

Exercice 3

$$1. a) m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) - \frac{m}{\tau} \vec{v}$$

$$\frac{\|\vec{E}_m\|}{\|\vec{E}\|} = \frac{\|q \vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|q \vec{E}\|} \approx \frac{v}{c} \ll 1$$

$$\rightarrow +im\omega \vec{v} + \frac{m}{\tau} \vec{v} = -e \vec{E} \rightarrow \vec{v} = \frac{-\frac{e\tau}{m} \vec{E}}{1 - i\omega\tau} \vec{E}$$

$$\text{or } \vec{j} = -ne \vec{v} = \frac{\frac{ne^2\tau}{m} \vec{E}}{1 - i\omega\tau} \rightarrow \underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1 - i\omega\tau}$$

$$b) \tau = 5,33 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

$$2. a) \text{div } \vec{E} = D \text{ (} \vec{E} \text{ est transversal)} ; \text{div } \vec{B} = 0 ; \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{B}_t = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t}$$

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot } \vec{E}_t) &= -\Delta \vec{E}_t + \text{grad}(\text{div } \vec{E}_t) = -\Delta \vec{E}_t \\ &= \text{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}_t}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{B}_t) \end{aligned}$$

$$-\Delta \vec{E}_t = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \gamma \vec{E}_t + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t})$$

$$\cancel{k^2} \vec{E}_t = -\mu_0 \gamma (-i\omega) \vec{E}_t + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_t$$

$$\underline{k^2} = \frac{\omega^2}{c^2} + i\mu_0 \gamma \omega$$

relat° de dispersion

$$2. b) \text{ on a } \omega \ll \frac{1}{\tau} \rightarrow \omega\tau \ll 1 \rightarrow \gamma \approx \gamma_0$$

$$\frac{\frac{\omega^2}{c^2}}{\mu_0 \omega \gamma_0} = \frac{\omega}{\mu_0 \gamma_0} = \frac{\epsilon_0}{\gamma_0} \omega$$

$$\text{or } \frac{\epsilon_0}{\gamma_0} \approx 1,8 \cdot 10^{-18} \text{ s} \ll \tau = 5,33 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

$$\rightarrow \frac{\epsilon_0}{\gamma_0} \omega \ll \tau \omega \ll 1$$

$$\rightarrow \underline{k^2} = i\mu_0 \gamma_0 \omega$$

3-a) On a $\underline{k}^2 = i\omega\mu_0\sigma_0 \Rightarrow \underline{k} = \pm e^{i\pi/4} \sqrt{\mu_0\sigma_0\omega}$
 $= \pm \frac{(1+i)}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0\sigma_0\omega}$

La solut^o physiquement acceptable est $\underline{k} = \frac{1+i}{\delta}$

$$\Rightarrow \vec{E}_t = E_{0t} \exp(i(\underline{k}z - \omega t)) \vec{u}_n$$

$$= E_{0t} \exp(i(\frac{1+i}{\delta}z - \omega t)) \vec{u}_n$$

$$\vec{E}_t = E_{0t} e^{-z/\delta} \exp(i(\frac{z}{\delta} - \omega t)) \vec{u}_n$$

il s'agit d'une O.P.P.H atténuée.

3-b/ δ : la profondeur de pénétrat^o de l'O.E.M ds le Conducteur : épaisseur de peau.

3-c/ pour $f_1 = 50 \text{ Hz}$; $\delta_1 = 3,2 \text{ cm}$

pour $f_2 = 100 \text{ MHz}$; $\delta_2 = 22,9 \text{ } \mu\text{m}$

II/ Coefficient de reflexion et de transmission

4-a/ vide | conducteur
 ① | ②
 $\vec{e}_z$
 $z=0$

$$\vec{e}_z \wedge (\vec{E}_t - (\vec{E}_i + \vec{E}_r)) \Big|_{z=0} = 0$$

$$\rightarrow E_{0t} = E_{0i} + E_{0r} \quad (1)$$

$$\pm E_{0i} = E_{0i} + \pm E_{0r}$$

$$\rightarrow \underline{t} = 1 + \underline{r} \quad (3)$$

$$\vec{e}_z \wedge (\vec{B}_t - (\vec{B}_i + \vec{B}_r)) \Big|_{z=0} = \vec{0}$$

$$B_t(z=0) = B_i(z=0) + B_r(z=0) \quad (2)$$

4-b/ $\vec{B}_i = \frac{h_0}{\omega} \vec{u}_z \wedge \vec{E}_i = \frac{E_{0i}}{c} e^{i(h_0 z - \omega t)} \vec{u}_y$
 $\vec{B}_r = -\frac{h_0}{\omega} \vec{u}_z \wedge \vec{E}_r = -\frac{E_{0r}}{c} e^{i(-h_0 z + \omega t)} \vec{u}_y$

$$\vec{B}_t = \frac{k}{\omega} \vec{u}_y \wedge \vec{E}_t = \frac{(1+i)}{8\omega} E_0 e^{i(kz - \omega t)} \vec{u}_y$$

donc (2) $\rightarrow \frac{(1+i)}{8\omega} t = \frac{1}{c} - \frac{r}{c}$

$$\rightarrow (1-r) = c \frac{(1+i)}{8\omega} t \quad (4)$$

(3) + (4) $\rightarrow 2 = t \left(1 + c \frac{(1+i)}{8\omega} \right) \rightarrow t = \frac{2}{1 + \frac{c}{8\omega} (1+i)}$

$$\Sigma = \frac{1 - \frac{c}{8\omega} (1+i)}{1 + \frac{c}{8\omega} (1+i)}$$

4-c) pour les faibles fréquences

$$\frac{c}{8\omega} = \frac{c}{\omega \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \epsilon_0 \omega}}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{2\epsilon_0 \omega}} \rightarrow \infty \text{ as } \omega \rightarrow 0$$

$\rightarrow t \approx \frac{2}{\frac{c}{8\omega} (1+i)}$ et $r \approx -1$

4-d/ on a $\vec{B}_t = \frac{1+i}{8\omega} \vec{E}_t = \frac{1+i}{8\omega} t E_0 e^{i(kz - \omega t)}$

or à faible fréquences $t \approx \frac{2}{\frac{c}{8\omega} (1+i)}$

$\rightarrow B_t \approx \frac{2 E_0 i}{c} \neq 0$

le champ magnétique peut pénétrer à l'intérieur du conducteur qd $\omega \rightarrow 0$.