

T.D. N°2

Exercice n° 1 :

Soit les fonctions de transfert $H_1(p) = \frac{3}{p^2 + 2}$ et $H_2(p) = \frac{3}{p^2 + 3p + 1}$

1. Déterminer m , ω_0 et k pour chaque fonction.
2. Calculer et représenter $s(t)$ pour $e(t) = 2u(t)$ dans chaque cas.

Exercice n° 2 :

On considère un système régi par l'équation différentielle : $\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 3 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + 2s(t) = e(t)$

1. Calculer la fonction de transfert correspondante notée par $H(p)$.
2. Calculer les pôles de $H(p)$. Déduire le régime correspondant à ce système.
3. Identifier le gain statique K_s , la pulsation propre non amortie ω_0 et le coefficient d'amortissement ξ .
4. En appliquant une entrée rampe de pente unitaire, calculer $s(0)$ et $s(\infty)$.
5. Calculer la réponse de ce système suite à cette rampe unitaire.

Exercice n° 3 :

On désire étudier différentes stratégies de commande pour un système dynamique modélisé par une fonction de transfert $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$ avec $y(t)$ la sortie du système dynamique et $u(t)$ l'entrée de commande.

1. *Etude préliminaire*

Une étude préliminaire du système dynamique en boucle ouverte nous permet d'obtenir la réponse du système à une entrée indicielle unitaire (voir la Figure n°1).

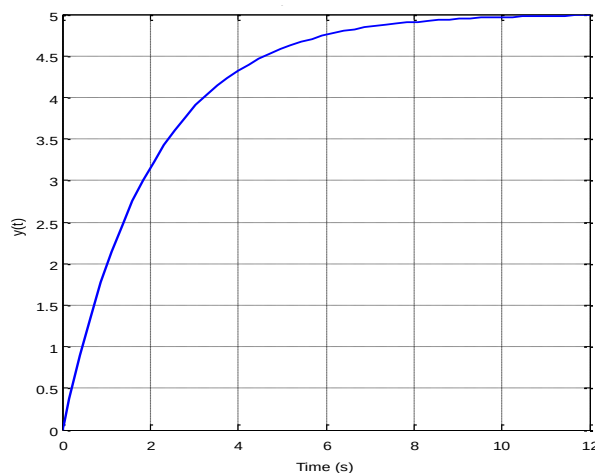


Fig. n° 1. Réponse indicielle

- 1.1. Déduire les paramètres canoniques du modèle.
- 1.2. En déduire la fonction de transfert $G(p)$ représentant le système.
- 1.3. Calculer la réponse indicielle correspondante au tracé de la Figure n  1.

2. Etude en boucle ouverte

On considère une première stratégie de commande représentée par la Figure n  2 :

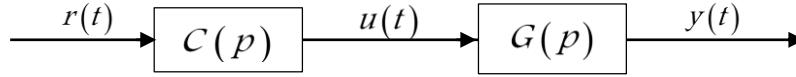


Fig. n   2. *Stratégie de commande n  1*

Où $u(t)$ est le signal de commande et $r(t)$ est la consigne.

On prend : $G(p) = \frac{5}{1+2p}$ et $C(p) = \frac{1+2p}{5(1+p)(1+10p)}$

- 2.1. Calculer la fonction de transfert : $F(p) = \frac{Y(p)}{R(p)}$
- 2.2. Quel est le type du régime ? Donner les caractéristiques canoniques de $F(p)$.
- 2.3. Préciser le temps de réponse et la valeur finale de la réponse indicielle unitaire $y(t)$.
- 2.4. Calculer la réponse indicielle unitaire $y(t)$ lorsque le système est initialement au repos.

3. Etude en boucle fermée unitaire : On considère le système sans perturbation exogène. La stratégie de commande correspond désormais au schéma bloc de la Figure n  3.

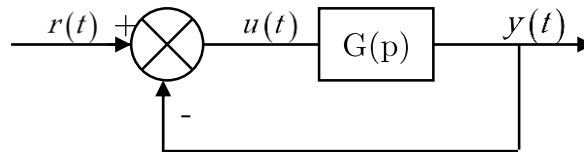


Fig. n   3. *Stratégie de commande n  2 : fonctionnement nominal*

- 3.1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p)$.
- 3.2. Tracer l'allure de la réponse indicielle.

On considère maintenant que le système asservi est perturbé par une entrée $\omega_y(t)$, comme le montre le schéma bloc de la Figure n  4.

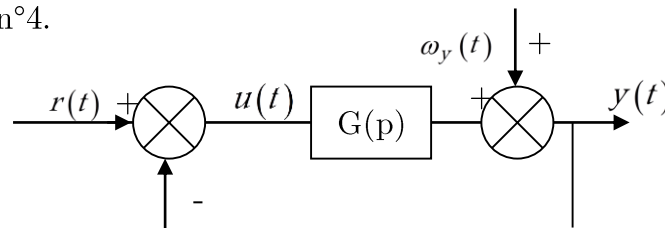


Fig. n   4. *Présence d'une perturbation additive sur la sortie du procédé*

- 3.3. Calculer $Y(p)$ en fonction des deux entrées $R(p)$ et $\Omega_y(p)$.
- 3.4. Indiquer ce que devient le régime permanent de $y(t)$, lorsque $\omega_y(t)$ est un échelon d'amplitude constante ω_0 .

Exercice n°4

On étudie l'asservissement de position angulaire d'une antenne parabolique.

Le fonctionnement de ce système s'effectue à partir d'un bloc de commande, en actionnant le moteur électrique. Ce moteur développe un couple moteur permettant la rotation de l'antenne parabolique. Le schéma bloc simplifié du système considéré est donné par la figure suivante :

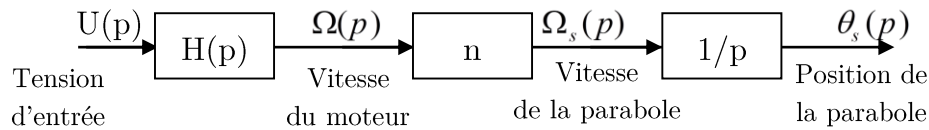


Fig. n° 5. Schéma bloc simplifié du système

Le moteur à courant continu considéré est commandé par l'induit. Il est alimenté par une tension u et parcouru par un courant i . le fonctionnement de ce moteur est modélisé par les équations suivantes :

Equations électriques :

$$\begin{cases} u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} \\ e(t) = k_1.\omega(t) \end{cases}$$

L : Inductance de l'induit

R : Résistance de l'induit

k_1 : Coefficient de la force électromotrice du moteur.

Equations mécaniques :

$$c_m(t) = n.c_r(t) + f.\omega(t) + J.\frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$c_m(t) = k_2.i(t) \text{ où } k_2 \text{ est le coefficient du couple du moteur}$$

$$J = J_m + n^2.J_c \quad : \text{inerties de l'ensemble moteur et parabole}$$

$$f = f_m + n^2.f_c \quad : \text{frottements visqueux de l'ensemble}$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$\omega_s(t) = \frac{d\theta_s(t)}{dt}$$

$$\frac{\theta_s}{\theta} = n \quad : \text{rapport de réduction du réducteur}$$

Valeurs numériques :

$R=0.01\Omega$; $L=4.10^{-1}H$; $k_1=0.02V/rd.s^{-1}$; $k_2=0.03N.m/A$; $f_m=1.10^{-2}N.m/rd.s^{-1}$; $f_c=1N.m/rd.s^{-1}$; $J_c=0.1kg.m^2$; $J_m=1.10^{-3}kg.m^2$; $n=0.1$;

1. Calculer les valeurs du moment d'inertie J et du coefficient de frottement visqueux f .

2. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, on demande d'écrire les équations électriques et mécaniques de celui-ci dans le domaine symbolique de Laplace.

3. Compléter le schéma fonctionnel équivalent du moteur représenté sur la figure n° 6.

$U(p)$ est l'entrée, $C_r(p)$ est la perturbation et $\Omega(p)$ est la sortie du système.

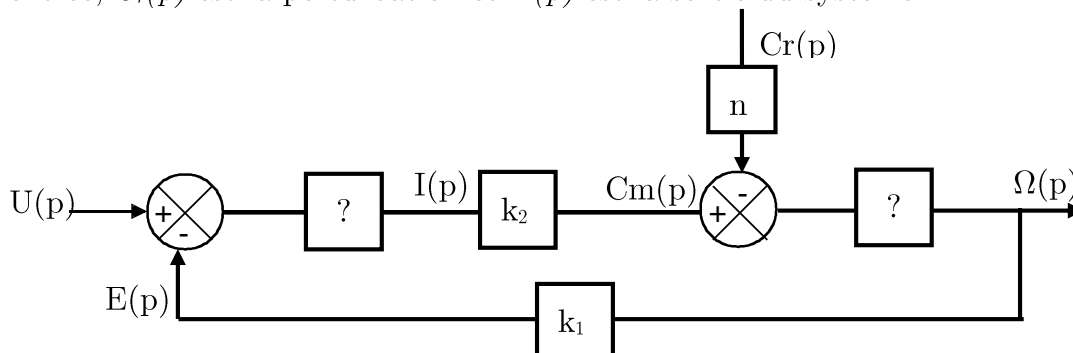


Fig. n° 6. Schéma fonctionnel équivalent du moteur

4. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$. Ecrire $H_1(p)$ sous sa forme canonique et en déduire sa valeur numérique.
5. Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{C_r(p)}$.
6. Déterminer l'expression de la sortie $\Omega(p)$ en fonction des entrées $U(p)$ et $C_r(p)$.

Dans tout ce qui suit, on suppose que le couple résistant c_r est nul ($c_r=0$).

7. Déterminer l'ordre et le gain statique de $H_1(p)$.

Supposons que la fonction de transfert $H_1(p)$ est décrite par : $H_1(p) = \frac{37.5}{p^2 + 10.1p + 1}$

8. Déterminer les valeurs du coefficient d'amortissement, qu'on notera ξ , et de la pulsation propre non amortie, qu'on notera ω_0 . Donner une conclusion.
9. Donner (sans calcul) l'allure de la courbe de réponse temporelle de ce moteur $\omega(t)$ s'il est soumis à un échelon de tension d'amplitude $U = 24V$. Préciser la valeur finale de ω .

Un asservissement de position est réalisé suivant le schéma ci-dessous où G est un correcteur :

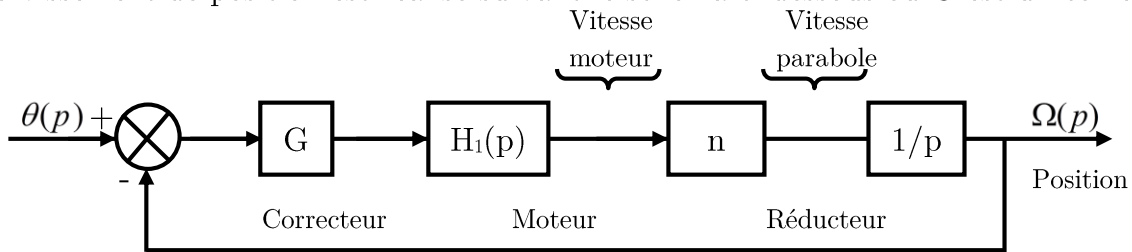


Fig. n° 7. Schéma fonctionnel du système asservi

10. Pour $G=0.2$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_c(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta(p)}$, en déduire sa valeur numérique.
11. Déterminer la valeur finale $\theta(\infty)$ pour un échelon $\theta(t) = 35^\circ$. Conclure.
12. Pour $G=0.03$ et un échelon $\theta(t) = 25^\circ$, la courbe de réponse temporelle est représentée sur la figure 8, déterminer, graphiquement, la valeur du dépassement en %, le temps du premier dépassement, la pseudo période et le temps de réponse à 5% de la valeur finale.

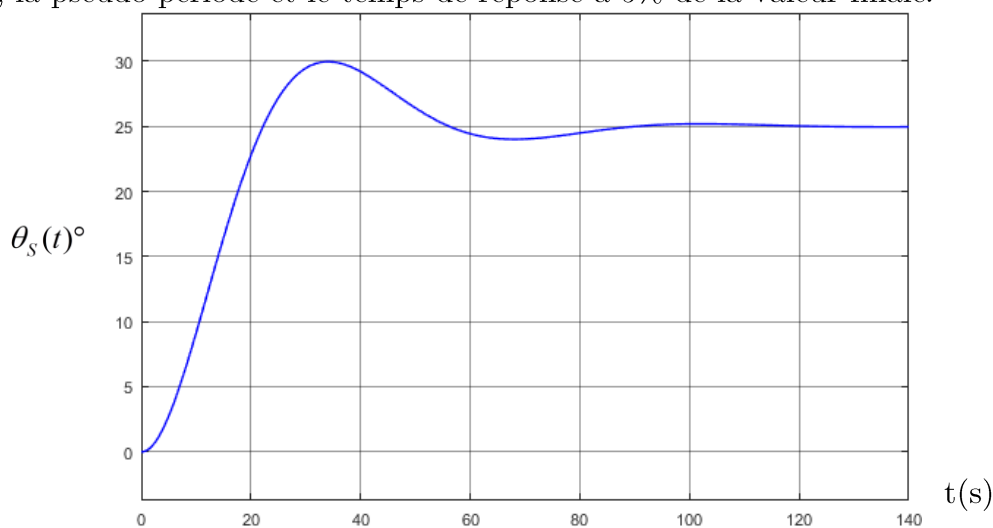


Fig. n° 8. Courbe de réponse temporelle pour un échelon $\theta(t) = 25^\circ$

Exercice n° 5 : Etude du système d'élévation du siège d'un fauteuil

On s'intéresse dans cette partie à un système d'élévation du siège d'un fauteuil constitué par : Un moteur à courant continu (M), un système vis-écrou et des leviers articulés.

Le déplacement vertical du siège à une hauteur voulue est assuré par le moteur **M** qui actionne un système de transformation de mouvement formé par le système vis-écrou et le système de leviers.

Un modèle mathématique simplifié de ce moteur à courant continu (fonctionnant à flux constant) peut être donné par les équations électriques et mécaniques suivantes :

$$(1) \quad u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e(t)$$

$$(2) \quad e(t) = k_{\Omega} \Omega(t)$$

$$(3) \quad C_m(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f\Omega(t)$$

$$(4) \quad C_m(t) = k_i i(t)$$

$$(5) \quad \Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, calculer la transformée de Laplace des équations (de 1 à 5) du modèle du moteur.
2. En considérant $U(p) = L(u(t))$ comme entrée et $\theta(p) = L(\theta(t))$ comme sortie, compléter le schéma fonctionnel équivalent du moteur représenté sur la Figure n°9.

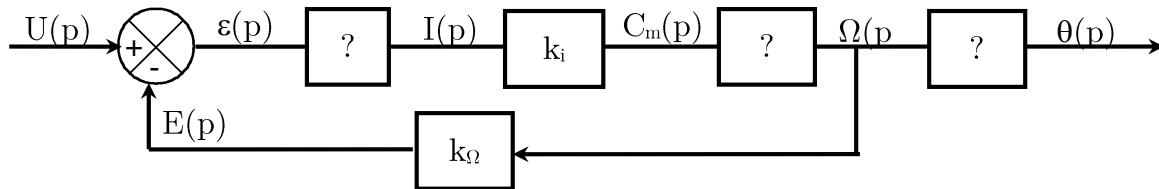


Fig. n° 9. Schéma fonctionnel équivalent du moteur

3. Dédurre l'expression de la fonction de transfert du moteur $G(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$.

Dans toute la suite, l'inductance **L** sera négligée ($L = 0$).

4. Vérifier que la fonction de transfert du moteur s'écrit alors :

$$G(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{k_i}{p((Rf + k_i k_{\Omega}) + RJp)}$$

Afin d'assurer un confort pour l'utilisateur du fauteuil, un dispositif de commande permettant le réglage automatique de la position verticale du siège ($z(t)$) est utilisé et représenté la figure n° 10.

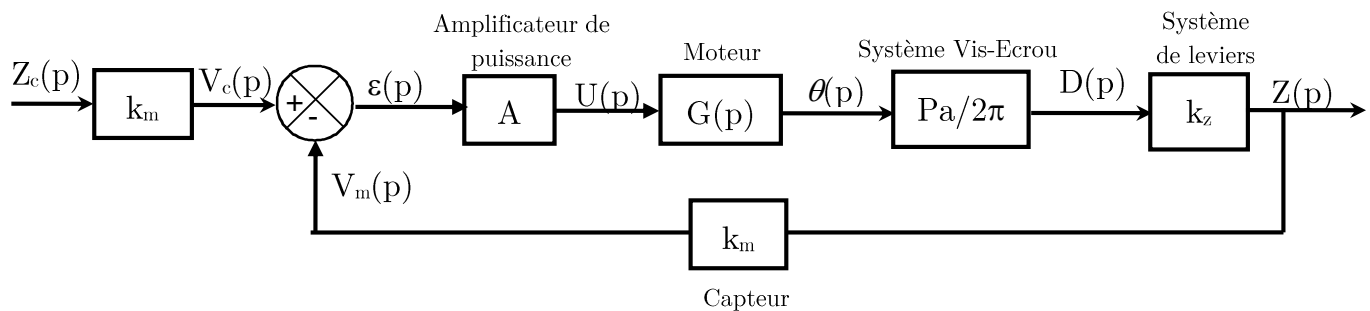


Fig. n° 10. Schéma fonctionnel du système de commande

- Avec :
- $z_c(t)$: est la hauteur du siège désirée (consigne),
 - $z(t)$: désigne la position verticale courante du siège (hauteur),
 - $v_c(t)$ et $v_m(t)$ sont les tensions images des hauteurs $z_c(t)$ et $z(t)$ du siège,
 - $v_c(t) = k_m z_c(t)$ et $v_m(t) = k_m z(t)$, k_m étant le gain du capteur,

- A : est le gain de l'amplificateur de puissance ($A > 0$),
- $G(p)$: est la fonction de transfert du moteur,
- P_a : est le pas de la vis.
- Le déplacement de l'écrou du système vis-écrou est noté $d(t)$.

La transformation du déplacement $d(t)$ de l'écrou en un déplacement vertical $z(t)$ du siège est supposé linéaire, donnée par : $z(t) = k_z d(t)$ où k_z est une constante.

Le signal d'erreur $\varepsilon(t) = v_c(t) - v_m(t)$ est amplifié par l'amplificateur de puissance en vue d'alimenter le moteur $\mathbf{M}$ qui est commandé par l'induit sous la tension $u(t)$.

5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système asservi $H(p) = \frac{Z(p)}{Z_c(p)}$. Montrer que

$H(p)$ est du deuxième ordre et mettez la sous la forme canonique. Dédurre alors les expressions du gain statique k_s , de la pulsation propre non amortie ω_n et du facteur d'amortissement ξ .

6. La réponse indicielle unitaire $z(t)$, en boucle fermée, est donnée par la Figure n° 11.

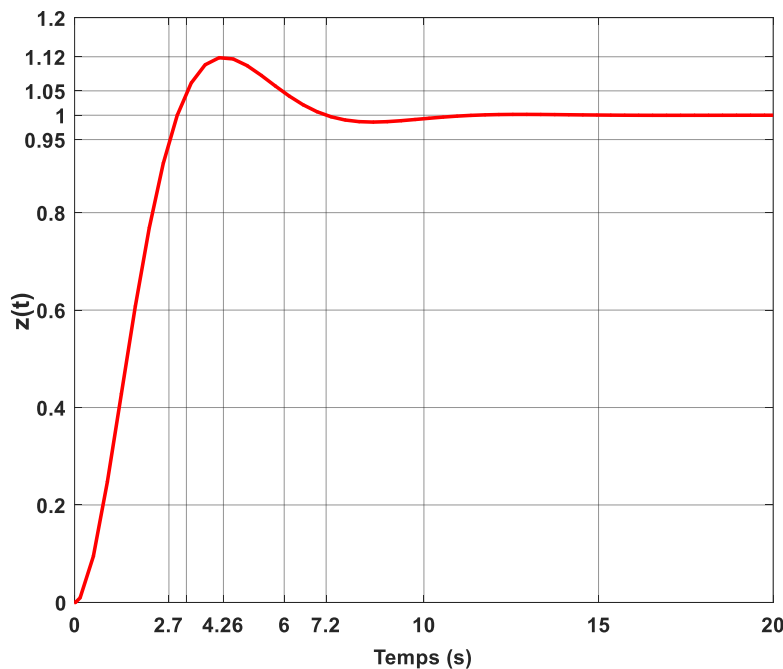


Fig. n° 11. Réponse indicielle unitaire en boucle fermée

- 6.1. Déterminer graphiquement les valeurs du premier dépassement (D_1) en %, du temps du pic correspondant (t_1) et du temps de réponse à 5% de la valeur finale ($t_{R5\%}$).
- 6.2. Dédurre les valeurs numériques de k_s , ξ et ω_n .
- 6.3. Donner alors l'expression numérique de $H(p)$.