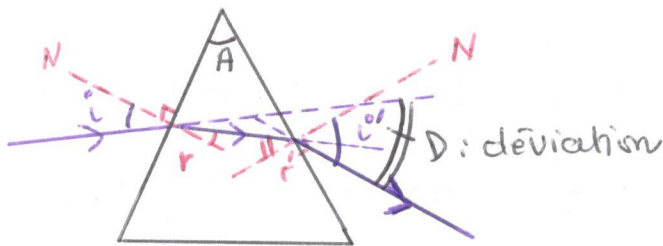


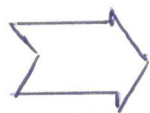
Exercice 2 : le biprisme de Fresnel ; cohérence spatiale

Rappel : prisme



$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases}$$

pour une faible incidence

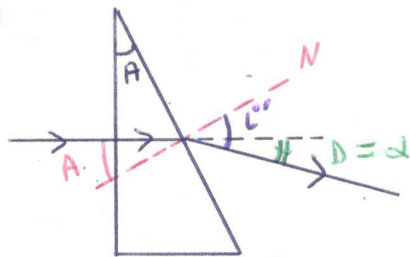


$$\begin{cases} i \approx nr \\ i' \approx nr' \\ A = r + r' \\ D = n(r + r') - A \\ D = (n-1)A \end{cases}$$

A/ prisme droit

sous incidence normale

1°)



$$2^\circ \quad i = 0 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow A = r'$$

$$D = (n-1)A = \alpha$$

ou bien à partir de la loi de Snell-Descartes

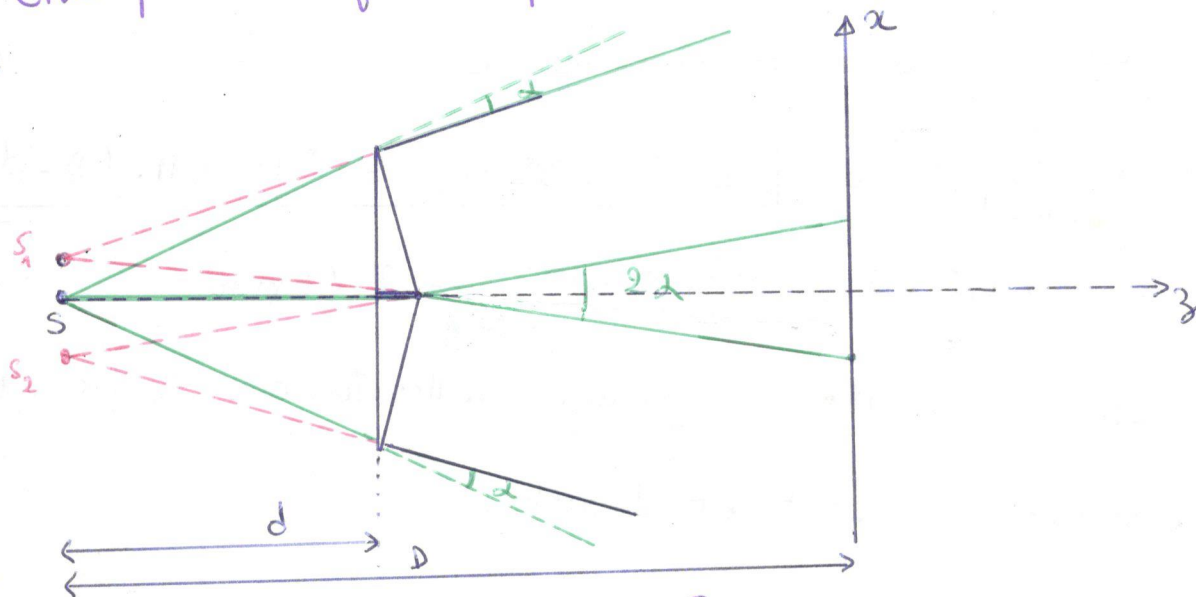
$$n \sin A = \sin i' \Rightarrow nA \approx i'$$

$$\text{or } i' = \alpha + A \Rightarrow \alpha = (n-1)A$$

3°) AN $\alpha = 1145 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

B/ champ d'interférence par une source ponctuelle à distance finie

4°)



$$S_1 S_2 = a?$$

$$\tan \alpha = \frac{a/2}{d} \approx \alpha = (n-1)A \Rightarrow \underline{a = 2dA(n-1)}$$

5). Les surfaces d'égales intensité (les franges) sont des familles d'hyperboloïdes de foyers S_1 et S_2 , elles coupent l'écran placée // à $S_1 S_2$ et située à la distance $D \gg a$ selon des courbes quasiment linéaires, on observe alors sur l'écran des franges rectilignes $\perp$ à l'axe des x .

• La source était ponctuelle et monochromatique $\Rightarrow$ les franges sont bien contrastées mais peu lumineuses.

6°) le système est équivalent à celui des fentes d'Young.

$$S = \frac{a n}{D} = \frac{2d(n-1)A n}{D}$$

L'interfrange est telle $\Delta S = \lambda \Rightarrow \Delta n = i$

$$\Delta S = \frac{2d(n-1)A \Delta n}{D} = \lambda \Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda D}{2d(n-1)A}}$$

$$\underline{AN} : i = \frac{546 \cdot 10^{-9} \times 1}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \times 2,9 \cdot 10^{-3} \times 0,5} \approx 1,9 \text{ mm}$$

soit l : largeur du champ d'interférence

$$\tan \alpha \approx \alpha = \frac{l/2}{D-d} \Rightarrow \underline{l = 2\alpha(D-d) = 2(n-1)A \cdot (D-d) = l}$$

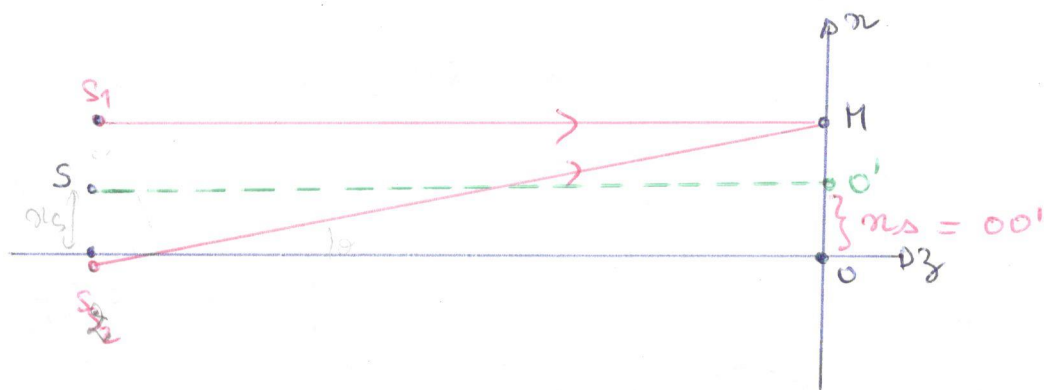
$$\underline{AN} : l = 2 \times 0,5 \times 2,9 \cdot 10^{-3} \times 80 \cdot 10^{-2} = 2,61 \text{ mm}$$

$\frac{l}{i} = 1,38 \rightarrow$ on observe une frange brillante au centre et

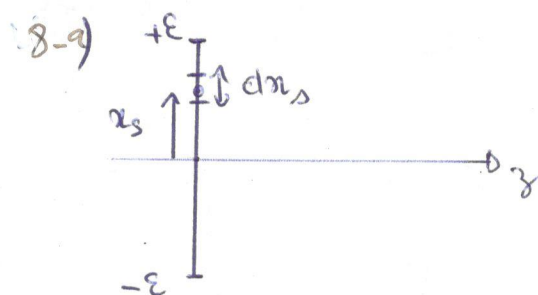
2 franges sombres de part et d'autre.

c/Coherence spatiale

7°)



$$\delta'(M) = \frac{a \cdot O'M}{D} = \frac{a (O'O + OM)}{D} = \frac{a}{D} (n - n_s)$$



décomposons la source large en sources élémentaires d'épaisseur dn_s , supposées ponctuelles.

$$dI = 2 \frac{I_0}{2\varepsilon} dn_s (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta'(M)) = dn_s (1 + \cos \frac{2\pi a}{\lambda D} (n - n_s))$$

$$I(M) = \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} 2 \frac{I_0}{2\varepsilon} dn_s (1 + \cos \frac{2\pi a}{\lambda D} (n - n_s))$$

$$= 2I_0 \left[1 + \frac{1}{2\varepsilon} \left(-\frac{\lambda D}{2\pi a} \right) \left[\sin \frac{2\pi a}{\lambda D} (n - \varepsilon) - \sin \frac{2\pi a}{\lambda D} (n + \varepsilon) \right] \right]$$

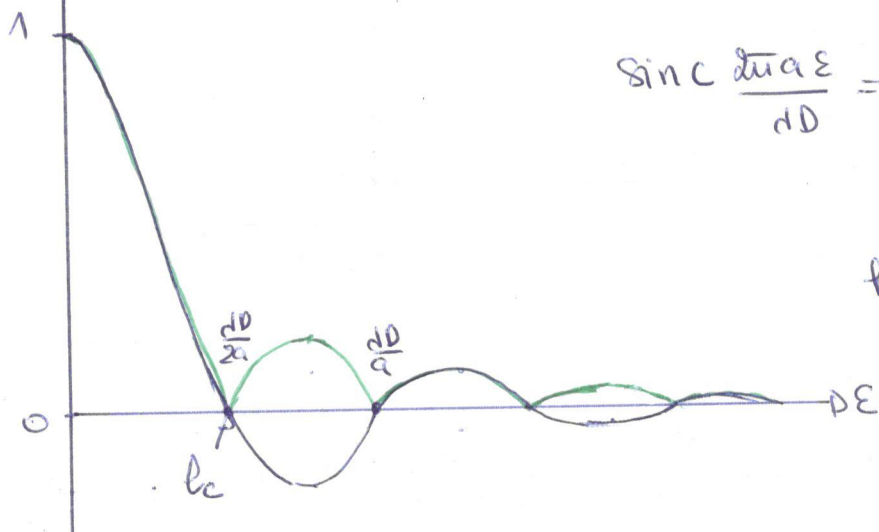
$$\text{or } \sin(a-b) - \sin(a+b) = -2 \cos a \cdot \sin b$$

$$\Rightarrow I(M) = 2I_0 \left[1 + \frac{\sin \frac{2\pi a \varepsilon}{\lambda D}}{\frac{2\pi a \varepsilon}{\lambda D}} \cdot \cos \frac{2\pi a n}{\lambda D} \right]$$

$$|I(M) = I_0 (1 + B \cos \varphi)|$$

avec $\begin{cases} B = \text{sinc } \frac{2\pi a \varepsilon}{\lambda D} \quad \text{facteur de visibilité des franges} \\ \varphi = \frac{2\pi a n}{\lambda D} \end{cases}$

8-b) $B, |B|$



$$\text{sinc} \frac{2\pi a \varepsilon}{\Delta D} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi a \varepsilon}{\Delta D} = k\pi$$

$$\varepsilon = k \frac{\Delta D}{2a}$$

$$k=1 \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta D}{2a}$$

* Si $\varepsilon = 0 \Rightarrow B = 1 \Rightarrow$ visibilité maximale pour une source très fine

* Si $\varepsilon \uparrow$, la visibilité $\downarrow$ jusqu'à disparaitre des franges, et on obtient un éclaircissement uniforme pour $\varepsilon = \frac{\Delta D}{2a}$.

* pour $\varepsilon \in \left[\frac{\Delta D}{2a}, \frac{\Delta D}{a} \right]$, l'intensité des franges est 5 fois plus faibles, et on a inversion du contrast ($|B|$) : les franges brillantes prennent la place des franges sombre et inversement.

* pour $\varepsilon \gg l_c = \frac{\Delta D}{2a}$ (longueur de cohérence spatiale), les franges ne sont plus visibles et on a un brouillage.