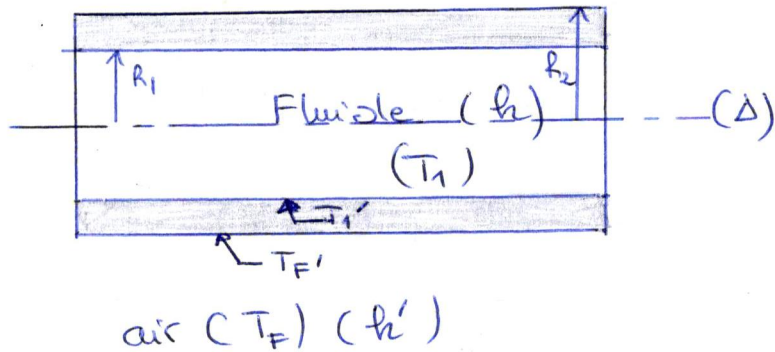
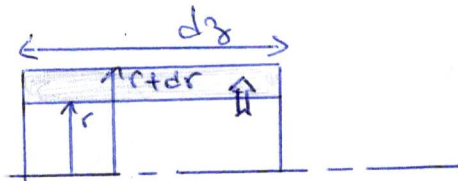


Exercice 3 : Transfert radial : optimisation du rayon d'un échangeur



1°) $\vec{j}_{Hh}(M) = j_{Hh}(r) \vec{u}_r$

1-a)



en régime stationnaire

$$j_{Hh}(r) \cdot S(r) - j_{Hh}(r+dr) S(r+dr) = 0$$

$$j_{Hh}(r) 2\pi r dz - j_{Hh}(r+dr) 2\pi (r+dr) dz = 0$$

$$\frac{d}{dr} (j_{Hh}(r) \cdot r) = 0$$

$$r \frac{d\dot{j}_{\text{HW}}}{dr} + \dot{j}_{\text{HW}}(r) = 0 \Rightarrow \frac{d\dot{j}_{\text{HW}}(r)}{dr} + \frac{1}{r} \dot{j}_{\text{HW}}(r) = 0$$

$$1-b/ \frac{d}{dr} (r \dot{j}_{\text{HW}}(r)) = 0 \Rightarrow r \dot{j}_{\text{HW}}(r) = \text{cst}$$

$$- \lambda r \frac{dT}{dr} = \text{cst}$$

$$dT = \text{cst} \frac{dr}{r} = A \frac{dr}{r} \Rightarrow T(r) = A \ln r + B$$

$$\begin{aligned} \text{or } T(R_1) &= T_1' = A \ln R_1 + B \\ T(R_2) &= T_F' = A \ln R_2 + B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_1' - T_F' &= A \ln \frac{R_1}{R_2} \\ A &= \frac{T_1' - T_F'}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \quad (< 0) \end{aligned}$$

$$A = - \frac{T_1' - T_F'}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$T_1' = - \frac{T_1' - T_F'}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln R_1 + B$$

$$\Rightarrow B = T_1' + \frac{(T_1' - T_F')}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln R_1$$

$$\Rightarrow T(r) = T_1' - \frac{(T_1' - T_F')}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{r}{R_1}$$

1-c/ Φ_{HW} : le flux thermique échangé, en régime permanent, entre un morceau du tube de longueur l et l'air

$$\Phi_{\text{HW}} = \iint \vec{j}_{\text{HW}}(r) \cdot d\vec{S} = j(r) \cdot 2\pi r l = - \lambda \frac{dT}{dr} \cdot 2\pi r l$$

$$= \lambda \frac{(T_1' - T_F')}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{r} 2\pi r l$$

$$\Phi_{\text{HW}} = \frac{2\pi l \lambda (T_1' - T_F')}{\ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{T_1' - T_F'}{R_{\text{diff}}}$$

$$\Rightarrow R_{\text{diff}} = \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi l \lambda}$$

$$1-d/ \quad \phi_{int} = h (T_1 - T_1') 2\pi l R_1 = \frac{T_1 - T_1'}{R_{int}}$$

$$R_{int} = \frac{1}{h 2\pi l R_1}$$

$$\phi_{ext} = h' (T_F' - T_F) 2\pi l R_2 = \frac{T_F' - T_F}{R_{ext}}$$

$$R_{ext} = \frac{1}{h' 2\pi l R_2}$$

1-e/ R_{int} , R_{diff} et R_{ext} sont montées en série



$$R_{th} = R_{int} + R_{diff} + R_{ext} = \frac{1}{h 2\pi l R_1} + \frac{\ln R_2/R_1}{2\pi l \lambda} + \frac{1}{h' 2\pi l R_2}$$

2°/ Etudier les variations de ϕ_{th} avec R_2 , tous les autres paramètres étant fixes, revient à étudier les variations de R_{th} en fct de R_2 .

$$* \text{ si } R_2 \rightarrow R_1, \quad R_{th} \approx \frac{1}{2\pi l R_1} \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} \right)$$

$$* \text{ si } R_2 \rightarrow \infty, \quad R_{th} \rightarrow \infty$$

$$* \frac{\partial R_{th}}{\partial R_2} = \frac{1}{2\pi l \lambda R_2^2} - \frac{1}{2\pi l h' R_2^3} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{h' R_2} = 0$$

$$\Rightarrow R_2 = R_{2m} = \frac{\lambda}{h'}$$

R_{th} admet un minimum pour $R_2 = \lambda/h'$

$$\Rightarrow \phi_{th} = \frac{T_1 - T_F}{R_{th}} \text{ admet un maximum pour } R_2 = \frac{\lambda}{h'}$$

$R_2 = \frac{\lambda}{h'}$ est donc le rayon optimal permettant à l'échangeur d'évacuer le maximum de flux thermique.

