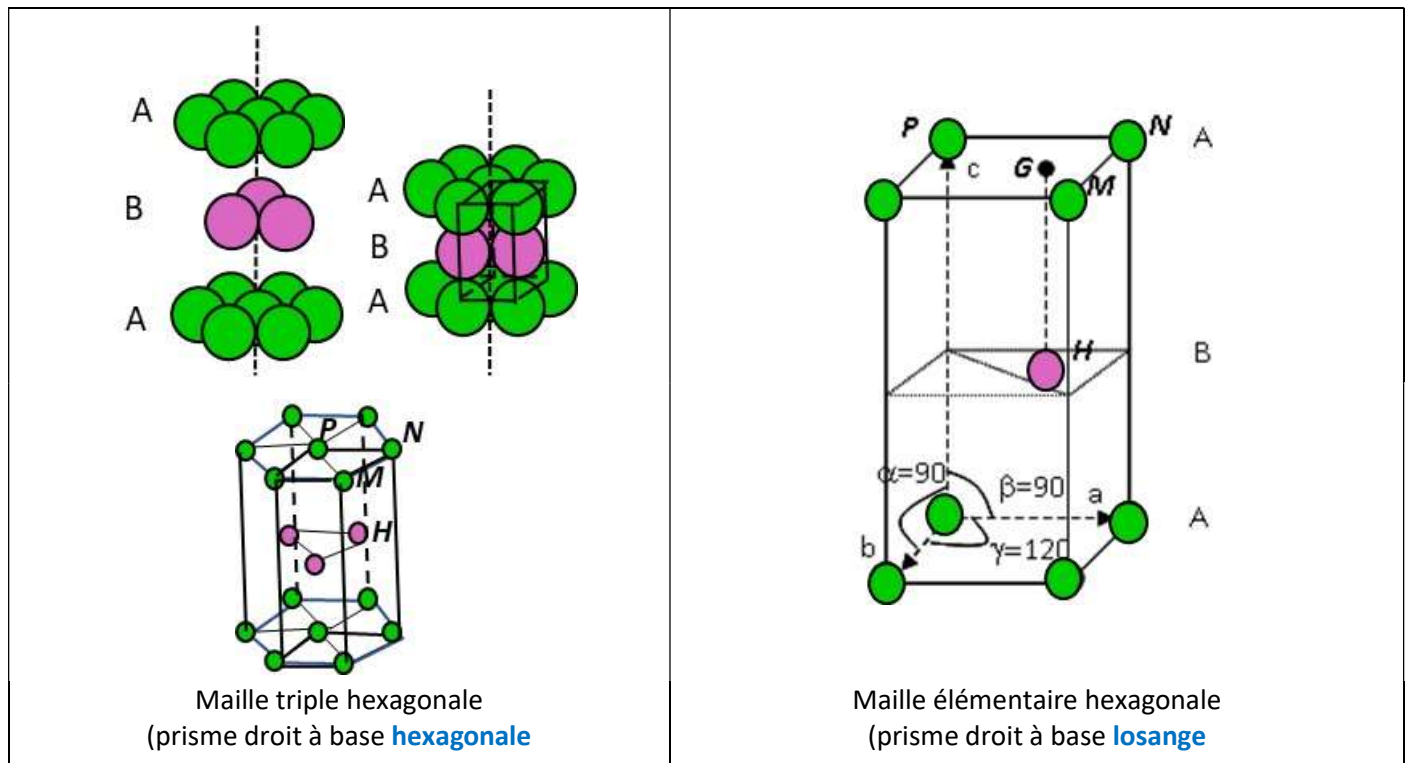


3/ Empilement hexagonal compact (HC)

On représente ci-dessous les couches A, B comme vous les avez dessinées plus haut (première page du chapitre 2^{ème} possibilité) mais en les éloignant pour plus de clarté dans le schéma.



Trouvons la relation entre a , b , c et R (le rayon du motif) :

On sait que $a = b = 2R$, que $PH = 2R$ et que $GH = \left(\frac{c}{2}\right)$.

D'autre part, comme (PMN) est un triangle équilatéral, alors : $PG = \frac{\sqrt{3}}{3} a$

Et comme (GPH) est un triangle rectangle, alors $PH^2 = GP^2 + GH^2$

Ainsi, en combinant toutes les expressions précédentes, il vient que **$c = 1,63a$**

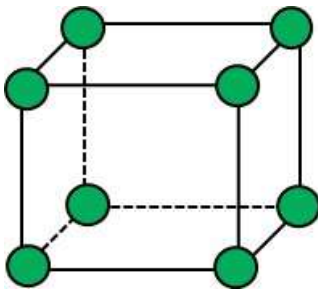
Multiplicité $Z = \left(\frac{1}{8} \times 8\right) + 1 = 2$

Compacité $C = \frac{Z \times \frac{4}{3} \pi R^3}{(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}} = \frac{Z \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^2 \times c \times \sin \gamma} = \frac{Z \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^2 \times 1,63a \times \sin \frac{2\pi}{3}} = 0,74$

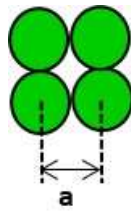
Coordination Pour chaque sphère il y en a : 6 sur la même couche «A»
3 sur la couche du dessus «B» et 3 sur la couche du dessous «B» → Coord = **12**

III/ Empilement non compact

1/ Structure cubique simple



Modèle éclaté



$$a = 2R$$

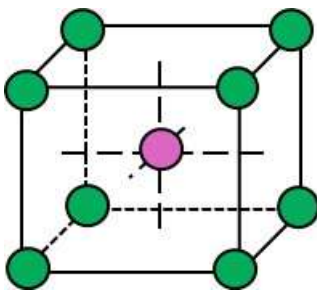
Vue de dessus

Multiplicité $Z = 1$

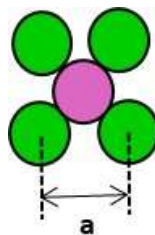
Compacité $C = \frac{1 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \frac{1 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{(2R)^3} = 0,523$

Coordinance = 6 (4 voisins sur le même plan, 1 sur le plan du dessus et 1 sur le plan du dessous)

2/ Structure cubique centré



Modèle éclaté



$$(4R)^2 = 3a^2$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}R$$

Vue de dessus

Multiplicité $Z = 2$

Compacité $C = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{a^3} = \frac{2 \times \frac{4}{3} \pi R^3}{(\frac{4}{\sqrt{3}}R)^3} = 0,68$

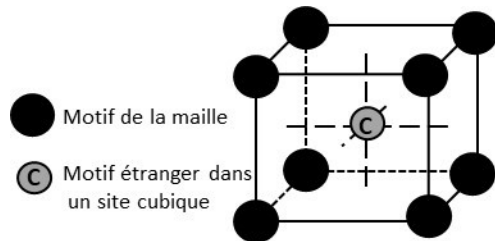
Coordinance = 8 (4 voisins sur le plan du dessus et 4 sur le plan du dessous)

IV/ Rayons des sites cristallographiques

Considérons un motif étranger (sphère de couleur grise) que l'on souhaite insérer dans les vides laissés par les motifs de la maille (sphère de couleur noire).

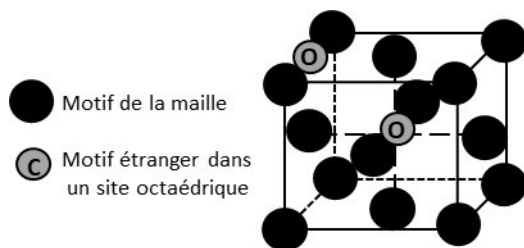
La question est : Quelle est le rayon maximal que peut avoir un motif étranger pour s'insérer dans un site cristallographique ?

Remarque : Seuls les sites cristallographiques des mailles cubique P et cubique à faces centrées F sont dans le programme



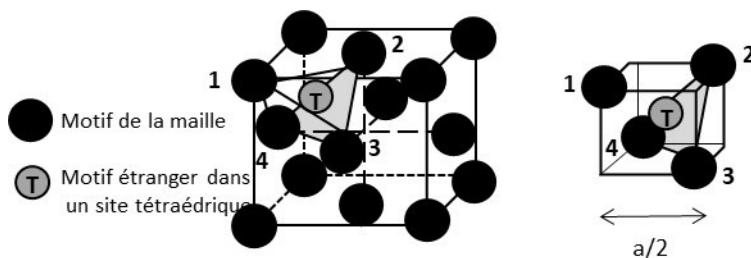
Représentation d'un site cubique à l'intérieur du modèle éclaté de la maille P

Le rayon du site cubique est
 $R_c = 0,732 R$



Représentation d'un site octaédrique à l'intérieur du modèle éclaté de la maille F

Le rayon du site octaédrique est
 $R_o = 0,410 R$



Représentation d'un site tétraédrique à l'intérieur du modèle éclaté de la maille F

Le rayon du site tétraédrique est
 $R_T = 0,225 R$

V/ Les alliages

Un alliage est un métal **solide non pur**. Un alliage se forme donc par **crystallisation** d'une phase liquide métallique homogène. On distingue deux familles d'alliages :

1/ Solution solide de substitution (SSS)

Soient un cristal métallique A. Soit un autre métal, B, de rayon comparable et de même type structural qui prend la place de un, deux ou plusieurs atomes de A.

Dans ce cas d'un cristal initial A on obtient une solution solide de substitution A_1nB_n , n étant le nombre d'atomes de A échangés par B.

Exemple d'alliage de substitution : le laiton (Cu&Zn), le bronze (Cu&Sn)

2/ Solution solide d'insertion (SSI)

Soit un atome C, généralement non métallique et plus petit que A, s'insère dans les sites cristallographiques de ce dernier.

Dans ce cas, à partir d'un cristal initial A on obtient une solution solide d'insertion A_1C_p , p étant le nombre de sites occupés par C.

Exemple de solution solide d'insertion : la fonte (Fer + 2 à 6% de Carbone), l'acier (Fer +0,02 à 2% de Carbone)

Auto-évaluation

Application 5.1 : Questions à choix multiples

Cochez les propositions justes :

L'empilement compact ABA	☒	donne lieu à une maille hexagonale.
	☒	est l'empilement d'atomes métalliques (de même espèce) le plus compact que l'on puisse avoir.
	☒	est l'un des réseaux les plus fréquemment rencontrés pour les cristaux métalliques
	☐	a une compacité inférieure à l'empilement compact ABC
La maille cubique centrée	☐	est une maille moins compacte que la maille cubique simple.
	☒	comporte 2 motifs de coordonnées (0,0,0) et (1/2,1/2,1/2),
	☐	ne possède aucun site cristallographique.
	☒	a un volume égal à « a^3 ».
Les sites tétraédriques d'un cristal métallique	☐	existent dans la maille cubique simple.
	☐	peuvent être occupés par n'importe quel autre atome métallique.
	☐	peuvent être occupés par n'importe quel autre atome non métallique.
	☒	ont un rayon plus petit que celui des sites cubique et octaédrique.
Une solution solide de substitution	☒	est un cristal formé de différents atomes métalliques.
	☐	est préparée en mélangeant deux ou plusieurs cristaux purs.
	☒	est préparée dans le but d'améliorer la qualité des solides purs.
	☒	est, comme une solution solide d'insertion, appelé « alliage ».

Application 5.2: Questions de cours

En vous aidant des schémas de la page 3/5, établissez :

- la relation entre le rayon du site cubique (R_c) en fonction du rayon d'un motif (R)

La longueur de la diagonale du cube est égale à $2(R+R_c)$. On a donc grâce à Pythagore :

$$[2(R+R_c)]^2 = (\text{diagonale d'une face})^2 + a^2 = (a^2 + a^2) + a^2 = 3a^2$$

$$\text{Or } a = 2R \quad \Rightarrow \quad 4(R+R_c)^2 = 12R^2 \Rightarrow (R+R_c) = \sqrt{3} R \Rightarrow R_c = (\sqrt{3} - 1) R$$

$$R_c = 0,732 R$$

- la relation entre le rayon du site octaédrique (R_o) en fonction du rayon d'un motif (R)

L'arête de la maille est égale à $2(R+R_o)$. Donc $a = 2(R+R_o)$

Or la diagonale d'une face de la maille est égale à $4R$. Donc $(4R)^2 = 2a^2$ (Pythagore).

$$\text{Ainsi, } \sqrt{2}a = 4R \quad \Rightarrow \quad a = 2\sqrt{2}R \quad \Rightarrow \quad 2(R+R_o) = 2\sqrt{2}R \Rightarrow R_o = (\sqrt{2} - 1) R$$

$$R_o = 0,414 R$$

- la relation entre le rayon du site tétraédrique (R_T) en fonction du rayon d'un motif (R)

La demi longueur de la diagonale du petit cube de paramètre $\frac{a}{2}$ est égale à $(R+R_T)$.

La longueur de la diagonale de la face du petit cube de paramètre $\frac{a}{2}$ est égale à $2R$. On a donc grâce à Pythagore :

$$[2(R+R_T)]^2 = 3\left(\frac{a}{2}\right)^2 \text{ avec } a = 2\sqrt{2}R \quad \Rightarrow \quad 4(R+R_T)^2 = 3(\sqrt{2}R)^2 \Rightarrow 2(R+R_T) = \sqrt{6}R \Rightarrow R_T = \frac{\sqrt{6}-2}{2}R$$

$$R_T = 0,225 R$$