

T.D. N°1

Exercice n° 1.

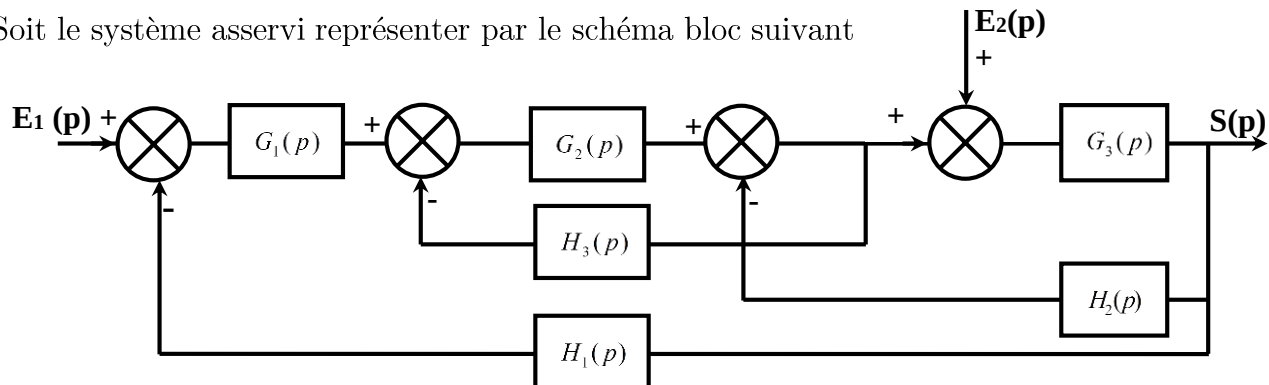
En utilisant la transformée de Laplace, faire la résolution des équations différentielles suivantes :

a. $s''(t) - s'(t) - 6s(t) = 2u(t)$ avec $s'(0) = 0$, $s(0) = 1$ où l'entrée est une impulsion de Dirac.

b. $x'(t) - x(t) = f(t)$ avec $f(t) = a$ pour $t \in [0, T]$ sinon $f(t) = 0$

Exercice n° 2.

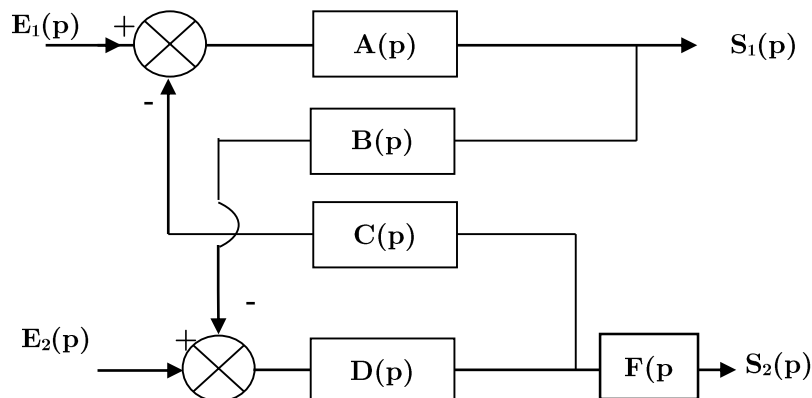
Soit le système asservi représenté par le schéma bloc suivant



1. En prenant $E_2(p) = 0$, représenter le nouveau schéma bloc et calculer la fonction $A_1(p) = \left. \frac{S(p)}{E_1(p)} \right|_{E_2(p)=0}$
2. En prenant $E_1(p) = 0$, représenter le nouveau schéma bloc et calculer la fonction $A_2(p) = \left. \frac{S(p)}{E_2(p)} \right|_{E_1(p)=0}$
3. Exprimer le signal de sortie $S(p)$ en fonction de $A_1(p)$, $A_2(p)$, $E_1(p)$ et $E_2(p)$.

Exercice n° 3.

Le schéma fonctionnel suivant, est un exemple d'un système à plusieurs entrées et plusieurs sorties.



Exprimer les sorties $S_1(p)$, $S_2(p)$ en fonction des entrées $E_1(p)$ et $E_2(p)$.

Exercice n° 4.

Un dispositif de suspension hydraulique simplifiée est régi par les équations temporelles suivantes :

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = z(t) - y_r(t) + f_s(t) \quad (1) \quad z(t) = K_r (x(t) - y(t)) \quad (2)$$

$$y_r(t) = f \frac{dy(t)}{dt} \quad (3) \quad q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} \quad (4)$$

$$q(t) = K_d (y_c(t) - y(t)) \quad (5)$$

$q(t)$: débit d'huile envoyé vers le vérin;

$x(t)$: position de la tige du vérin;

$y_c(t)$: position désirée de la roue;

$y(t)$: position actuelle de la roue;

$y_r(t)$: frottement visqueux;

$z(t)$: translation verticale;

$f_s(t)$: perturbation provoquée par les inégalités du sol;

m : masse de l'ensemble (roue + axe);

K_r : raideur du ressort de l'amortisseur;

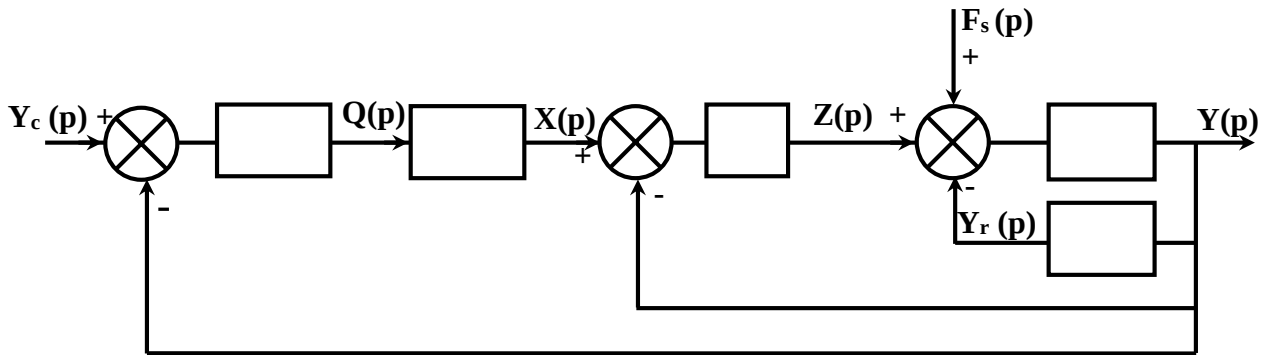
f : constante de l'amortisseur;

S : section du vérin hydraulique;

K_d : gain de l'amplificateur de pression du vérin.

On considère que jusqu'à l'instant $t = 0$, le système est au repos et qu'il quitte cet état à l'instant $t = 0$. On pose : $X(p)$, $Y(p)$, $Y_c(p)$, $Q(p)$, $Z(p)$ et $F_s(p)$ les transformées de Laplace respectifs de $x(t)$, $y(t)$, $y_c(t)$, $q(t)$, $z(t)$ et $f_s(t)$.

1. Ecrire les équations (1), (2), (3), (4) et (5) dans le domaine de Laplace.
2. Compléter le schéma bloc de la figure suivante à partir des équations précédentes.



$$3. \text{ Calculer la fonction de transfert } H_1(p) = \left. \frac{Y(p)}{Y_c(p)} \right|_{F_s(p)=0}.$$

$$4. \text{ Calculer la fonction de transfert } H_2(p) = \left. \frac{Y(p)}{F_s(p)} \right|_{Y_c(p)=0}.$$

5. Exprimer $Y(p)$ en fonction de $Y_c(p)$ et de $F_s(p)$.

Pour la suite de l'exercice, on considère que m est négligeable ($m \approx 0$) et que $F_s(p) = 0$.

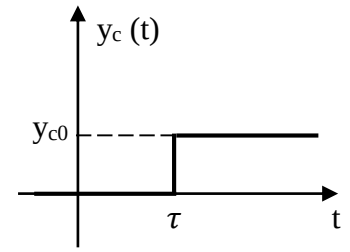
6. Donner la nouvelle expression de $H_1(p)$. Déduire l'ordre ' n ', la classe ' α ' et le gain statique ' K '.

7. On applique à l'entrée du système asservi une consigne de la forme suivante :

7.1. Donner l'expression de $y_c(t)$. Calculer sa transformée de Laplace.

7.2. Déterminer l'expression de la sortie $y(t)$ en sachant que la fonction de transfert $H_1(p)$ peut être notée sous la forme suivante :

$$H_1(p) = \frac{1}{(p - p_1)(p - p_2)}.$$



Exercice n° 5. Modélisation du moteur électrique à courant continu :

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1) \quad c_m(t) = k_i i(t) \quad (2)$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t) \quad (3) \quad c_m(t) - c_r(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

1. En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace, puis donner le schéma bloc du moteur en prenant $U(p)$ comme entrée et $\Omega_m(p)$ comme sortie.

La figure suivante représente le schéma-bloc fonctionnel associé à la modélisation de l'asservissement en vitesse du mélangeur.

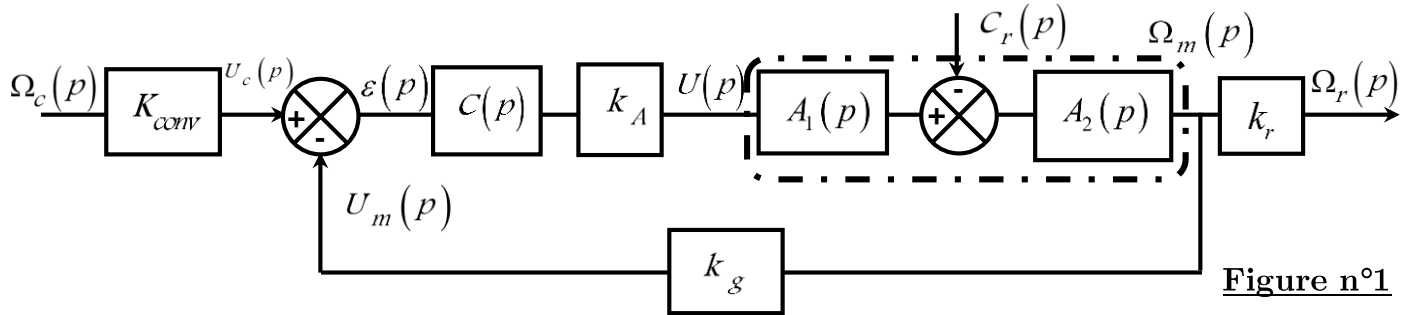


Figure n°1

Blocs	Fonctions de transfert	$\begin{cases} A_1(p) = \frac{K_1}{(1 + \tau \cdot p)} \\ A_2(p) = \frac{K_2(1 + \tau \cdot p)}{\left(\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + 1 \right)} \end{cases}$
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)	
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)	
Amplificateur	$k_A = 5$ (sans unité)	
Génératrice tachymétrique	$k_g = 2 \times 10^{-3} V / (rad / s)$	
Réducteur (poulies-courroies)	$k_r = 0,2$	

2. Déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$ et $A_2(p)$ en fonction de R , L , k_e , k_i et J_{eq} .
Déduire les expressions des gains statiques K_1 et K_2 , de la constante du temps τ , du facteur d'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_n .
3. Quelle doit être la fonction de transfert K_{conv} du convertisseur de consigne si l'on veut que l'erreur ϵ , en régime permanent, soit nulle, quand la vitesse $\omega_r(t)$ est égale à la vitesse de consigne $\omega_c(t)$
Le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante :

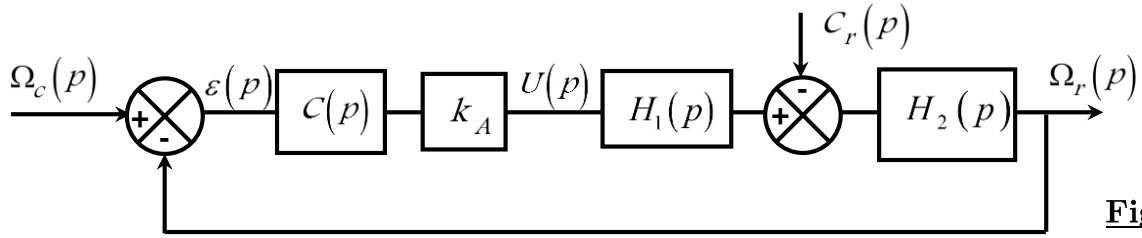


Figure n°2

4. Déterminer les expressions des fonctions de transferts : $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

Exercice n° 6. Modèle d'asservissement d'inclinaison

Afin de limiter les calculs, le modèle retenu pour l'étude de l'inclinaison du siège est le modèle donné par l'équation suivante :

$$J_e \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) + R_u \cdot \frac{r \cdot p_a}{2 \cdot \pi \cdot b} \cdot M_u \cdot \mathcal{G} \cdot (\theta(t) + \alpha(t)) \quad (1)$$

À partir de l'équation précédente, on construit le schéma bloc de la figure suivante :

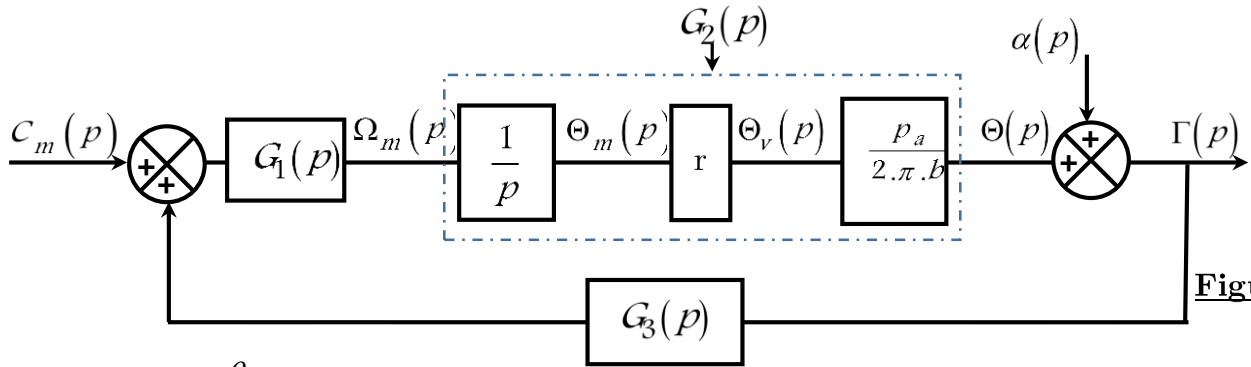


Figure n°1

Avec : $r = \frac{\omega_v}{\omega_m} = \frac{\theta_v}{\theta_m}$: rapport de réduction du réducteur, p_a : pas de la vis, J_e : moment d'inertie

l'ensemble **S**, M_u : masse du siège et du passager, b et g : des constantes, et toutes les autres masses et inerties sont négligées.

La commande des vérins électriques d'inclinaison du siège et de basculement du train avant et du train arrière est réalisée à l'aide d'un moteur à courant continu. On rappelle les équations caractéristiques du moteur à courant continu :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (2) \quad e(t) = K_e \omega_m(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_t i(t) \quad (4)$$

Avec : L : inductance de l'induit, R : résistance de l'induit, K_e : coefficient de force contre-électromotrice et K_t : coefficient du couple,

Le schéma bloc de la figure suivante, décrit le pilotage du système d'inclinaison par le moteur à courant continu.

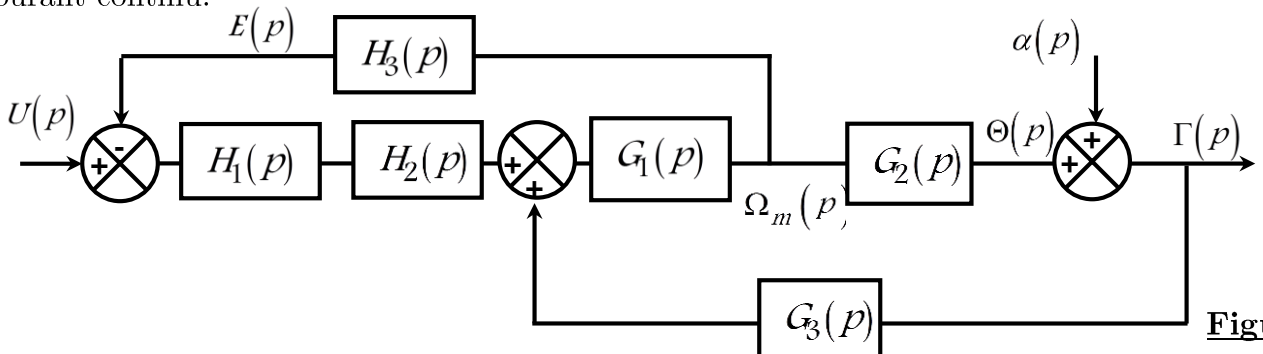
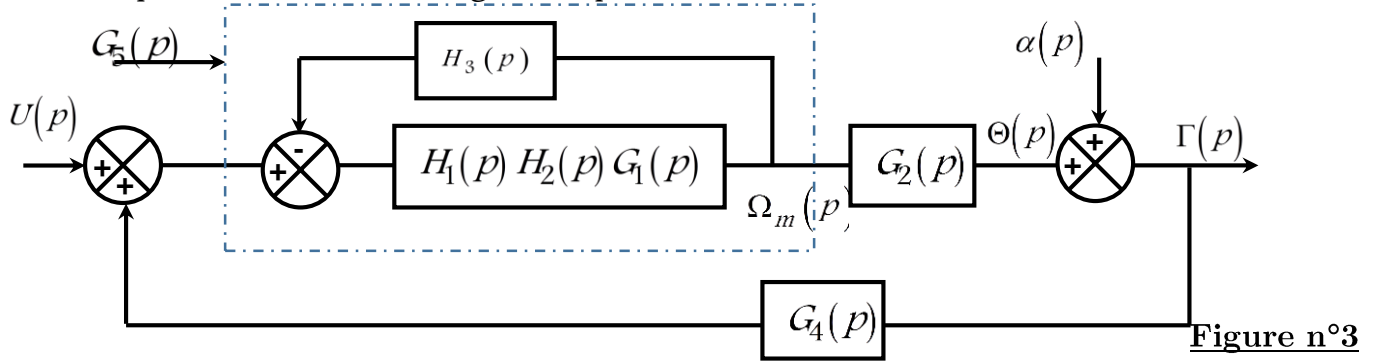


Figure n°2

1. À partir de l'équation (1), déterminer les expressions des fonctions $G_1(p)$ et $G_3(p)$.
2. En se basant sur le schéma bloc de la figure n°1, donner l'expression de la fonction $G_2(p)$.
3. À partir des équations caractéristiques du moteur, déterminer les expressions des fonctions $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$ représentées dans le schéma bloc de la figure n°2.
4. Montrer que le schéma bloc de la figure n°2 peut être donné sous la forme suivante.



Compte tenu des différentes dimensions, des caractéristiques du moteur et de diverses simplifications, nous admettrons, pour la suite, que les blocs : $H_1(p)$, $H_2(p)$, $G_1(p)$, $G_2(p)$ et $G_3(p)$ deviennent

$H_1(p).H_2(p) = K_1 = \frac{1}{2}$		$H_3(p) = K_2 = 1,5$
$G_1(p) = \frac{1}{30.p}$	$G_2(p) = \frac{3,8.10^{-3}}{p}$	$G_3(p) = K_3 = 2,3$

5. Donner alors l'expression de la fonction de transfert $G_4(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $G_3(p)$ puis en fonction de K_1 et K_3 .
6. Donner l'expression de la fonction de transfert $G_5(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $G_1(p)$ puis en fonction de K_1 , K_2 et $G_1(p)$.
7. Calculer les fonctions de transfert $T_1(p)$ et $T_2(p)$ en fonction de $G_1(p)$, $G_2(p)$, K_1 , K_2 et K_3 permettant d'écrire : $\Gamma(p) = T_1(p).U(p) + T_2(p).\alpha(p)$.