

Université de Sfax ★ ★ ★ ★ Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax		A.U : 2022 – 2023 Semestre : 1 Groupe : MP2-PT2
---	---	---

Devoir de Synthèse en Automatique

Asservissement de vitesse d'un moteur

On s'intéressera ici à l'asservissement de vitesse d'un moteur électrique à courant continu. La structure d'asservissement est donnée par la figure 1.

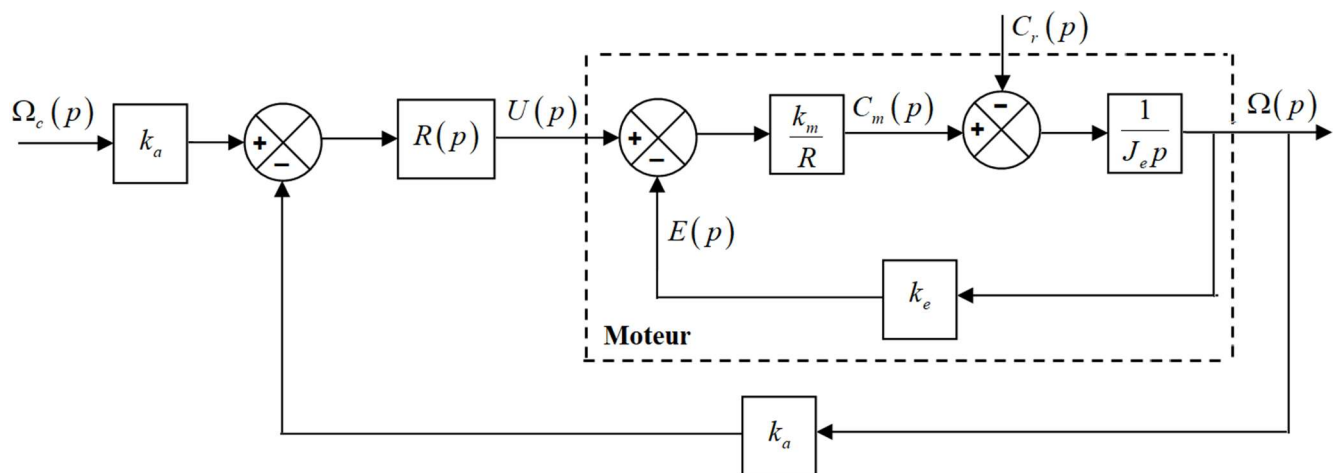


Fig.1 – Schéma fonctionnel d'asservissement de vitesse du moteur

Les paramètres du système sont regroupés dans le tableau ci-dessous où $L(*)$ est l'opérateur de la transformée de Laplace :

$\omega_c(t)$: la vitesse de consigne ($rad.s^{-1}$) ; $L(\omega_c(t)) = \Omega_c(p)$	$R(p)$: la fonction de transfert du correcteur.
$\omega(t)$: la vitesse de rotation ($rad.s^{-1}$) ; $L(\omega(t)) = \Omega(p)$	k_m : la constante de couple ($N.m / A$) .
$c_m(t)$: le couple moteur ($N.m$) ; $L(c_m(t)) = C_m(p)$	k_e : la constante de f.c.e.m ($V / rad.s^{-1}$) .
$c_r(t)$: le couple résistant ($N.m$) ; $L(c_r(t)) = C_r(p)$.	R : la résistance de l'induit (Ω) .
$u(t)$: la tension aux bornes du moteur (V) ; $L(u(t)) = U(p)$.	k_a : le gain du capteur de vitesse ($V / rad.s^{-1}$) .
$e(t)$: la force contre électromotrice (V) ; $L(e(t)) = E(p)$.	J_e : l'inertie équivalente ($kg.m^2$) .

1. Modélisation du moteur

1.1. A partir du schéma bloc du moteur, l'expression de la vitesse angulaire $\Omega(p)$ peut se mettre sous la forme $\Omega(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)C_r(p)$. Montrer que $H_1(p)$ et $H_2(p)$ peuvent se mettre sous la forme canonique : $H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$; $H_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_1 p}$. Exprimer K_1 , K_2 et τ_1 en fonction des paramètres du moteur k_m , k_e , R et J_e .

1.2. Pour $c_r(t) = 0 \text{ N.m}$, on donne sur la figure 2 le relevé de la réponse indicielle du moteur pour un échelon en tension d'amplitude 10 V . Identifier les valeurs de K_1 et τ_1 de la fonction de transfert $H_1(p)$.

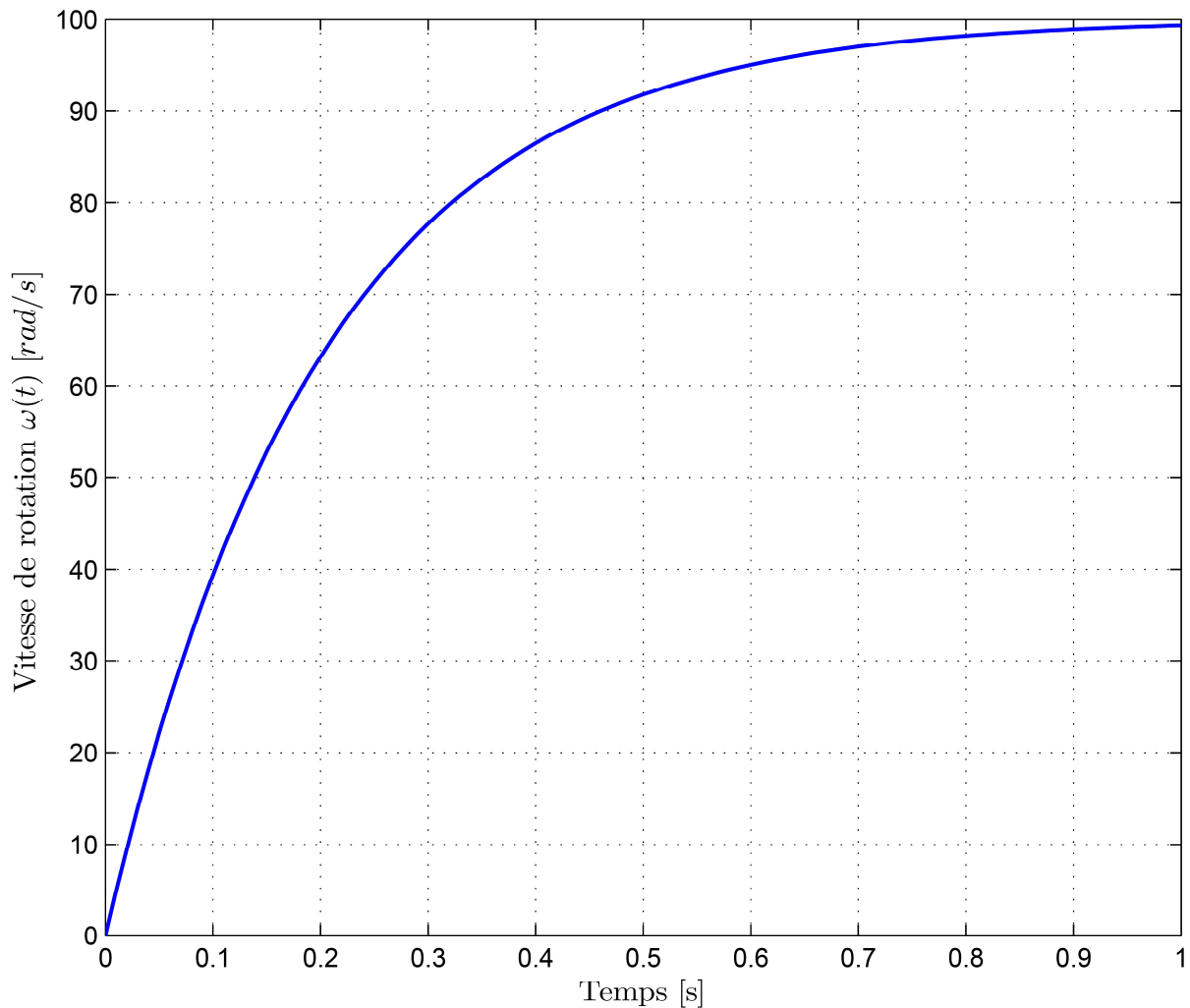


Fig.2—Réponse indicielle du moteur à un échelon de tension d'amplitude 10 V ($c_r(t) = 0$)

1.3. On considère que $R = 1 \Omega$ et $k_m = k_e$. Dédurre alors les valeurs numériques des paramètres k_e , J_e et K_2 .

2. Asservissement du moteur

Le schéma bloc de l'asservissement de la figure 1 est mis sous la forme suivante en tenant compte des résultats de la question 1.1.

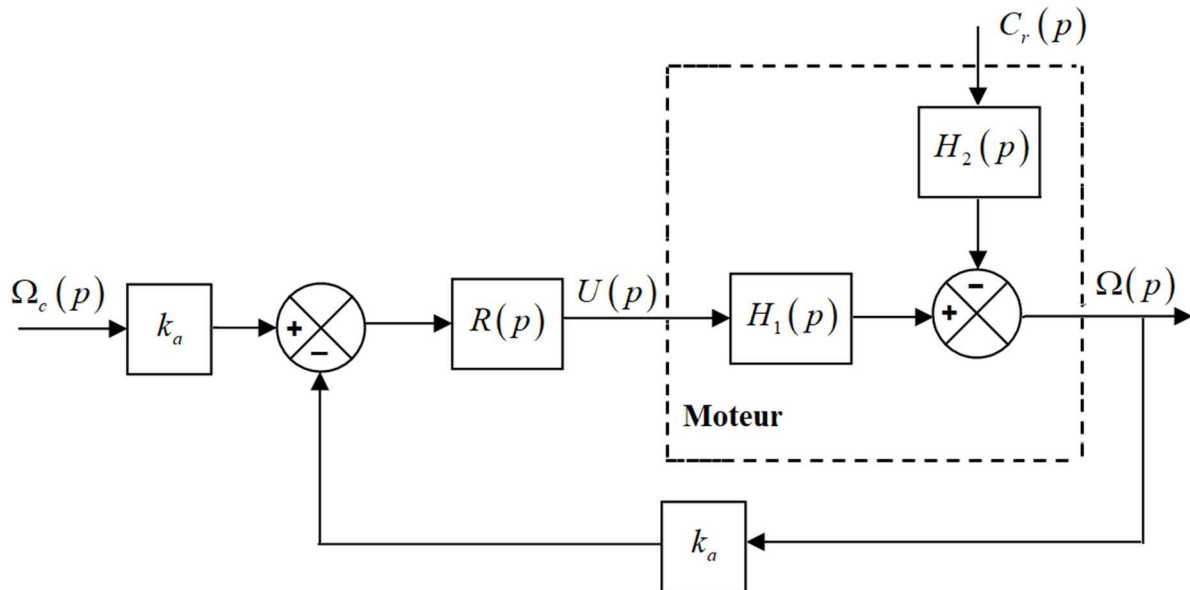


Fig.3 – Schéma fonctionnel d'asservissement de vitesse du moteur

Dans la suite, on prendra : $C_r(p) = 0$; $K_1 = 10 \text{ rad} / \text{s.V}$; $K_2 = 100 \text{ rad} / \text{s.V}$; $\tau_1 = 0.2 \text{ s}$; $k_a = 0.25 \text{ V} / \text{rad.s}^{-1}$. L'asservissement du moteur doit respecter les performances suivantes :

Performances	Valeurs souhaitées
Dépassement	Sans dépassement.
Précision	Erreur statique nulle pour une entrée en échelon.
Rapidité	Temps de réponse à $\pm 5\%$ inférieur à 2.5 s .

On considère un correcteur de type Proportionnel (P) : $R(p) = k_c$

2.1. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ peut se mettre

sous la forme canonique $H_{BF}(p) = \frac{K_{11}}{1 + \tau p}$. Exprimer K_{11} et τ en fonction seulement de k_c

(les autres paramètres sont à remplacer par leurs valeurs numériques).

2.2. Calculer le gain k_c permettant d'assurer en boucle fermée un temps de réponse à $\pm 5\%$

$t_{r\pm 5\%} = 0.3 \text{ s}$.

2.3. Déterminer l'expression de l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty)$ en fonction de k_c pour une consigne en vitesse $\omega_c(t) = 200 \text{ rad.s}^{-1}$.

2.4. Ce correcteur proportionnel permet-il de satisfaire les performances souhaitées? Justifier.

On considère maintenant un correcteur de type Intégral (I) : $R(p) = \frac{k_i}{p}$

2.5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$. Donner les expressions du gain statique K , de la pulsation propre non amortie ω_n et du coefficient d'amortissement ξ en fonction seulement de k_i (les autres paramètres sont à remplacer par leurs valeurs numériques).

2.6. Etablir la valeur de k_i permettant d'obtenir la réponse la plus rapide sans dépassement.

2.7. Pour cette valeur de k_i , déterminer le temps de réponse à $\pm 5\%$ du système en boucle fermée ($t_{r\pm 5\%}$) à partir de l'abaque de la figure 4.

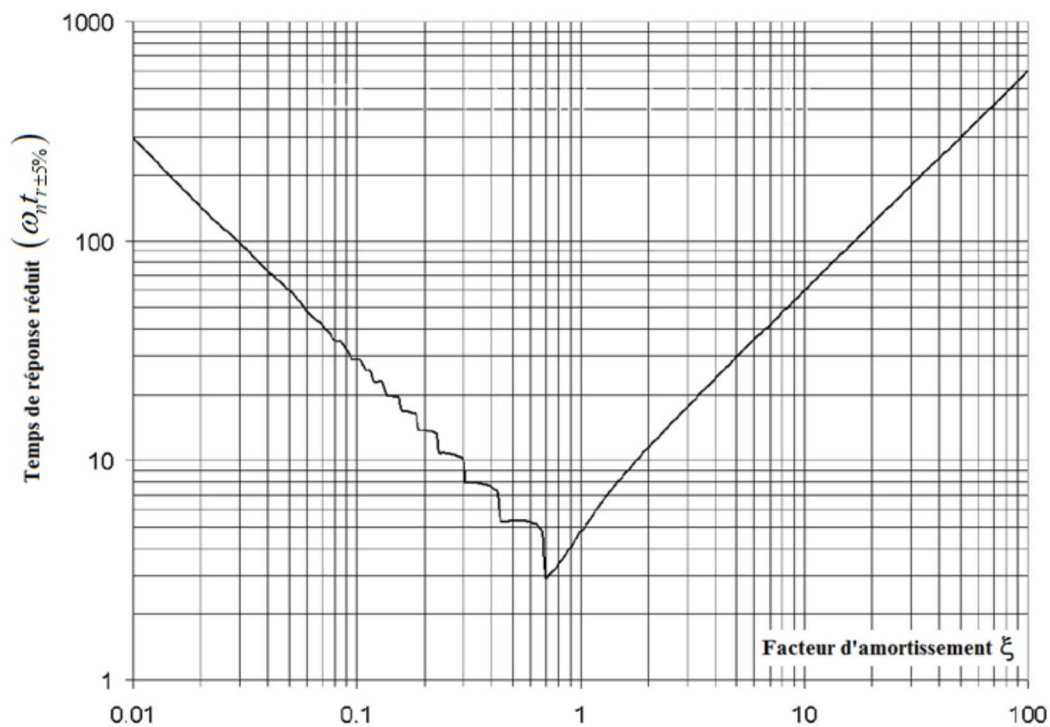


Fig. 4 – Abaque du temps de réponse réduit ($\omega_n t_{r\pm 5\%}$) en fonction de ξ .

2.8. Calculer l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty)$ pour une consigne en vitesse $\omega_c(t) = 200 \text{ rad/s}$.

2.9. Ce correcteur intégral permet-il de satisfaire les performances souhaitées ?

CORRECTION ET BAREME 04/01/2023

1.1	$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} \Big _{C_r(p)=0} = \frac{\frac{k_m}{RJ_e p}}{1 + \frac{k_e k_m}{RJ_e p}} = \frac{k_m}{k_e k_m + RJ_e p} = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{RJ_e}{k_e k_m} p} = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$ $H_2(p) = \frac{-\Omega(p)}{C_r(p)} \Big _{U(p)=0} = \frac{\frac{1}{J_e p}}{1 + \frac{k_e k_m}{RJ_e p}} = \frac{R}{k_e k_m + RJ_e p} = \frac{\frac{R}{k_e k_m}}{1 + \frac{RJ_e}{k_e k_m} p} = \frac{K_2}{1 + \tau_1 p}$ $K_1 = \frac{1}{k_e}; \quad K_2 = \frac{R}{k_e k_m}; \quad \tau_1 = \frac{RJ_e}{k_e k_m}$	1 1 1.5
1.2	$K_1(p) = \frac{\omega(\infty)}{u(\infty)} = \frac{100}{10} = 10$ $\omega(\tau_1) = 0.63\omega(\infty) = 63 \Rightarrow \tau_1 = 0.2 \text{ s}$	1 1
1.3	$K_1 = \frac{1}{k_e} = 10 \Rightarrow k_e = 0.1$ $\tau_1 = \frac{RJ_e}{k_e k_m} = 0.2 \Rightarrow J_e = \frac{\tau_1 k_e k_m}{R} = 2.10^{-3}$ $K_2 = \frac{R}{k_e k_m} = 100$	1.5
2.1	$H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{k_a R(p) H_1(p)}{1 + k_a R(p) H_1(p)} = \frac{0.25k_c \frac{10}{1+0.2p}}{1 + 0.25k_c \frac{10}{1+0.2p}} = \frac{2.5k_c}{1 + 2.5k_c + 0.2p}$ $= \frac{\frac{2.5k_c}{1 + 2.5k_c}}{1 + \frac{0.2}{1 + 2.5k_c} p} = \frac{K_{11}}{1 + \tau p}$ $K_{11} = \frac{2.5k_c}{1 + 2.5k_c}; \quad \tau = \frac{0.2}{1 + 2.5k_c}$	1 1
2.2	$t_{r \pm 5\%} = 3\tau = 3 \frac{0.2}{1 + 2.5k_c} = 0.3 \Rightarrow k_c = 0.4$	1
2.3	$\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty) = \omega_c(\infty) - K_{11}\omega_c(\infty) = 200 - \frac{2.5k_c}{1 + 2.5k_c} 200 = \frac{200}{1 + 2.5k_c}$	2
2.4	Le correcteur proportionnel ne satisfait pas les performances souhaitées car l'erreur statique n'est pas nulle.	1

2.5	$H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{k_a R(p) H_1(p)}{1 + k_a R(p) H_1(p)} = \frac{0.25 \cdot \frac{k_i}{p} \cdot \frac{10}{1+0.2p}}{1 + 0.25 \cdot \frac{k_i}{p} \cdot \frac{10}{1+0.2p}} = \frac{2.5k_i}{p(1+0.2p) + 2.5k_i}$ $= \frac{2.5k_i}{0.2p^2 + p + 2.5k_i} = \frac{1}{\frac{0.2}{2.5k_i} p^2 + \frac{1}{2.5k_i} p + 1} = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} p + 1}$ $\begin{cases} K = 1 \\ \omega_n^2 = \frac{2.5k_i}{0.2} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{2.5k_i}{0.2}} = \sqrt{12.5k_i} \\ \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{2.5k_i} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2\sqrt{0.5k_i}} \end{cases}$	1 1.5
2.6	La réponse la plus rapide sans dépassement est obtenue pour $\xi = 1$. $\xi = \frac{1}{2\sqrt{0.5k_i}} = 1 \Rightarrow k_i = 0.5$	1
2.7	D'après l'abaque, pour $\xi = 1$ on a $\omega_n t_{r\pm 5\%} = 5$ alors $t_{r\pm 5\%} = \frac{5}{\omega_n} = \frac{5}{\sqrt{12.5k_i}} = \frac{5}{\sqrt{12.5 \times 0.5}} = 2 \text{ s}$	1
2.8	$\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty) = \omega_c(\infty) - K \omega_c(\infty) = 0$	2
2.9	Le correcteur intégral satisfait les performances souhaitées.	0.5