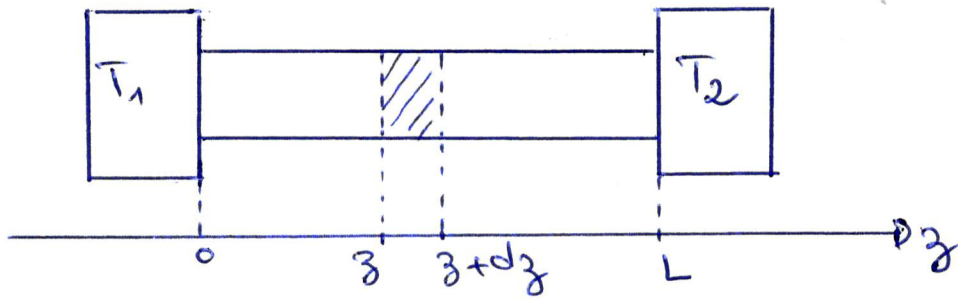


Correction TD transfert thermique

Exercice 1 : transfert thermique et courant électrique



$$1) \quad \phi_{th}(z, t) - \phi_{th}(z + dz, t) + p_v S dz = \rho c S dz \frac{\delta T}{\delta t}$$

or $p_v = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma E^2 = \frac{j_0^2}{\gamma}$: puissance volumique dissipée par effet Joule

$$\rightarrow \underbrace{j_{th}(z, t) \cdot S - j_{th}(z + dz, t) \cdot S}_{- \frac{\partial j_{th}}{\partial z} \cdot dz} + \frac{j_0^2}{\gamma} dz = \rho c dz \frac{\delta T}{\delta t}$$

$$- \frac{\partial j_{th}}{\partial z} \cdot dz + \frac{j_0^2}{\gamma} dz = \rho c dz \frac{\delta T}{\delta t}$$

$$\frac{\gamma}{\partial z} \left(-\lambda \frac{\delta T}{\partial z} \right) + \frac{j_0^2}{\gamma} = \rho c \frac{\delta T}{\delta t}$$

$$\rightarrow \boxed{\lambda \frac{\delta^2 T}{\partial z^2} + \frac{j_0^2}{\gamma} = \rho c \frac{\delta T}{\delta t}} \quad (1) \quad \text{eq de diffusion avec source}$$

2) en régime "permanent" (statique) ; $\frac{\delta T}{\delta t} = 0$

l'équat^o de diffusion établie en 1/ devient :

$$\lambda \frac{d^2 T}{dz^2} = - \frac{j_0^2}{\gamma} \rightarrow \frac{dT}{dz} = - \frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} z + c_1$$

$$T(z) = - \frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} z^2 + c_1 z + c_2$$

C.A.L

en $z = 0$; $T(0) = T_1 = c_2$

$$\text{en } z=L; \quad T(L)=T_2 = -\frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} L^2 + L c_1 + T_1$$

$$\rightarrow c_1 = \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) + \frac{j_0^2 L}{2\lambda\gamma}$$

$$\rightarrow T(z) = -\frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} z^2 + \left[\left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) + \frac{j_0^2 L}{2\lambda\gamma} \right] z + T_1$$

$$3^\circ \quad j_0 = 0 \rightarrow T(z) = \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) z + T_1$$

La résistance thermique R_{th} est définie par analogie avec la résistance électrique.

$$R_{th} = \frac{\Delta T}{\phi_{th}}$$

$$\text{or } \phi_{th} = j_{th} \cdot S \quad \text{et } j_{th} = -\lambda \frac{dT}{dz} = (T_1 - T_2) \frac{\lambda}{L}$$

$$\rightarrow \phi_{th} = \frac{\lambda S}{L} (T_1 - T_2)$$

$$\rightarrow R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$$

$$4^\circ \quad j_0 \neq 0$$

$$P(z) = j_{th} \cdot S = -\lambda \frac{dT}{dz} \cdot S = -\lambda S \left[-\frac{j_0^2}{\lambda\gamma} z + \left(\frac{T_2 - T_1}{L} \right) + \frac{j_0^2 L}{2\lambda\gamma} \right]$$

$$P(z) = S \left[\frac{j_0^2}{\gamma} z + \lambda \left(\frac{T_1 - T_2}{L} \right) - \frac{j_0^2 L}{2\gamma} \right]$$

$$5^\circ \quad P_1 = -P(z=0) = -S \left[\lambda \left(\frac{T_1 - T_2}{L} \right) - \frac{j_0^2 L}{2\gamma} \right]$$

$$P_2 = P(z=L) = S \left[\frac{j_0^2 L}{2\gamma} + \lambda \left(\frac{T_1 - T_2}{L} \right) \right]$$

or $P_j = \frac{j_0^2}{\gamma} \cdot SL = P_1 + P_2 \rightarrow$ la puissance dissipée par effet joule dans la barre est intégralement cédée en régime statique aux deux thermostats.

6° $T_1 = T_2 = T_0$

$$\rightarrow T(z) = -\frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} z^2 + \frac{j_0^2}{2\lambda\gamma} z + T_0$$

$$= T_0 + \alpha(-z^2 + zL) \quad \text{avec } \alpha = \frac{j_0^2}{2\lambda\gamma}$$

7° fin d'éviter la fusion, la T^{ou} maximale ne doit pas dépasser T_F .

cherchons T_{max} ?

$$\frac{dT}{dz} = 0 \rightarrow -2z + L = 0 \rightarrow z = \frac{L}{2}$$

$$T_{\text{max}} = T(z = L/2) = T_0 + \alpha\left(-\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{2}\right) = T_0 + \frac{j_0^2 L^2}{8\lambda\gamma}$$

$$\text{or } I = j_0 \cdot S \rightarrow j_0 = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi a^2}$$

$$\rightarrow T_{\text{max}} = T_0 + \frac{L^2 I^2}{8\lambda\gamma (\pi a^2)^2}$$

$$T_{\text{max}} < T_F \rightarrow T_0 + \frac{L^2 I^2}{8\lambda\gamma (\pi a^2)^2} < T_F$$

$$\frac{L^2 I^2}{8\lambda\gamma (\pi a^2)^2} < (T_F - T_0)$$

$$\rightarrow I < \sqrt{8\lambda\gamma (T_F - T_0)} \frac{\pi a^2}{L} = I_0$$

$$AN \Rightarrow I_0 = 10A$$

une applicat^o possible est le fusible qui protège un appareil électronique d'être parcouru par une intensité supérieure à celle indiquée par le constructeur.