau} e^{j\Omega t} + B e^{-t/\tau} e^{-j\Omega t}$$

la solut^o réelle est $z(t) = z_m e^{-t/\tau} \cos(\Omega t + \varphi)$

avec $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$ et $\Omega = \sqrt{\frac{-\Delta}{4}}$

$$\tau = 2 \frac{m R}{(a B)^2}$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{4\omega_0^2}{4} - \frac{\omega_0^2}{4Q^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \rightarrow \Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - \frac{a^4 B^4}{4 m R^2 k}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$