

Université de Sfax ★★★★★ Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax		Année Universitaire : 2024 – 2025 Sections : MP2 – PC2 – PT2
Semestre 1	Examen de Systèmes Techniques Automatisés	Date : 21/12/2024
Partie B : Automatique		

Synthèse de l'asservissement de débit d'alimentation en matériaux

L'asservissement de débit dans un système d'alimentation en matériaux est essentiel pour garantir une distribution précise et efficace des substances utilisées dans divers processus industriels. Ce système repose sur un schéma technologique qui inclut plusieurs composants interconnectés, comme illustré à la figure 1.

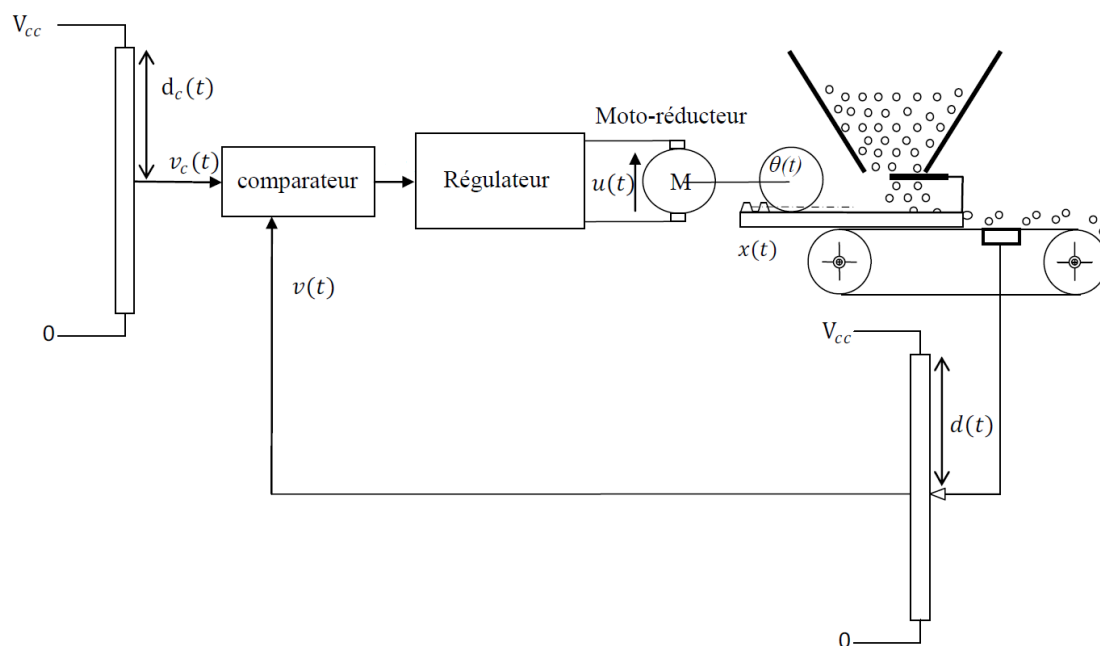


Figure 1 – Schéma technologique d'asservissement de débit.

Le débit désiré, noté $d_c(t)$, est déterminé à l'aide d'un dispositif associé au curseur d'un potentiomètre, qui génère une tension de référence $v_c(t)$. Ce débit est proportionnel à cette tension, selon la relation :

$$v_c(t) = k_1 d_c(t) \quad (1)$$

où $k_1 = 0.5 \text{ V.s.kg}^{-1}$ est une constante caractéristique du dispositif.

La mesure du débit actuel, noté $d(t)$, est effectuée par le même dispositif, qui produit une tension $v(t)$ proportionnelle à $d(t)$.

Un motoréducteur, dont l'entrée est la tension $u(t)$ et la sortie est la position angulaire $\theta(t)$, est couplé à un mécanisme pignon-crémaillère. Ce mécanisme convertit la position angulaire $\theta(t)$ en un déplacement linéaire $x(t)$, selon :

$$x(t) = k_2 \theta(t) \quad (2)$$

où $k_2 = 6.10^{-2} \text{ m.rad}^{-1}$ est une constante dépendant des caractéristiques du mécanisme pignon-crémaillère.

Le débit réel, $d(t)$, est ensuite lié au déplacement linéaire $x(t)$, qui détermine l'ouverture de la trémie, par :

$$d(t) = k_3 x(t) - d_f(t) \quad (3)$$

où $k_3 = 15.10^{-2} \text{ kg/m.s}$ est une constante définie par la géométrie de la trémie et $d_f(t)$ représente le débit perdu à cause des fuites.

Le signal d'erreur, défini comme la différence entre la tension de référence et la tension mesurée, constitue l'entrée du régulateur. Ce dernier génère une tension de commande $u(t)$, utilisée pour alimenter le motoréducteur à courant continu.

Le schéma technologique d'asservissement de débit présenté à la figure 1 peut être transformé en un schéma fonctionnel, illustré à la figure 2, où les variables polynomiales $D_c(p)$, $D_f(p)$, $D(p)$, $U(p)$, $\theta(p)$, $X(p)$, $V_c(p)$ et $V(p)$ représentent respectivement les transformées de Laplace des variables temporelles $d_c(t)$, $d_f(t)$, $d(t)$, $u(t)$, $\theta(t)$, $x(t)$, $v_c(t)$ et $v(t)$.

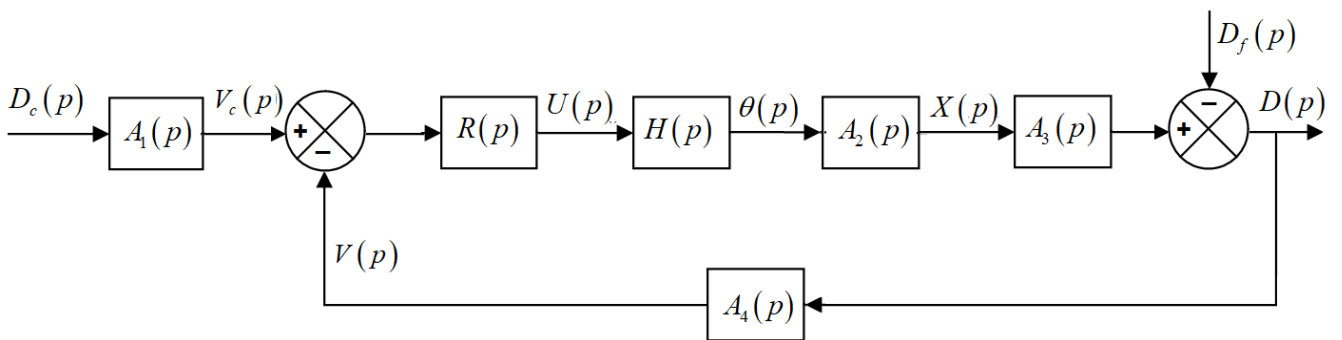


Figure 2 – Schéma fonctionnel de l'asservissement de débit.

1. Déterminer les fonction de transfert $A_1(p)$, $A_2(p)$, $A_3(p)$ et $A_4(p)$ à partir du schéma fonctionnel.
2. A partir du schéma fonctionnel, l'expression du débit actuel peut être mise sous la forme : $D(p) = \Psi_1(p)D_c(p) - \Psi_2(p)D_f(p)$. Déterminer les expressions de $\Psi_1(p)$ et $\Psi_2(p)$.

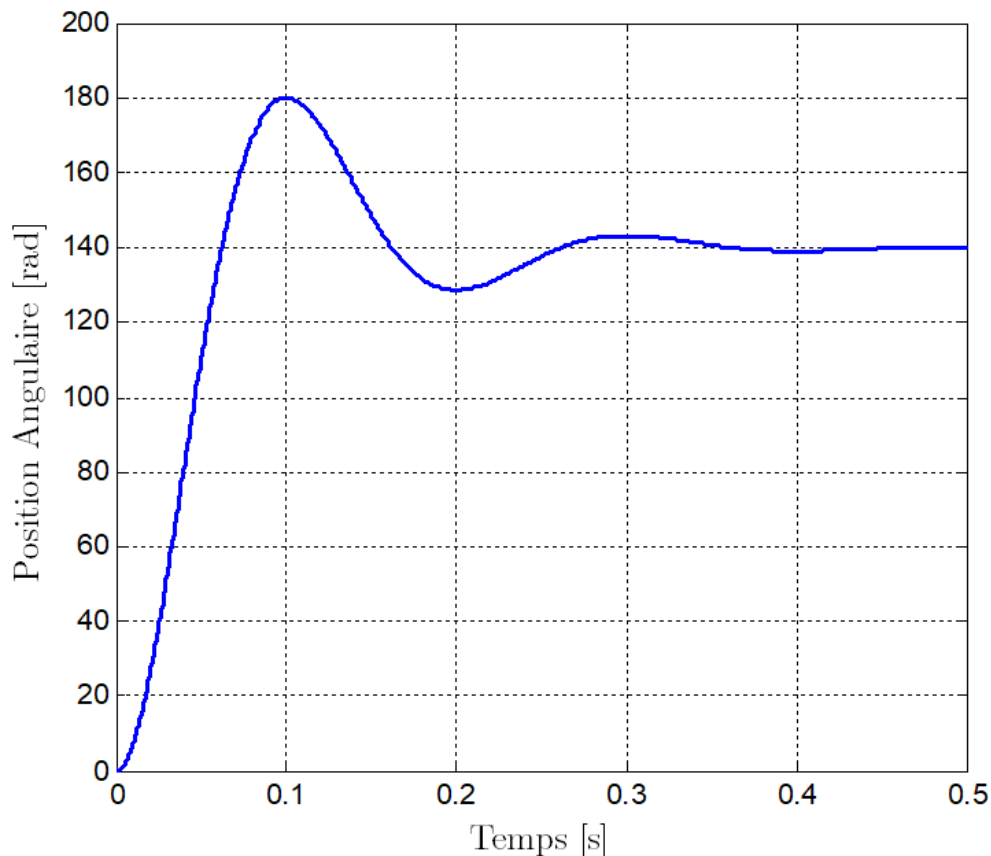


Figure 3 – Réponse indicielle du motoréducteur pour un échelon de tension d'amplitude 200V

La figure 3 présente la réponse indicielle du motoréducteur pour un échelon de tension d'amplitude 200V.

3. Proposer une forme canonique pour la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$.
4. Déterminer le gain statique (K_m), le temps de pic (t_1) et le premier dépassement en pourcentage (d_1) du motoréducteur.
5. Dédire le coefficient d'amortissement (ξ_m) et la pulsation propre non amortie (ω_m) du motoréducteur.
6. Quelle est la valeur finale $\theta(\infty)$ de la position angulaire du motoréducteur pour une tension constante de 10V ? En déduire le déplacement linéaire final $x(\infty)$.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement à la figure 2 peut être ramené au schéma équivalent ci-dessous (voir figure 4).

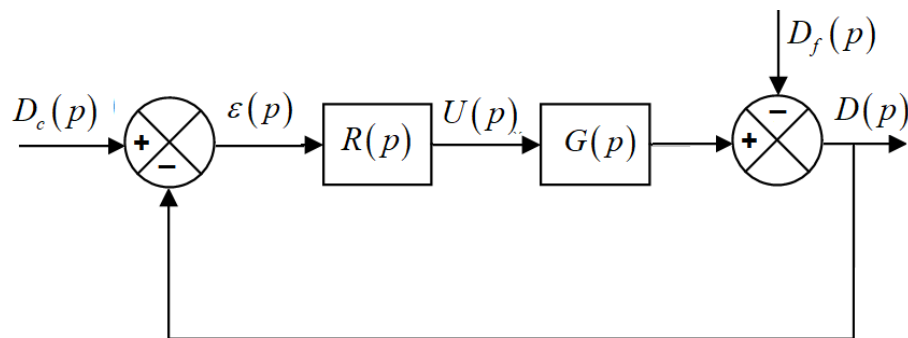


Figure 4 – Schéma fonctionnel équivalent de l'asservissement de débit.

Dans la suite, on prendra : $D_f(p) = 0$ et $G(p) = \frac{4}{p^2 + 20p + 100}$.

L'asservissement du système doit satisfaire les performances suivantes :

Performances	Valeurs souhaitées
Dépassement	Sans dépassement.
Précision	Erreur statique nulle pour une entrée en échelon.
Rapidité	Temps de réponse à $\pm 5\%$ inférieur à 1.5 s.

On considère un correcteur de type Proportionnel (P) : $R(p) = A$

7. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{D(p)}{D_c(p)}$. En déduire les expressions du gain statique (K_{BF}), du coefficient d'amortissement (ξ_{BF}) et de la pulsation propre non amortie (ω_{nBF}) en fonction de A .
8. Déterminer la valeur de A permettant d'obtenir la réponse la plus rapide. En déduire les valeurs du temps de pic (T_1), du premier dépassement en pourcentage (D_1) et du temps de réponse à $\pm 5\%$ (T_R).
9. Calculer l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = d_c(\infty) - d(\infty)$ en fonction A pour une consigne en débit $d_c(t) = 100 \text{ kg/s}$. En déduire la valeur numérique de $\varepsilon(\infty)$ pour A trouvés en question 8.
10. Ce correcteur proportionnel permet-il de satisfaire les performances souhaitées ? Justifier.

On considère maintenant un correcteur de type Intégral (I) : $R(p) = \frac{A_i}{p}$

11. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{D(p)}{D_c(p)}$.

12. Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $D_c(p)$, $R(p)$ et $G(p)$. En déduire l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$ pour une consigne en débit $d_c(t) = 100 \text{ kg/s}$.

13. Pour la valeur de $A_i = 45$, la figure 5 présente la réponse indicielle du système en boucle fermée pour une consigne en débit $d_c(t) = 100 \text{ kg/s}$. Déterminer graphiquement le temps de réponse à $\pm 5\%$ (T_R).

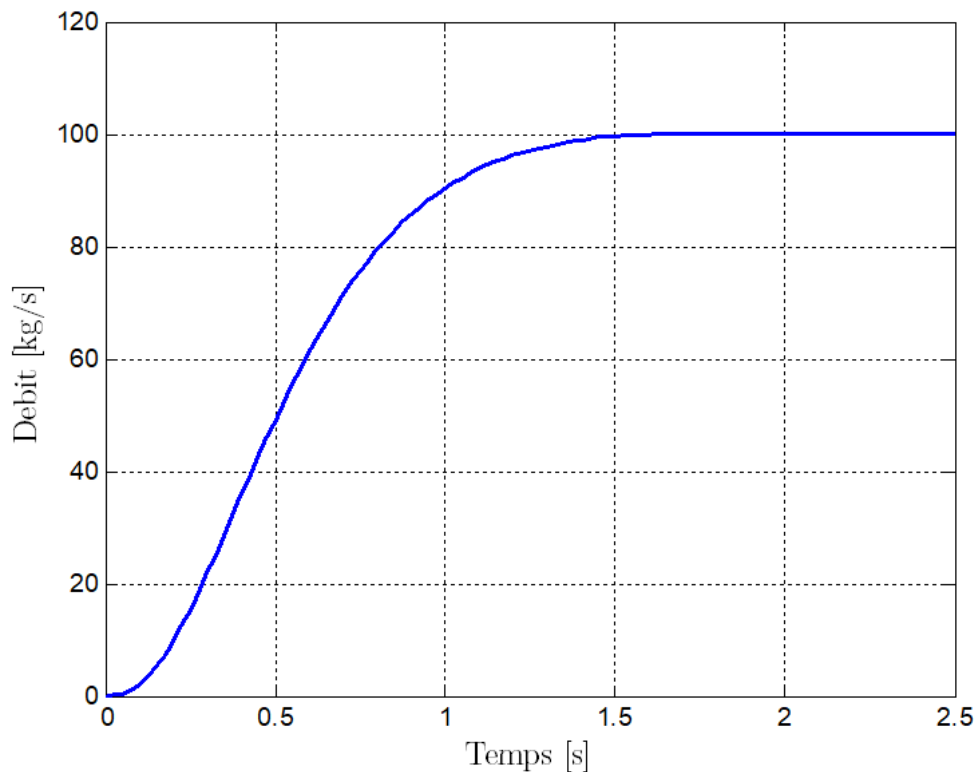


Figure 5 – Réponse indicielle du système pour un échelon de débit d'amplitude 100 kg/s.

14. Ce correcteur intégral permet-il de satisfaire les performances souhaitées ? Justifier.

<u>Correction et Barème</u>		
1.	$A_1(p) = A_4(p) = k_1; A_2(p) = k_2; A_3(p) = k_3$	0.5x4
2.	$\Psi_1(p) = \frac{D(p)}{D_c(p)} \Big _{D_f(p)=0} = \frac{k_1 k_2 k_3 R(p) H(p)}{1 + k_1 k_2 k_3 R(p) H(p)}$ $\Psi_2(p) = \frac{-D(p)}{D_f(p)} \Big _{D_c(p)=0} = \frac{1}{1 + k_1 k_2 k_3 R(p) H(p)}$	1 1
3.	La courbe présente la réponse indicielle d'un système de 2 ^{ème} ordre en régime pseudopériodique. D'où : $H(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{K_m \omega_m^2}{p^2 + 2\xi_m \omega_m p + \omega_m^2}$	0.5
4.	$K_m = \frac{\theta(\infty)}{u(\infty)} = \frac{140}{200} = 0.7 \text{ rad/V}$ $t_1 = 0.1 \text{ s}$ $d_1 = 100 \frac{\theta(t_1) - \theta(\infty)}{\theta(\infty)} = 100 \frac{180 - 140}{140} = 28.57\%$	0.5 0.5 0.5
5.	$d_1 = 100 \exp\left(\frac{-\pi \xi_m}{\sqrt{1 - \xi_m^2}}\right) = 28.57 \Rightarrow \xi_m = \sqrt{\frac{\ln^2(0.2857)}{\pi^2 + \ln^2(0.2857)}} = 0.37$ $t_1 = \frac{\pi}{\omega_m \sqrt{1 - \xi_m^2}} = 0.1 \Rightarrow \omega_m = \frac{\pi}{0.1 \sqrt{1 - \xi_m^2}} = \frac{\pi}{0.1 \sqrt{1 - 0.37^2}} = 33.81 \text{ rad/s}$	1 1
6.	$\theta(\infty) = K_m u(\infty) = 0.7 \times 10 = 7 \text{ rad}$ $x(\infty) = k_2 \theta(\infty) = 0.06 \times 7 = 0.42 \text{ m}$	0.5 0.5
7.	$H_{BF}(p) = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{\frac{4A}{p^2 + 20p + 100}}{1 + \frac{4A}{p^2 + 20p + 100}} = \frac{4A}{p^2 + 20p + 100 + 4A}$ $= \frac{K_{BF} \omega_{nBF}^2}{p^2 + 2\xi_{BF} \omega_{nBF} p + \omega_{nBF}^2}$ $\begin{cases} \omega_{nBF}^2 = 100 + 4A \\ K_{BF} \omega_{nBF}^2 = 4A \\ 2\xi_{BF} \omega_{nBF} = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{nBF} = \sqrt{100 + 4A} \\ K_{BF} = \frac{4A}{100 + 4A} \\ \xi_{BF} = \frac{10}{\sqrt{100 + 4A}} \end{cases}$	1 0.5 0.5 0.5

8.	La réponse la plus rapide est obtenue pour $\xi_{BF} = 0.7$. D'où : $\xi_{BF} = \frac{10}{\sqrt{100 + 4A}} = 0.7 \Rightarrow A = 26.02$ $T_1 = \frac{\pi}{\omega_{nBF} \sqrt{1 - \xi_{BF}^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{100 + 4 \times 26.02} \times \sqrt{1 - 0.7^2}} = 0.3 \text{ s}$ $D_1 = 100 \exp\left(\frac{-\pi \xi_{BF}}{\sqrt{1 - \xi_{BF}^2}}\right) = 4.6\%$ $T_R \simeq \frac{3}{\xi_{BF} \omega_{nBF}} = \frac{3}{0.7 \sqrt{100 + 4 \times 26.02}} = 0.3 \text{ s}$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
9.	$\varepsilon(\infty) = d_c(\infty) - d(\infty) = 100 - K_{BF} d_c(\infty) = 100 - \frac{4A}{100 + 4A} \times 100 = \frac{10^4}{100 + 4A}$ Pour $A = 26.02$, on aura : $\varepsilon(\infty) = 49$	1 0.5
10.	Les performances dépassement et précision ne sont pas respectées (il y a dépassement et erreur statique non nulle).	0.5
11.	$H_{BF}(p) = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{\frac{4A_i}{p(p^2 + 20p + 100)}}{1 + \frac{4A_i}{p(p^2 + 20p + 100)}} = \frac{4A_i}{p(p^2 + 20p + 100) + 4A_i}$	1
12.	$\varepsilon(p) = \frac{D_c(p)}{1 + R(p)G(p)}$ $\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{D_c(p)}{1 + R(p)G(p)}$ $= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + \frac{4A_i}{p(p^2 + 20p + 100)}} \times \frac{100}{p} = 0$	1 1
13.	D'après le graphique : $T_R \simeq 1.15 \text{ s}$	0.5
14.	Les performances sont toutes respectées (dépassement nul, erreur statique nulle et temps de réponse inférieur à 1.5s).	0.5