

Devoir de contrôle AUTOMATIQUE

Asservissement de l'angle de braquage de la roue arrière d'un véhicule

L'étude de la dynamique d'un véhicule à quatre roues directrices dans un virage nécessite des calculs assez longs. Plusieurs paramètres entre en jeu, notamment la vitesse de rotation de lacet, l'angle de dérive du véhicule et la vitesse et l'accélération latérale du véhicule....

Pour des raisons de simplification notre étude concernera un prototype de véhicule d'essai en se limitant à des conditions particulières de roulage.

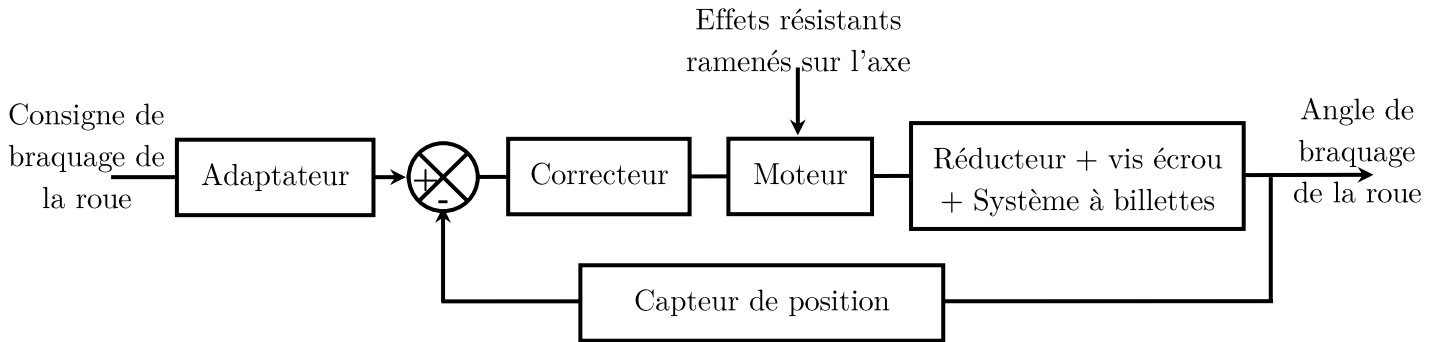


Figure n° 1. *Schéma fonctionnel de l'asservissement de l'angle de braquage*

La consigne $\beta_c(t)$ est générée par le calculateur du système et l'actionneur braque les roues à travers la transmission mécanique.

On donne les relations suivantes :

- La fonction de transfert de l'adaptateur de consigne est un gain pur égal à $K_a > 0$.
- Le rapport de transmission de l'ensemble réducteur et système vis-écrou : $\frac{v(t)}{\omega_m(t)} = q \cdot r$ où (q) est le pas réduit de la vis et (r) le rapport des vitesses du réducteur.
- La vitesse de déplacement de la tige du vérin $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ avec $x(t)$: le paramètre de déplacement de la tige du vérin.
- On admet la relation de linéarité entre le déplacement de la tige et l'angle de braquage $\beta(t)$ de la roue : $x(t) = a \cdot \beta(t)$ avec (a) : constante positive).
- La fonction de transfert du capteur est un gain pur égale à $K_{capt} > 0$.

N.B. : On pose $\Omega_m(p) = L(\omega_m(t))$ et $F(p)$ la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$.

Toutes les conditions initiales des valeurs temporelles sont supposées nulles.

On notera $h(t)$ la fonction de Heaviside.

La modélisation adoptée aboutit au schéma fonctionnel de la figure n°2.

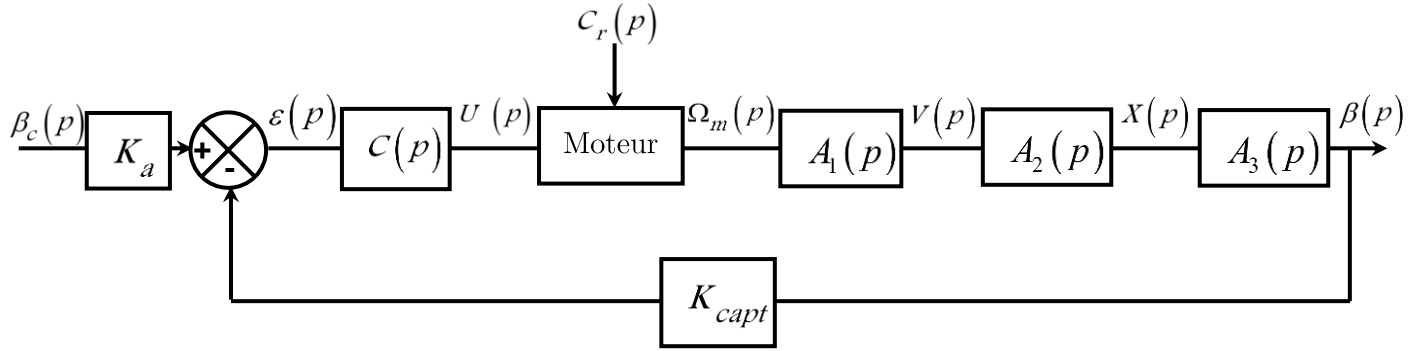


Figure n° 2. *Modèle retenu pour l'asservissement de l'angle de braquage $\beta(t)$*

1. Donner, en fonction des paramètres du système, les fonctions de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$ et $A_3(p)$ indiquées sur le schéma de la figure n°2.
2. Donner l'expression de l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de $\beta(t)$ et $\beta_c(t)$. Déduire la valeur de K_a à adopter pour l'asservissement afin d'avoir un écart nul lorsque la réponse atteint la consigne.

Modélisation du moteur à courant continu :

Les équations temporelles régissant le fonctionnement du moteur sont données dans la tableau suivant :

$u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$ (1)	R : Résistance de l'induit	$c_r(t)$: Couple résistant
$c_m(t) = K_i i(t)$ (2)	L : Inductance du moteur	$e(t)$: Force contre-électromotrice
$J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t)$ (3)	$u(t)$: Tension d'alimentation	K_i : Constante de force contre-électromotrice
$e(t) = K_e \omega_m(t)$ (4)	$i(t)$: Courant de l'induit	J_e : Moment d'inertie ramené sur l'axe moteur
	$\omega_m(t)$: Vitesse de rotation du moteur	
	$c_m(t)$: Couple moteur	

On représente sur la figure n°3, le schéma fonctionnel du moteur.

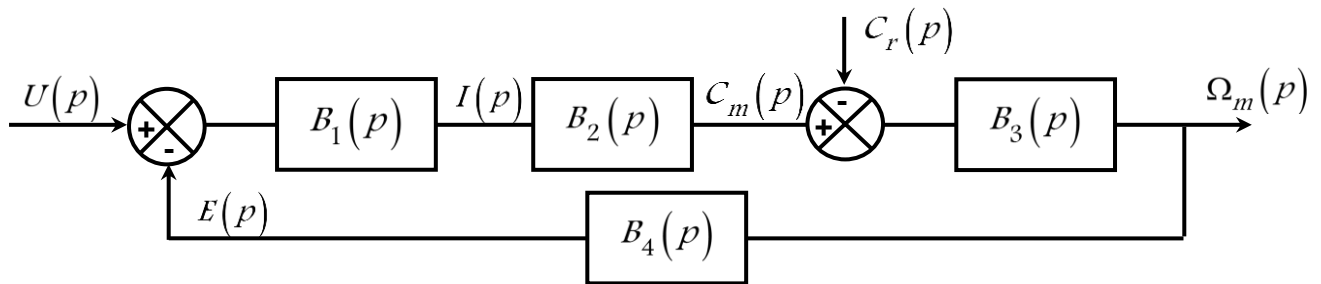


Figure n° 3. *Schéma fonctionnel du moteur*

3. Ecrire les équations du moteur dans le domaine de Laplace, puis donner les expressions des fonctions de transfert $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$.

On pose $\Omega_m(p) = H_u(p) \cdot U(p) - H_c(p) \cdot C_r(p)$

4. Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_u(p)$ et $H_c(p)$ en fonction de $B_1(p)$, $B_2(p)$, $B_3(p)$ et $B_4(p)$.
5. Ecrire les expressions de $H_u(p)$ et $H_c(p)$ en fonction des paramètres du moteur, puis indiquer pour chacune l'ordre, la classe et le gain statique (K_u pour $H_u(p)$ et K_c pour $H_c(p)$).
6. Montrer qu'on peut mettre le schéma de la figure n°3 sous la forme donnée par la figure n°4 (expliquer les transformations à faire).

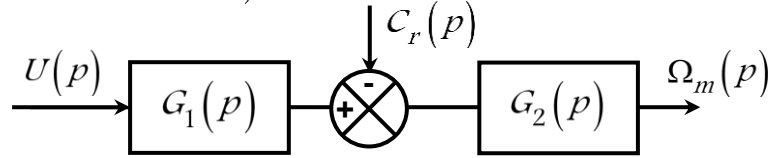


Figure n° 4. Schéma fonctionnel du moteur

7. Dédire les expressions des fonctions de transfert $G_1(p)$ et $G_2(p)$.

Pour la suite, on prend $K_a = K_{capt}$, on négligera l'inductance du moteur ($L \approx 0$).

On transforme le schéma de la figure n°2 en chaîne bouclée à retour unitaire donnée par la figure n°5.

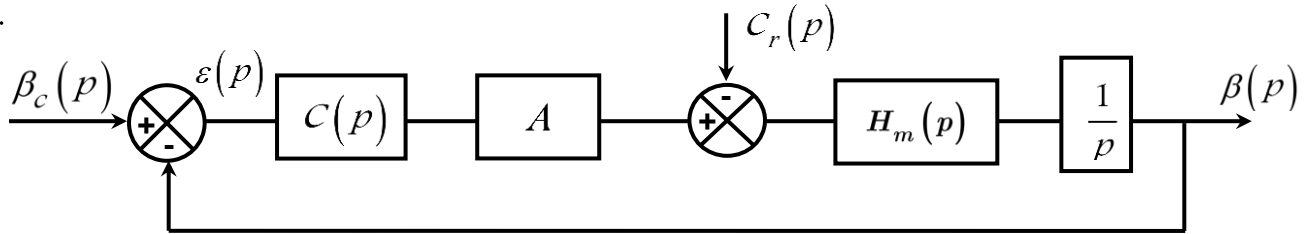


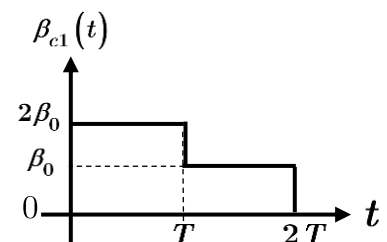
Figure n° 5. Schéma de l'asservissement global

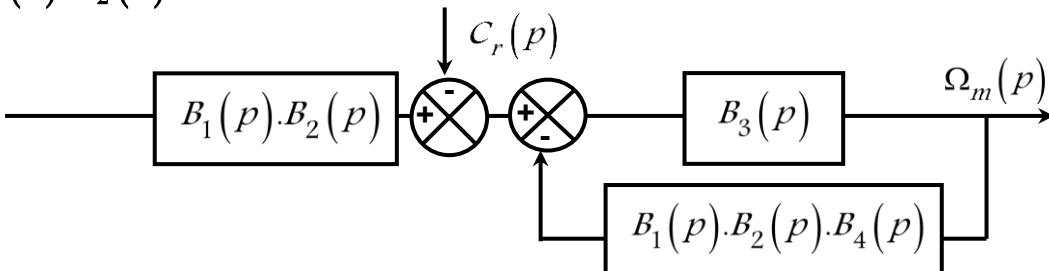
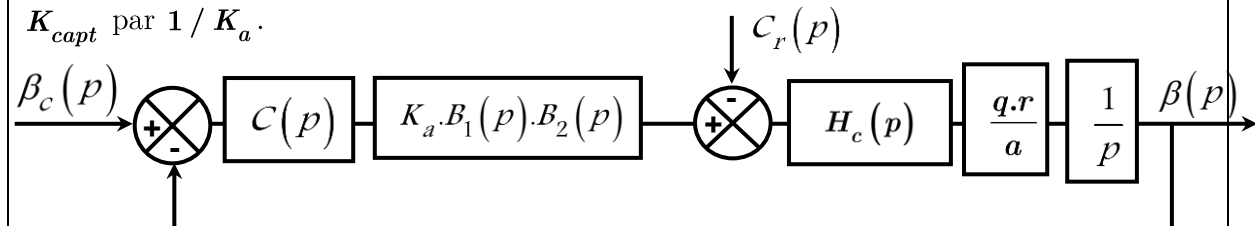
8. Expliquer les transformations à faire sur la figure n°2 pour trouver le schéma de la figure n°5.
9. Dédire l'expression de « A » en fonction de K_a , K_i et R .
10. En déterminant l'expression de la fonction $H_m(p)$, montrer qu'on peut la mettre sous la forme

suivante : $\frac{K_m}{1 + T_m p}$. Dédire les expressions de K_m et T_m en fonction des paramètres du système.

Pour la suite on donne : $C(p) = K_p$, $A = 20$, $K_m = 0,2 (rd / s.N.m)$ et $T_m = 4.10^{-2} (s)$.

11. En posant $\beta(p) = H_1(p) \cdot \beta_c(p) - H_2(p) \cdot C_r(p)$, écrire en fonction de K_p , les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$.
12. Pour $C_r = 0$ et $K_p = 1$, calculer la réponse ($\beta(t)$) indicielle de l'asservissement pour un échelon d'amplitude β_0 .
13. Soit $\beta_{c1}(t)$ la nouvelle entrée appliquée au système suivante : Dédire la réponse $\beta_1(t)$ suite à cette entrée.

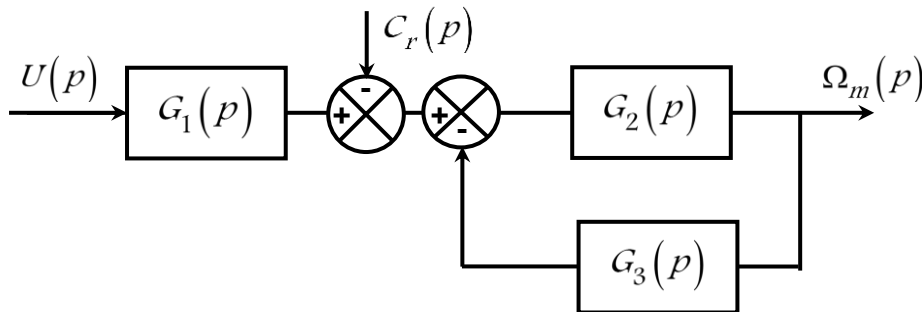


1.	$A_1(p) = \frac{V(p)}{\Omega_m(p)} = q.r ; V(p) = pX(p) \text{ d'où } A_2(p) = \frac{X(p)}{V(p)} = \frac{1}{p}$ $X(p) = a.\beta(p) \text{ d'où } A_3(p) = \frac{\beta(p)}{X(p)} = \frac{1}{a}$	
2.	$\varepsilon(p) = K_a \beta_c(p) - K_{capt} \beta(p) = 0 \text{ et puisque } \beta_c(p) = \beta(p) \text{ donc } K_a = K_{capt}$	
3.	(1) $U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p)$ donne $B_1(p) = \frac{1}{R + Lp}$ (2) $C_m(t) = K_i I(p)$ donc $B_2(p) = K_i$ (3) $C_m(p) - C_r(p) = J_e p \Omega_m(p)$ donc $B_3(p) = \frac{1}{J_e p}$; (4) $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ donc $B_4(p) = K_e$	
4.	$\Omega_m(p) = \frac{B_1(p).B_2(p).B_3(p).U(p) - B_3(p).C_r(p)}{1 + B_1(p).B_2(p).B_3(p).B_4(p)}$ $H_u(p) = \frac{B_1(p).B_2(p).B_3(p)}{1 + B_1(p).B_2(p).B_3(p).B_4(p)} \text{ et } H_c(p) = \frac{B_3(p)}{1 + B_1(p).B_2(p).B_3(p).B_4(p)}$	
5.	$H_u(p) = \frac{K_i}{J_e.p(R + L.p) + K_i.K_e} \text{ et } H_c(p) = \frac{R + L.p}{J_e.p(R + L.p) + K_i.K_e}$ L'ordre 2 la classe 0 pour les deux et $K_u = \frac{1}{K_e}$ et $K_c = \frac{R}{K_i.K_e}$	
6.	Avancer le premier sommateur % à $B_1(p).B_2(p)$ et multiplier $B_4(p)$ par $B_1(p).B_2(p)$. Ensuite faire la permutation des deux sommateurs. 	
7.	$G_1(p) = B_1(p).B_2(p) = \frac{K_i}{R + L.p} \text{ et } G_2(p) = H_c(p)$	
8.	Pour avoir un retour unitaire il suffit de reculer le premier sommateur % à K_a et multiplier K_{capt} par $1 / K_a$. 	
9.	$A = K_a.B_1(p).B_2(p) = \frac{K_a.K_i}{R}$	

10.	$H_m(p) = H_c(p) \cdot \frac{q \cdot r}{a} = \frac{R \cdot q \cdot r / a \cdot K_i \cdot K_e}{\frac{R \cdot J_e}{K_i \cdot K_e} \cdot p + 1} \text{ avec } K_m = \frac{R \cdot q \cdot r}{a \cdot K_i \cdot K_e} \text{ et } T_m = \frac{R \cdot J_e}{K_i \cdot K_e}$	
11.	$H_1(p) = \frac{K_p \cdot A \cdot H_m(p)}{p + A \cdot K_p \cdot H_m(p)} = \frac{K_p \cdot A \cdot K_m}{p(1 + T_m \cdot p) + A \cdot K_p \cdot K_m} = \frac{4 \cdot K_p}{p(1 + 0,04 \cdot p) + 4 \cdot K_p}$ $H_2(p) = \frac{H_m(p)}{p + A \cdot K_p \cdot H_m(p)} = \frac{K_m}{p(1 + T_m \cdot p) + A \cdot K_p \cdot K_m} = \frac{0,2}{p(1 + 0,04 \cdot p) + 4 \cdot K_p}$	
	$\varepsilon(p) = \beta_c(p) - \beta(p) = \beta_c(p) \left(1 - H_1(p) \right) + H_2(p) \cdot C_r(p)$ $\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0+} p \varepsilon(p) = \frac{0,2 \cdot C_0}{4 \cdot K_p} = \frac{C_0}{20 \cdot K_p}$	
12.	$\beta(p) = H_1(p) \cdot \beta_c(p) = \frac{4\beta_0}{p(p+5)(p+20)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+5} + \frac{C}{p+20}$ $A = \frac{\beta_0}{25}, B = \frac{-4\beta_0}{75}, C = \frac{\beta_0}{75}; \beta(t) = \frac{\beta_0}{25} \left[1 - \frac{4}{3}e^{-5t} + \frac{1}{3}e^{-20t} \right] u(t)$	
13.	$\beta_{c1}(t) = 2\beta_0 \cdot h(t) - \beta_0 \cdot h(t-T) - \beta_0 \cdot h(t-2T) = 2\beta_c(t) - \beta_c(t-T) - \beta_c(t-2T)$ $\beta_1(t) = 2\beta(t) - \beta(t-T) - \beta(t-2T)$ $\beta_1(t) = \frac{\beta_0}{25} \left[\left[1 - \frac{4}{3}e^{-5t} + \frac{1}{3}e^{-20t} \right] u(t) - \left[1 - \frac{4}{3}e^{-5(t-T)} + \frac{1}{3}e^{-20(t-T)} \right] u(t-T) \right. \\ \left. + \left[1 - \frac{4}{3}e^{-5(t-2T)} + \frac{1}{3}e^{-20(t-2T)} \right] u(t-2T) \right]$	

$$K_m = f(R, q, r, a, K_i, K_e) \text{ et } T_m = f(J_e, K_e, K_i, R)$$

$$\begin{cases} \forall t < 0; \beta_{c1}(t) = 0 \\ 0 \leq t < T; \beta_{c1}(t) = 2\beta_0 \\ T \leq t < 2T; \beta_{c1}(t) = \beta_0 \end{cases}$$



14. Déterminer, en fonction de K_p , l'expression de l'écart en régime permanent ($\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$) pour $\beta_c(t) = \beta_0 \cdot h(t)$ et $C_r(t) = C_0 \cdot h(t)$ où β_0 et C_0 sont des constantes.