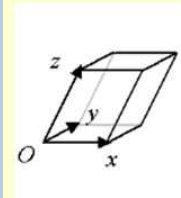


4/ Rangées et Plans réticulaires

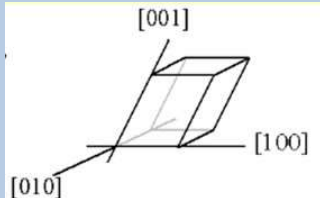
Dans un système cristallin, on appelle **rangée** $[uvw]$ toute droite passant par l'origine $(0,0,0)$ et le nœud de coordonnées (u,v,w) . Les indices u, v, w sont premiers entre eux.

L'ensemble de toutes ces droites **équidistantes** et **parallèles** constitue une famille de rangées.

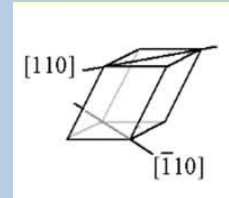
Exemples :



Ci-dessus la maille et la direction de ses axes



La rangée $[001]$ passe par les nœuds $(0,0,0)$ et $(0,0,1)$. Vérifiez qu'il en est de même pour les deux autres rangées

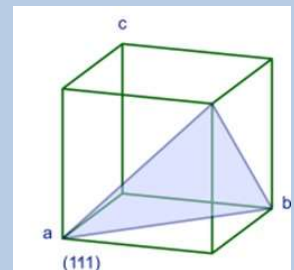
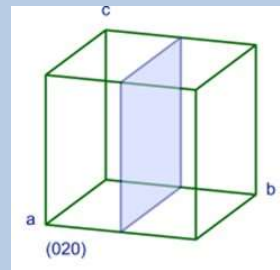
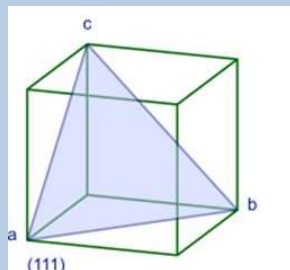
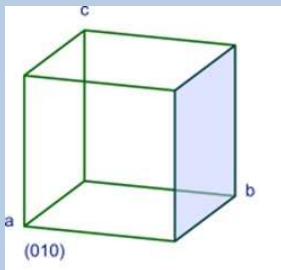


Tracez la rangée $[110]$ qui, par définition, passe par les nœuds $(0,0,0)$ et $(1,1,0)$. Vérifiez qu'elle est parallèle à la rangée $[110]$ présentée dans l'exemple. Elles appartiennent donc à la même famille $[110]$. Tracez la rangée $\bar{1}10$ qui, par définition, passe par les nœuds $(0,0,0)$ et $(-1,1,0)$. Vérifiez qu'elle est parallèle à la rangée $\bar{1}10$ présentée dans l'exemple. Elles appartiennent donc à la même famille $\bar{1}10$ mais celle que vous avez tracée est située en dehors de votre maille.

Les plans qui passent par les nœuds du réseau sont appelés plans réticulaires désignés par les **indices de Miller** (hkl) tels que : $h = \frac{a}{OA}$, $k = \frac{b}{OB}$ et $l = \frac{c}{OC}$ sachant que le plan (hkl) le plus proche de l'origine $(0,0,0)$ coupe les axes x, y et z du réseau en A, B et C , respectivement.

Les plans parallèles et **équidistants** constituent une famille de plans et la distance qui sépare deux **plans réticulaires** d'une même famille (hkl) est appelée **distance réticulaire** et est notée d_{hkl} .

Exemples :



Par exemple, le plan (010) doit passer par les points $A \in (Ox)$, $B \in (Oy)$ et $C \in (Oz)$ tels que :

$$OA = \frac{a}{h} = \frac{a}{0} = \infty, \quad OB = \frac{b}{k} = \frac{b}{1} = b, \quad OC = \frac{c}{l} = \frac{c}{0} = \infty$$

Donc le plan ne coupe ni (Ox) ni (Oz) c'est-à-dire qu'il est parallèle à ces deux axes. Il coupe (Oy) en $1 \times b$.

Faites le même raisonnement pour les 3 autres plans et vérifiez leurs tracés.

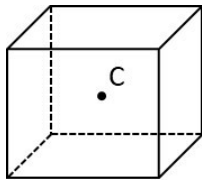
5/ Symétrie cristalline

Comme tous les objets ordonnés, le cristal possède une forme géométrique symétrique. Cela signifie qu'il est possible de le superposer à lui-même grâce à une ou plusieurs opérations de symétrie :

Centre de symétrie ou d'inversion

C

Point imaginaire «C» où se croisent des lignes imaginaires joignant les sommets deux à deux.

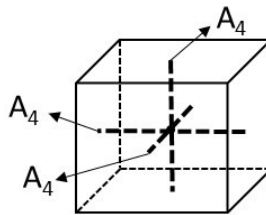


Un seul centre de symétrie

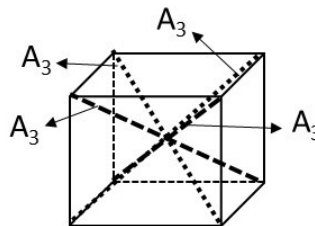
Axe de symétrie d'ordre n

(A_n) A₂, A₃, A₄, A₆

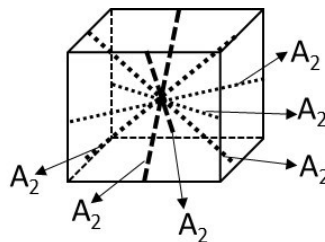
C'est une droite «A_n» autour de laquelle le cristal pivote de $\frac{2\pi}{n}$ en restant invariant



3 axes A₄ qui traversent le **centre de 2 faces opposées**. Le cristal reste invariant lorsqu'il pivote de $\frac{\pi}{2}$ autour d'un axe A₄



4 axes A₃ qui passent **par 2 sommets opposés** le cristal reste invariant lorsqu'il pivote de $\frac{2\pi}{3}$ autour d'un axe A₃

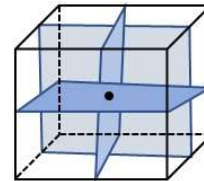


6 axes A₂ qui traversent le **centre de 2 arêtes opposées**. Le cristal reste invariant lorsqu'il pivote de π autour d'un axe A₂

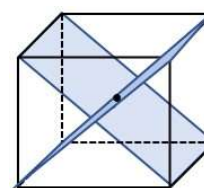
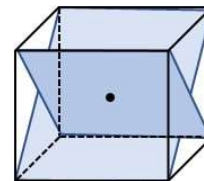
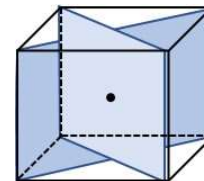
Plan de symétrie

M

C'est un plan « M » qui divise le cristal en deux moitiés qui sont le miroir l'une de l'autre



3 plans parallèles aux axes A₄



6 plans parallèles aux axes A₂

Il n'y a pas de plans de symétrie parallèles aux axes d'ordre impaire A₃

Auto-évaluation

Application 2.1 : Généralités

Complétez par « Vrai » ou « Faux » :

On représente un nœud par ses coordonnées (uvw).	Faux*
Une famille de rangées [uvw] est un ensemble de droites passant par les nœuds (0,0,0) et (u,v,w).	Faux**
Le plan (213) coupe les axes Ox, Oy et Oz en 2a, b et 3c respectivement	Faux***
Dans un réseau cubique, les plans réticulaires (101), (110) et (0 $\bar{1}$ 1) sont équivalents.	Vrai****
La rangée [110] est parallèle au plan (110).	Faux
Le plan (110) est orthogonal aux rangées [001].	Faux

*un nœud est représenté par ses coordonnées uvw ou aussi (u,v,w). L'écriture [uvw] concerne les rangées et (uvw) concerne les plans.

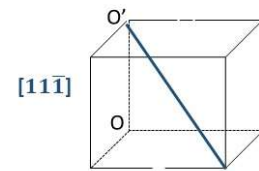
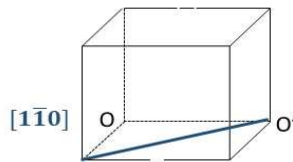
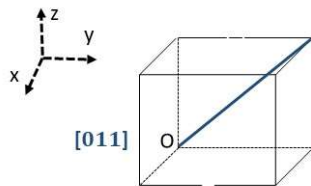
**une famille de rangées [uvw] est un ensemble de droites parallèles à la droite passant par les nœuds (0,0,0) et (u,v,w), toutes ces droites étant équidistantes

***le plan (213) coupe les axes Ox, Oy et Oz en a/2, b et c/3 respectivement

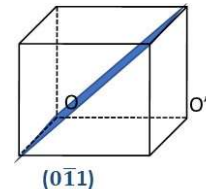
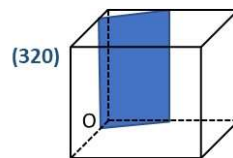
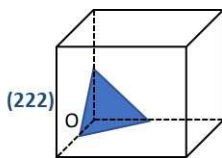
****soit un plan (hkl), alors tous les plans obtenus par permutation des indices (par exemple (lkh) ou (hkl)) ou par leur changement de signe (par exemple ($\bar{h}\bar{k}\bar{l}$) ou ($\bar{l}\bar{h}\bar{k}$)) sont équivalents au plan (hkl)

Application 2.2 : Représentation de rangées et de plans

- Représentez les rangées suivantes à l'intérieur d'une maille cubique:



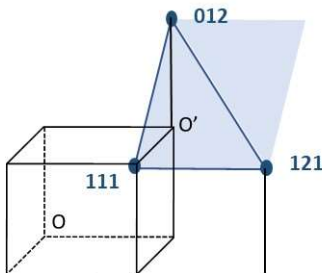
- Représentez les plans suivants à l'intérieur d'une maille cubique:



Pour que les rangées et les plans soient à l'intérieur de la maille, il faut, dans certains cas, traduire l'origine de O à O'.

Application 2.3 : Indices de Miller

- Dans une maille cubique, quels sont les indices de Miller du plan qui passe par les nœuds (1,1,1); (0,1,2); (1,2,1)?

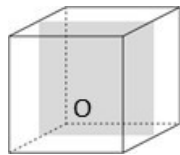
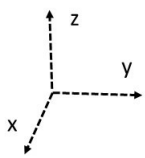


Une fois les trois points tracés, il faut traduire l'origine de telle manière que ces points coupent chacun un axe.

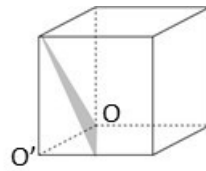
Ainsi, selon l'origine O', le plan :

- coupe l'axe O'x' en 1 $\Rightarrow h = 1/1 = 1$
- est parallèle à l'axe O'y' $\Rightarrow k = 1/0 = \infty$ et
- coupe l'axe O'z' en 1 $\Rightarrow l = 1/1 = 1$

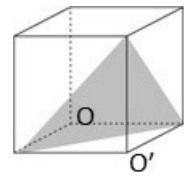
- Donner les indices de Miller des plans représentés ci-dessous :



(201)



($\bar{1}$ 21)



($\bar{1}\bar{1}$ 1)