

Devoir de Contrôle en Automatique

Robot de traite automatique ASTRONAUT

Description du système de traite Astronaut :

Le robot de traite Astronaut est un système de traite automatique assurant, d'une part, la traite des vaches et, d'autre part, l'alimentation et le contrôle de la qualité du lait.

Chacune des différentes chaînes électrohydrauliques destinées à mouvoir le robot de traite Astronaut est constituée (Figure 1) :

- d'une alimentation hydraulique qui délivre la pression P_s ;
- d'un servo-distributeur ;
- d'un vérin hydraulique linéaire ;
- de capteurs ;
- d'un bloc régulateur.

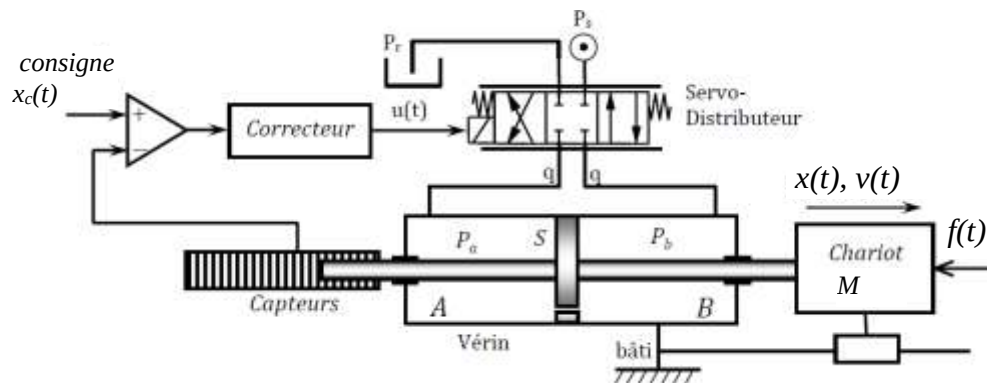


Figure 1. Description de la structure de la chaîne électrohydraulique

Le tableau suivant décrit les différentes grandeurs introduites dans la structure de commande:

$x_c(t)$	Consigne de position
$x(t), v(t)$	Position et vitesse du chariot
$u(t)$	Tension de commande du servo-distributeur
$q(t)$	Débit circulant dans le circuit hydraulique
$p_a(t), p_b(t)$	Pressions dans les chambres A et B du vérin
$f(t)$	Effort appliqué par la vache.

Modélisation du système électrohydraulique :

Le but est de construire un modèle linéaire décrivant le comportement du système électrohydraulique.

- La transmittance du servo-distributeur est supposée réduite à un gain α :

$$q(t) = \alpha \cdot u(t) \quad (1)$$

- Les deux chambres du vérin sont reliées par une canalisation de petite section laissant s'échapper une part de débit égale à : $q_{fuite}(t) = \lambda [p_a(t) - p_b(t)]$ (2)

λ étant un paramètre constant.

- En écrivant que les variations des volumes dans les chambres A et B sont dues, au débit du fluide, à la compressibilité de ce dernier et à la fuite entre les deux chambres, l'expression du débit $q(t)$ s'écrit :

$$q(t) = S \cdot v(t) + \frac{\sigma}{2 \cdot \beta} \cdot \frac{d\Delta p(t)}{dt} + \lambda \Delta p(t) \quad (3)$$

avec : $\Delta p(t) = p_a(t) - p_b(t)$, σ : constante caractéristique du volume du fluide, S : section utile du piston et β : module de compressibilité de l'huile.

- L'équation mécanique linéarisée relative à l'axe est telle que :

$$M \frac{dv(t)}{dt} = S \cdot \Delta p(t) - \gamma \cdot v(t) - f(t) \quad (4)$$

avec γ : coefficient de frottement visqueux et M : masse équivalente de l'ensemble embarquée par le chariot.

Questions :

- 1) En supposant que les conditions initiales sont nulles, écrire les équations (1), (2), (3) et (4) dans le domaine de Laplace, puis recopier et compléter le schéma-blocs de la figure 2.

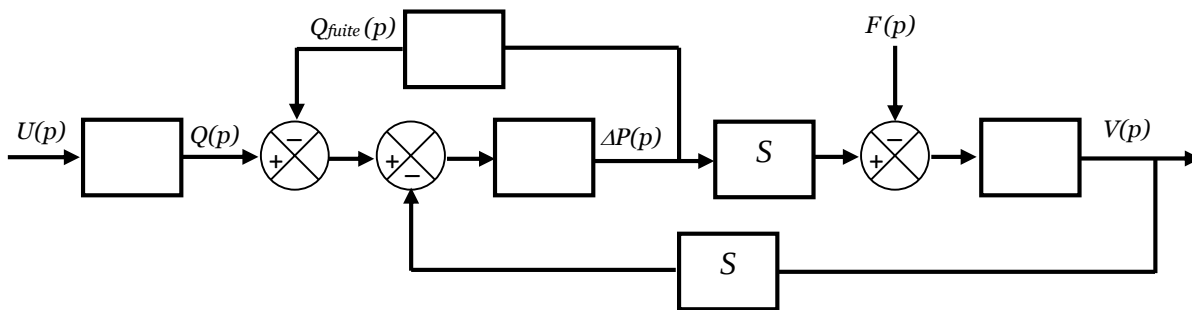


Figure 2. Schéma-blocs de l'ensemble « vérin + charge »

- 2) Pour $F(p) = 0$

2.1) En donnant les transformations graphiques nécessaires, écrire la fonction de transfert

$$H_1(p) = \left. \frac{V(p)}{U(p)} \right|_{F(p)=0} \text{ sous la forme } H_1(p) = \frac{K_1}{1 + Ap + Bp^2} \text{ où les termes } A, B \text{ et } K_1 \text{ seront explicités.}$$

2.2) On pose $H_1(p) = \frac{K_3}{(p - p_1)^2}$, **calculer la réponse indicielle unitaire de** $v(t)$.

NB : K_3 et p_1 sont des constantes positives et $\mathcal{L}(t \cdot e^{-at}) = \frac{1}{(p + a)^2}$

3) Pour $U(p) = 0$ et **en donnant les transformations graphiques nécessaires**, écrire la fonction de transfert

$$H_2(p) = -\frac{V(p)}{F(p)} \Big|_{U(p)=0} \text{ sous la forme } H_2(p) = \frac{K_2(1+\tau p)}{1+Ap+Bp^2} \text{ où les termes } \tau \text{ et } K_2 \text{ seront explicités.}$$

4) Exprimer $V(p)$ en fonction de $U(p)$ et $F(p)$.

5) Montrer que le modèle complet de la figure 2 peut se mettre sous la forme du schéma-blocs donné par la figure 3 où les transmittances $J(p)$, $G(p)$ et $H(p)$ seront explicités en fonction de A , B , K_1 , K_2 et τ .

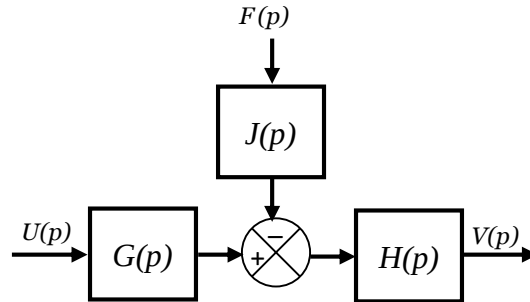


Figure 3. Schéma-blocs associé au modèle de comportement dynamique du chariot

L'architecture de commande retenue pour la synthèse de la loi de commande appliquée au chariot est décrite par la figure 4.

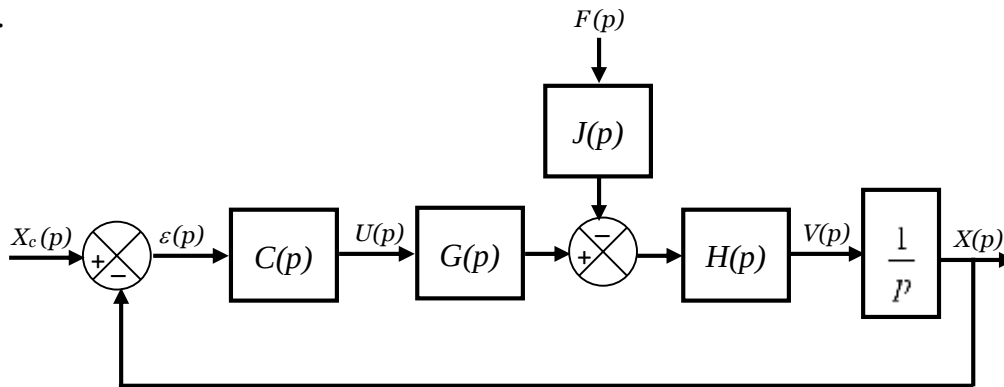


Figure 4. Architecture de commande retenue

où $C(p) = K$.

Indépendamment des résultats des questions précédentes, on prendra dans la suite :

$$G(p) = 5 \quad H(p) = \frac{1}{(1+0.1p)^2} \quad J(p) = 2(1+0.2p)$$

6) En posant $X(p) = G_1(p)X_c(p) - G_2(p)F(p)$

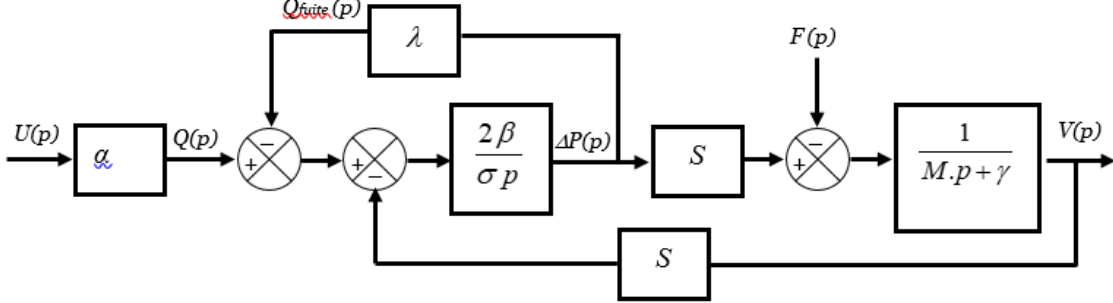
6.1) Écrire en fonction de K les expressions de $G_1(p)$ et $G_2(p)$.

6.2) Indiquer pour chacune l'ordre, la classe et le gain statique (K_c pour $G_1(p)$ et K_u pour $G_2(p)$).

Pour $F(p) = 0$ et $K = 1$.

7) Préciser les valeurs initiale et finale de $x(t)$ pour une entrée échelon d'amplitude x_0 .

Correction et Barème

1	$Q(p) = \alpha U(p) ; Q_{fuite}(p) = \lambda [P_a(p) - P_b(p)] = \lambda \Delta P(p) ;$ $Q(p) = S.V(p) + \frac{\sigma}{2\beta} \cdot p \Delta P(p) + \lambda \Delta P(p) ; M \cdot p V(p) = S \cdot \Delta P(p) - \gamma V(p) - F(p)$ 	0.5x4 0.5x4
2.1	Il faut permuter les deux sommateurs $H_1(p) = \frac{V(p)}{U(p)} \Big _{F(p)=0} = \frac{2\beta S \alpha}{\sigma M p^2 + (\sigma \gamma + 2\lambda \beta M) p + 2\lambda \beta \gamma + 2\beta S^2}$ $= \frac{\frac{S \alpha}{\lambda \gamma + S^2}}{1 + \frac{(\sigma \gamma + 2\lambda \beta M)}{2\beta(\lambda \gamma + S^2)} p + \frac{\sigma M}{2\beta(\lambda \gamma + S^2)} p^2} = \frac{K_1}{1 + A p + B p^2}$ $K_1 = \frac{S \alpha}{\lambda \gamma + S^2} ; A = \frac{(\sigma \gamma + 2\lambda \beta M)}{2\beta(\lambda \gamma + S^2)} ; B = \frac{\sigma M}{2\beta(\lambda \gamma + S^2)}$	0.5 0.5 0.5x3
2.2	$V(p) = H_1(p) U(p)$ réponse indicielle unitaire : $u(t) = 1 \rightarrow U(p) = \frac{1}{p},$ $V(p) = \frac{K_3}{p(p-p_1)^2} = \frac{\alpha_1}{p} + \frac{\alpha_2}{(p-p_1)} + \frac{\alpha_3}{(p-p_1)^2}$ $\alpha_1 = p V(p) \Big _{p=0} = \frac{K_3}{p_1^2}, \quad \alpha_3 = (p-p_1)^2 V(p) \Big _{p=p_1} = \frac{K_3}{p_1}, \quad \alpha_2 = -\alpha_1 = -\frac{K_3}{p_1^2}$ $v(t) = \alpha_1 + \alpha_2 e^{p_1 t} + \alpha_3 t e^{p_1 t} = \frac{K_3}{p_1^2} - \frac{K_3}{p_1^2} e^{p_1 t} + \frac{K_3}{p_1} t e^{p_1 t}$	1

3	Les transformations $H_2(p) = \frac{V(p)}{F(p)} \Big _{U(p)=0} = \frac{\sigma p + 2\beta\lambda}{\sigma M p^2 + (\sigma\gamma + 2\lambda\beta M)p + 2\lambda\beta\gamma + 2\beta S^2}$ $= \frac{\frac{\lambda}{\lambda\gamma + S^2} \left(1 + \frac{\sigma}{2\beta\lambda} p\right)}{1 + \frac{(\sigma\gamma + 2\lambda\beta M)}{2\beta(\lambda\gamma + S^2)} p + \frac{\sigma M}{2\beta(\lambda\gamma + S^2)} p^2} = \frac{K_2 (1 + \tau p)}{1 + Ap + Bp^2}$ $K_2 = \frac{\lambda}{\lambda\gamma + S^2} ; \tau = \frac{\sigma}{2\beta\lambda}$	0.5 0.5 0.5x2
4	$V(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)F(p).$	1
5	D'après la figure 2 on peut écrire : $V(p) = H(p)G(p)U(p) - H(p)J(p)F(p)$ Or d'après question 4, on a : $V(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)F(p)$ Alors : $H_1(p) = H(p)G(p) = \frac{K_1}{1 + Ap + Bp^2}$ et $H_2(p) = H(p)J(p) = \frac{K_2(1 + \tau p)}{1 + Ap + Bp^2}$ Il vient : $H(p) = \frac{1}{1 + Ap + Bp^2} ; G(p) = K_1 ; J(p) = K_2(1 + \tau p)$	0.5x2 0.5x3
6.1	$G_1(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} \Big _{F(p)=0} = \frac{\frac{C(p)G(p)H(p)}{p}}{1 + \frac{C(p)G(p)H(p)}{p}} = \frac{5K}{p(1 + 0.1p)^2 + 5K} = \frac{5K}{0.01p^3 + 0.2p^2 + p + 5K}$ $G_2(p) = -\frac{X(p)}{F(p)} \Big _{X_c(p)=0} = \frac{J(p)\frac{H(p)}{p}}{1 + \frac{C(p)G(p)H(p)}{p}} = \frac{2(1 + 0.2p)}{p(1 + 0.1p)^2 + 5K} = \frac{0.4p + 2}{0.01p^3 + 0.2p^2 + p + 5K}$	1 1
6.2	Pour $G_1(p)$: ordre 3 ; classe 0 ; $K_c = 1$ Pour $G_2(p)$: ordre 3 ; classe 0 ; $K_u = \frac{2}{5K}$	3x0.5 3x0.5
7	Pour $F(p) = 0$ et $K_p = 1$, ($x_c(t)$ échelon d'amplitude x_0 : $X_c(p) = \frac{x_0}{p}$). $x(0) = \lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pX(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} pG_1(p) \frac{x_0}{p} = \lim_{p \rightarrow \infty} x_0 G_1(p) = 0$ $x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pX(p) = \lim_{p \rightarrow 0} pG_1(p) \frac{x_0}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} x_0 G_1(p) = x_0$	1 1