

Exercice 4 : Etude du chauffage d'une station spatiale

1-a) Loi de Fourier : $\vec{j} = -\lambda \text{grad} T$

1-b) $[\lambda] = \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1-c) $j(r) \cdot 4\pi r^2 - j(r+dr) \cdot 4\pi (r+dr)^2 = 0$

$$- \frac{d}{dr} (r^2 j(r)) = 0 \rightarrow \frac{d}{dr} (r^2 \cdot \cancel{\lambda} \frac{dT}{dr}) = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dr} (r^2 \frac{dT}{dr}) = 0$$

$$r^2 \frac{dT}{dr} = a \rightarrow dT = \frac{a}{r^2} dr \rightarrow T = -\frac{a}{r} + b$$

$$T(R) = T_i = -\frac{a}{R} + b$$

$$T(R+e) = T_e = -\frac{a}{R+e} + b$$

$$T_i - T_e = -a \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+e} \right) \Rightarrow a = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{R+e} - \frac{1}{R}} = \frac{(T_i - T_e) R (R+e)}{-e}$$

$$b = T_i + \frac{a}{R} = T_i + \frac{(T_e - T_i)(R+e)}{e}$$

$$T(r) = (T_e - T_i) \frac{(R+e)}{e} \left[1 - \frac{R}{r} \right] + T_i$$

1-d) $P_1 = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ or $\vec{j} = -\lambda \text{grad} T = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$
 $= -\lambda \frac{(T_e - T_i) R (R+e)}{e \cdot r^2} \vec{e}_r$

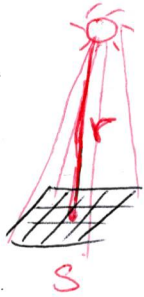
$$P_1 = 4\pi r^2 \cdot j = \frac{4\pi R (R+e) \lambda (T_i - T_e)}{e} = P_1$$

$$R_{th} = \frac{(T_i - T_e)}{P_1} = \frac{e}{\lambda \cdot 4\pi R (R+e)}$$

2-a) $\lambda_m \cdot T_s = 2898 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K} (\approx 2900 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}) \rightarrow T_s = 5796 \text{ K}$
on prendra $\lambda_m = 0,5 \text{ } \mu\text{m}$

$$2-b/ \quad \varphi_s = \sigma \cdot T_s^4 \\ = 6,45 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

2-c) la puissance P_2 reçue par la surface du panneau est $P_2 = \underbrace{\varphi_s \cdot 4\pi R^2}_{P_{\text{Soleil}}} \times \frac{d\Omega}{4\pi}$ avec $d\Omega = \frac{S}{r^2}$: angle solide élémentaire sous lequel est vu le panneau depuis le soleil.



4π : angle solide sous lequel d'un pt on voit tout l'espace

$$\rightarrow P_2 = \left(\sigma T_s^4 \cdot \cancel{4\pi R^2} \right) \frac{S}{r^2} \times \frac{1}{\cancel{4\pi}} \rightarrow P_2 = \sigma T_s^4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 S$$

AN : $P_2 = 1404,66 \times S \text{ W}$

$$2-d/ \quad P_2' = P_2 \cos \alpha$$

$$2-e) \quad p = \frac{P_1}{P_2'} \Rightarrow S = \frac{P_1}{p \times \cos \alpha \times 1404,66}$$