

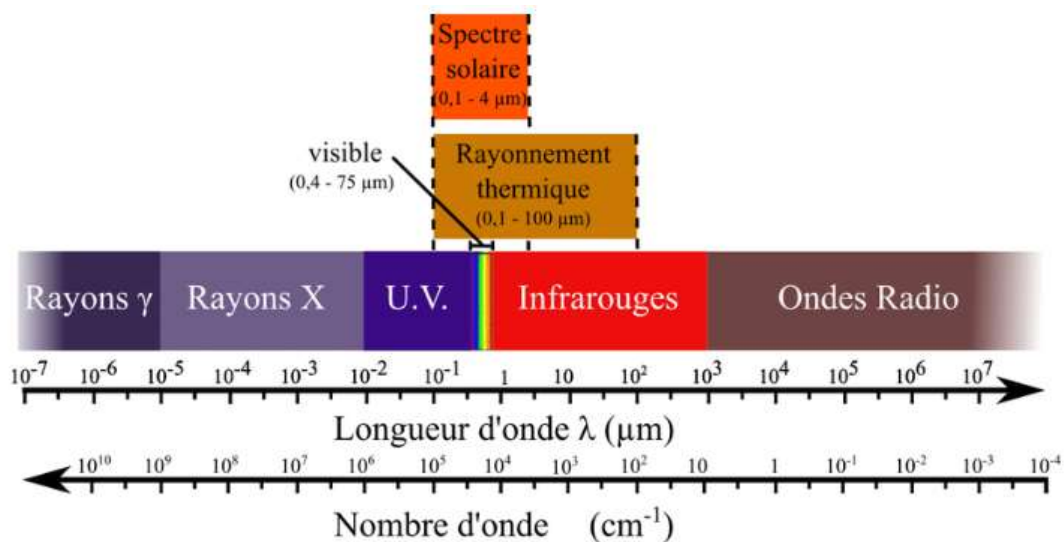
Transferts thermiques

I- Modes de transfert thermique

Le transfert de chaleur entre deux corps s'effectue de la température la plus élevée à la température la plus faible.

Il existe trois modes de transfert thermique (ou transfert de chaleur) : la conduction (ou la diffusion), la convection et le rayonnement.

- **La conduction (ou diffusion) thermique** correspond à un transfert d'énergie (sous forme thermique) sans mouvement macroscopique de matière.
- **La convection thermique** correspond à un transfert thermique par mouvement macroscopique du milieu, elle n'est possible que dans un fluide. On distingue la convection naturelle et la convection forcée.
- **Le rayonnement** correspond à un transfert thermique via un rayonnement électromagnétique. Il occupe la bande spectrale $[0,1; 100\mu\text{m}]$.



Contrairement aux deux autres, ce mode de transfert existe même dans le vide.

En général, un transfert thermique se fait sous les trois modes simultanément.

II- Conduction thermique

1- Loi de Fourier

La puissance thermique traversant une surface par conduction est donnée par : $P_{th} = \phi_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$
Avec δQ la quantité de chaleur (en joule) traversant la surface Σ pendant le temps dt .

On définit le vecteur densité de flux thermique ou densité de courant thermique, noté $\vec{j}_Q$ ou $\vec{j}_{th}$ et exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ par :

$$P_{th} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$$

Avec $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad} T$: loi de Fourier

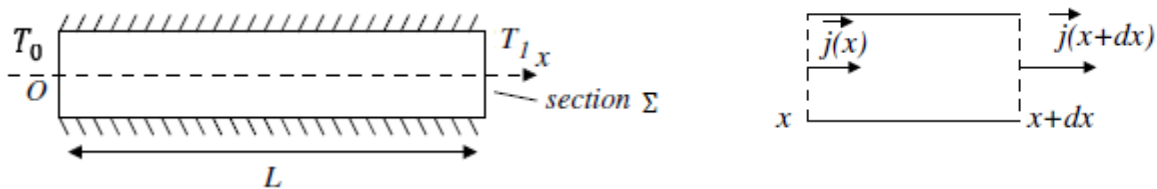
λ : conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)

Remarques :

- ✓ Cette loi est une loi phénoménologique comme la loi d'Ohm locale.
- ✓ La loi de Fourier est une loi phénoménologique reliant linéairement $\vec{j}_{th}$ à $\overrightarrow{grad} T$. Elle cesse d'être valable si le gradient de température est trop fort ou trop faible, dans ce cas il faut prendre en compte des termes non linéaires.
- ✓ le coefficient λ est toujours positif, le signe « - » dans la formule veut dire que la diffusion thermique s'effectue des zones chaudes vers les zones froides (conformément au second principe de la thermodynamique) (le vecteur $\vec{j}_Q$ est orienté alors vers les basses températures).
- ✓ La conductivité thermique dépend du matériau et (un peu) de la température.

Matériaux	Argent	Cuivre	Béton	Verre	Bois	Polystyrène
$\lambda(W.m^{-1}.K^{-1})$	418	390	1,4	1,2	0,23	0,04

2- Equation de la chaleur



Soit une tige calorifugée latéralement $\Rightarrow T(x, t)$, de capacité thermique massique c, de masse volumique ρ et de conductivité thermique λ .

Appliquons le premier principe à un élément de longueur dx et de section Σ : $dU = \delta W + \delta Q$

Or $\delta W = -p \times dV = 0$ (Approximation du volume constant pour une phase condensée)

$\Rightarrow dU = \delta Q = C \times dT = c \times dm \times dT = c \times \rho \Sigma dx \times dT$

Le bilan de puissance thermique pour le cylindre élémentaire situé entre x et $x + dx$ est :

$$\phi_{th}(x, t) - \phi_{th}(x + dx, t) = \frac{\delta^2 Q}{dt}$$

$$\Rightarrow (j_{th}(x, t) - j_{th}(x + dx, t)) \times \Sigma = c \times \rho \Sigma dx \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial j_{th}}{\partial x} = -c\rho \frac{\partial T}{\partial t}}$: Équation locale de conservation de l'énergie dans le cas unidimensionnel

En 3D cette relation s'écrit $div \vec{j}_{th} = -c\rho \frac{\partial T}{\partial t}$ (analogue de l'équation de continuité en EM)

Or $\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad} T$ et $T(M, t) = T(x, t) \Rightarrow \frac{\partial j_{th}}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0}$: Équation de la chaleur ou équation de la diffusion thermique (dans le cas unidimensionnel).

En 3D cette équation devient $\boxed{\frac{\lambda}{c\rho} \Delta T - \frac{\partial T}{\partial t} = 0}$.

Remarques

- Irréversibilité : l'inversion du temps ($t \rightarrow -t$) ne laisse pas l'équation invariante : cela traduit l'irréversibilité physique du phénomène de diffusion.

- Linéarité : l'équation de diffusion thermique est linéaire à coefficients réels, la représentation complexe peut donc être exploitée dans la recherche de solution.

3- Prise en compte d'un terme source

Dans certains cas un apport énergétique peut avoir lieu au sein du matériau exemples : effet joule, radioactivité,...

Soit p_v la densité volumique de puissance traduisant cet apport énergétique.

$$\Rightarrow \phi_{th}(x, t) - \phi_{th}(x + dx, t) + p_v d\tau = \frac{\delta^2 Q}{dt}$$

$$\Rightarrow (j_{th}(x, t) - j_{th}(x + dx, t)) \times \Sigma + p_v(\Sigma dx) = c \times \rho \Sigma dx \times \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{c\rho}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{p_v}{\lambda} = 0} : \text{Équation de la diffusion avec terme source.}$$

4- Résistance thermique

Dans le cas du régime permanent (et en absence de source interne) $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow T(x) = ax + b$

En utilisant les conditions aux limites $T(0) = T_0$ et $T(L) = T_1 \Rightarrow T(x) = \frac{(T_1 - T_0)}{L}x + T_0$

$$\Rightarrow \phi_{th} = \frac{\lambda \Sigma}{L} (T_0 - T_1)$$

Il existe une analogie entre la loi de Fourier et la loi d'Ohm, qu'on peut résumer dans le tableau suivant :

Thermique	Electricité
$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$	$\vec{j}_e = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}} V$
λ	γ
$T \Rightarrow (T_0 - T_1) = \Delta T$	$V \Rightarrow (V_0 - V_1) = U$
$P_{th} = \iint_{\Sigma} \vec{j}_{th} \cdot \overrightarrow{dS}$	$I = \iint_{\Sigma} \vec{j}_e \cdot \overrightarrow{dS}$
$\Delta T = R_{th} \cdot P_{th}$	$U = R_e I$

Par analogie avec l'électricité, on définit la résistance thermique d'un matériau de conductivité thermique λ maintenu entre deux températures T_0 et T_1 et parcouru par un flux thermique ϕ_{th} :

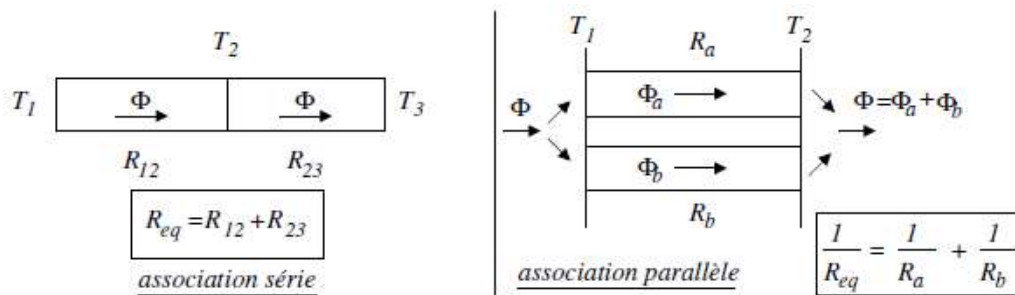
$$\boxed{R_{th} = \frac{(T_0 - T_1)}{\phi_{th}}} \leftrightarrow \left(R_e = \frac{(V_0 - V_1)}{I} \right)$$

On peut également définir une conductance thermique $G_{th} = \frac{1}{R_{th}}$.

Dans notre cas (barre cylindrique calorifugée latéralement) on trouve $R_{th} = \frac{L}{\lambda \Sigma}$

Association de résistances thermiques

On parle d'association série si les résistances sont parcourues par le même flux thermique, alors qu'on parle d'association parallèle si les résistances ont la même température à l'entrée et la même température à la sortie.



Dans le cas de l'association série, pour déterminer la température T_2 , il suffit d'appliquer la formule du pont diviseur de tension : $T_2 - T_3 = \frac{R_{23}}{R_{23} + R_{12}} (T_1 - T_3) \Rightarrow T_2 = T_3 + \frac{R_{23}}{R_{23} + R_{12}} (T_1 - T_3)$

Dans le cas de l'association parallèle, pour déterminer le flux thermique Φ_a par exemple, il suffit d'appliquer la formule du pont diviseur de courant : $\phi_a = \frac{R_b}{R_b + R_a} \phi$

III- Transfert conducto-convectif

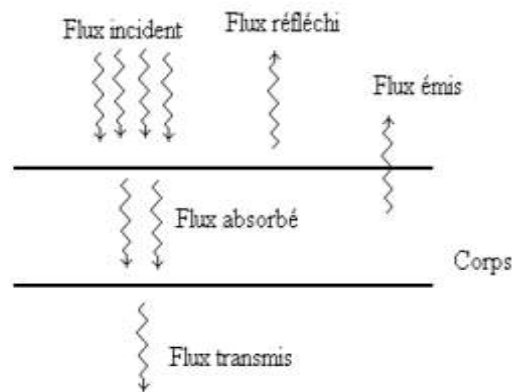
La transmission de la chaleur par convection est régie par la loi de Newton : $\varphi_{cc(p \rightarrow f)} = h(T_p - T_f)$
si ($T_p > T_f$)

φ_{cc} : Flux thermique surfacique par convection

h : Coefficient de transmission convectif (coefficient de Newton) [h] = $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

$\phi_{cc} = \varphi_{cc} \times \Sigma$ (Flux thermique par convection)

IV- Rayonnement thermique



Considérons une onde électromagnétique incidente sur un corps, ce rayonnement incident sera caractérisé par un flux surfacique noté φ_i .

Trois phénomènes vont avoir lieu :

- Une partie du rayonnement incident va être réfléchi et sera caractérisée par un flux surfacique noté φ_r
- Une partie du rayonnement incident va être absorbée et sera caractérisée par un flux surfacique noté φ_a
- Une dernière partie du rayonnement incident va être transmise à travers le corps et sera caractérisée par un flux surfacique noté φ_t

La conservation du flux surfacique : $\varphi_i = \varphi_r + \varphi_a + \varphi_t$

Dans la suite, on considère les corps opaques $\varphi_t = 0$

Un corps opaque excité par une onde incidente peut émettre un rayonnement caractérisé par un flux surfacique noté φ_e

L'Équilibre Radiatif est l'état d'un corps opaque dans lequel la puissance thermique reçue par rayonnement soit nulle : $\varphi_a = \varphi_e$

Modèle du corps noir

1- Définition

On appelle corps noir, un corps opaque qui absorbe totalement le rayonnement incident $\forall \lambda$.

Pour un corps noir en équilibre radiatif on a : $\varphi_i = \varphi_a = \varphi_e$

2- Densité spectrale

Le rayonnement du corps noir est décrit par une densité spectrale de puissance surfacique donnée par la formule de Planck :

$$g_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

3- Loi de Stefan

Le flux surfacique incident : $\varphi_i = \int_0^\infty g_\lambda(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$: loi de Stefan

Avec $\sigma = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan

4- Loi de Wien

V- La densité spectrale passe par un maximum pour une longueur d'onde λ_m tel que $\lambda_m T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$

VI- Le rayonnement du corps noir en équilibre est polychromatique à spectre continu.

VII- Environ 98% de l'énergie de rayonnement d'équilibre thermique est comprise entre $\left[\frac{\lambda_m}{2}, 8\lambda_m\right]$, cet intervalle est appelé étendu spectral du rayonnement d'équilibre.

