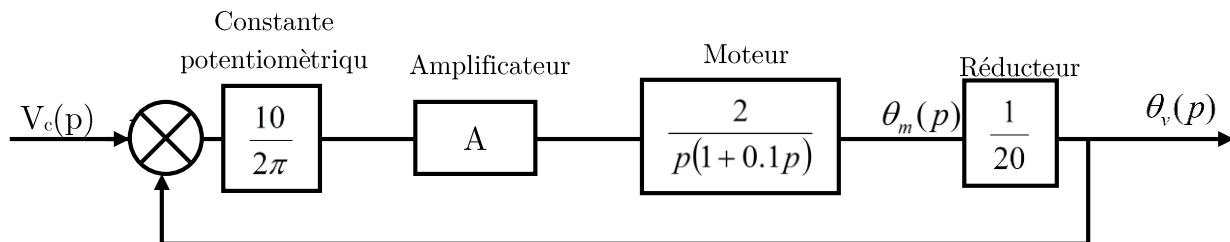


T.D. N°3

Exercice n°1 :

Le schéma fonctionnel du système d'asservissement de position angulaire est le suivant :



1. Montrer que la FTBF du système est du deuxième ordre. Dédire le facteur d'amortissement ξ et la pulsation propre non amortie ω_0 correspondantes.
2. Calculer le gain A de l'amplificateur pour que le facteur de surtension du système bouclé en régime harmonique soit de $Q_{db}=2.3dB$. En déduire alors la pulsation de résonance ω_r ainsi que la pulsation ω_c à $-3dB$.
3. Avec la valeur de A précédente, déterminer l'instant et l'amplitude du premier dépassement de la réponse indicielle.

Exercice n°2 :

Un relevé expérimental d'un système en boucle ouverte a donné le diagramme de bode de la figure n°2.

Sachant que la fonction de transfert en boucle ouverte est de la forme :

$$FTBO(p) = \frac{G_0}{(1 + \tau_1 \cdot p) \cdot (1 + \tau_2 \cdot p)}$$

1. Déterminer les trois constantes G_0 , τ_1 et τ_2 .
2. Déterminer, par lecture directe, la marge de phase $M\phi$ du système.
3. Déterminer en utilisant le lieu de bode, par quel gain G_1 faut-il multiplier le gain G_0 pour avoir une $M\phi=45^\circ$.
4. Confirmer la valeur de G_1 par calcul.
5. Exprimer la bande passante, à 0db, ayant un gain $(G_1 G_0)$.

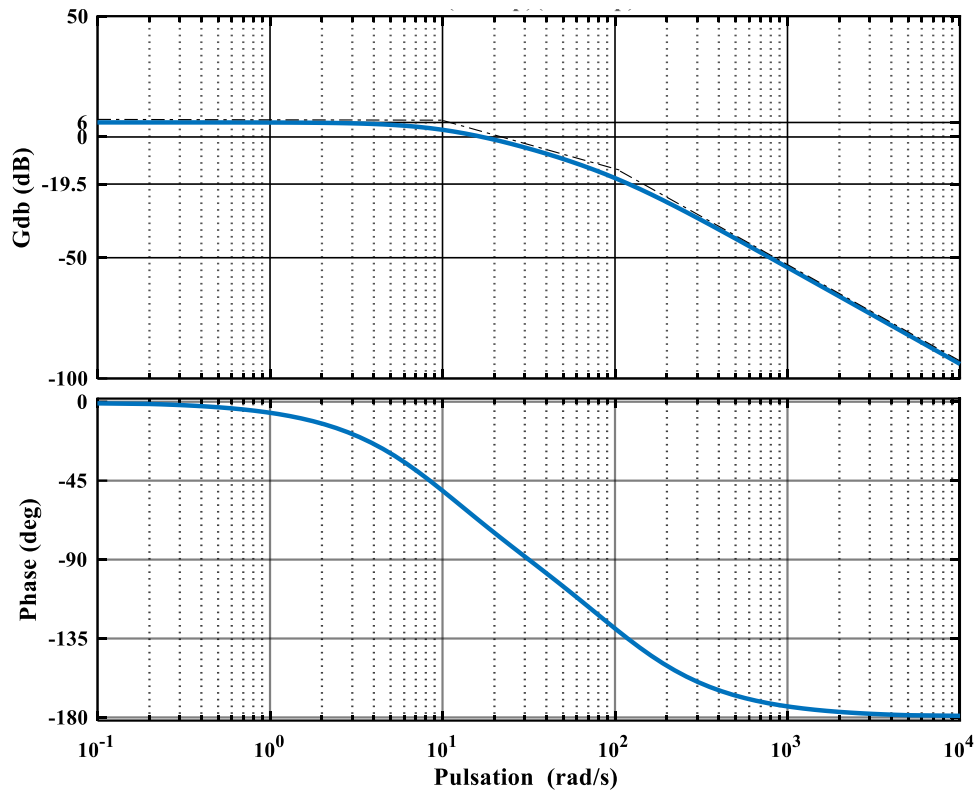


Figure n°2: Diagramme de bode de la FTBO(p)

Exercice n°3 :

1. Soit un système bouclé à retour unitaire dont la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$H(p) = \frac{G}{(1+p)(1+0.125p)}$$

Pour $G=1$, le diagramme de bode de $H(p)$ est donné par la figure n°3.

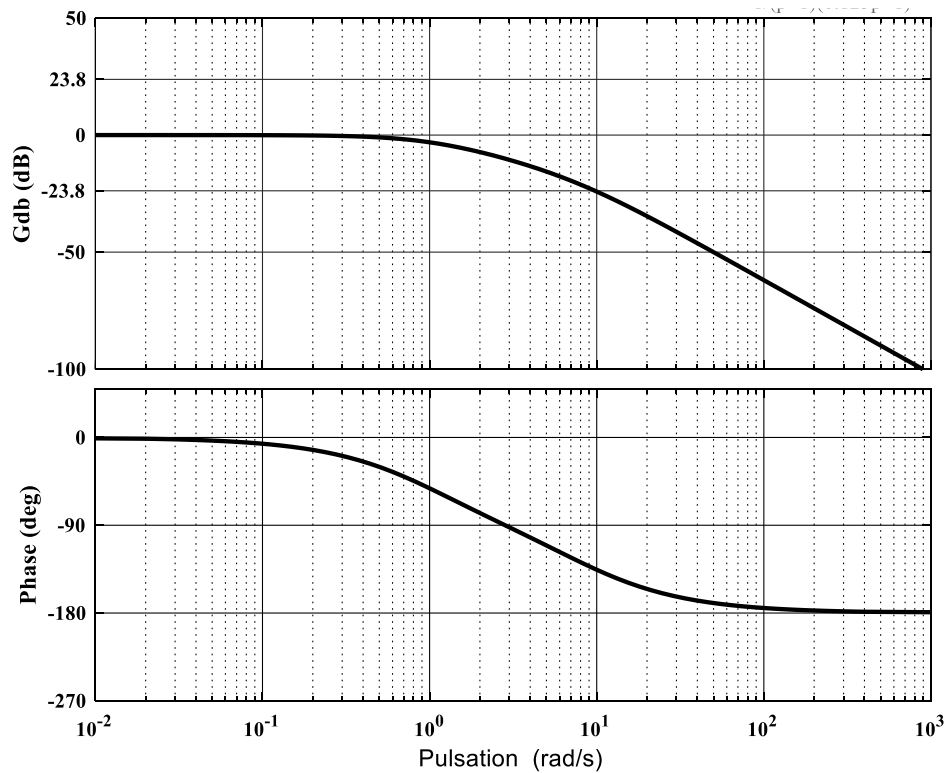
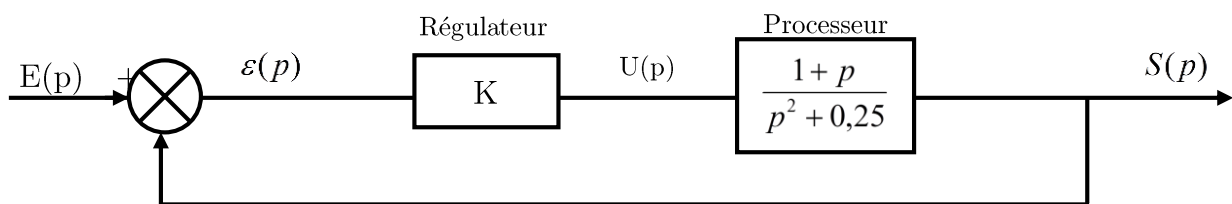


Figure n°3: Diagramme de bode de $H(p)$

- 1.1. Placer la pulsation propre non amortie ω_0 ainsi que les deux pulsations de coupure ω_1 et ω_2 .
- 1.2. Déterminer graphiquement la valeur G_1 du gain G qui correspond à une marge de phase de 45° .
- 1.3. Donner le nouveau lieu de bode.
- 1.4. Calculer l'erreur statique de position unitaire du système corrigé par G_1 .
2. On veut annuler l'erreur statique de position du système (réglé avec le gain G_1) à l'aide d'un correcteur de fonction de transfert donnée par : $C(p) = \frac{1+\tau.p}{\tau.p}$.
 - 2.1. Quel est le type de ce correcteur ? Tracer l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur.
 - 2.2. **Première méthode** : on place ce correcteur pour maintenir une marge de phase de 40° . Déterminer τ et tracer le nouveau lieu de Bode du système corrigé.
 - 2.3. **Deuxième méthode** : on place ce correcteur sur la première pulsation de coupure du système (compensation de pôle). Calculer G_2 pour obtenir une marge de phase de 45° . Tracer le nouveau diagramme de Bode du système corrigé. Comparer les deux méthodes.

Exercice n°4 :

On désire étudier l'asservissement ci-dessous :



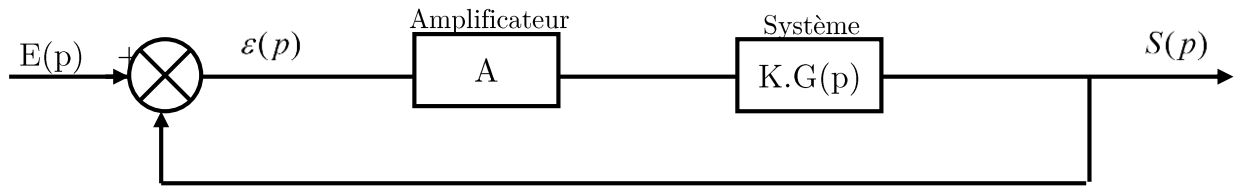
1. Déterminer les valeurs de K pour lesquelles le système asservi est stable.
2. Calculer la valeur de K pour que la réponse indicielle du système bouclé soit apériodique est la plus rapide possible. En déduire alors l'écart statique de position unitaire.
3. Pour annuler cet écart statique, on adopte un nouveau régulateur du type P.I. défini par :

$$\frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = k \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) \quad \text{avec} \quad T_i = 0.5s$$

- 3.1. Trouver les nouvelles valeurs de K pour lesquelles l'asservissement est stable.
- 3.2. Déterminer la plus faible valeur de K pour laquelle la réponse transitoire du système asservi soit oscillante. En déduire l'erreur statique de position unitaire, puis l'erreur statique de vitesse de pente unitaire.

Exercice n°6 :

Un asservissement est réalisé suivant le schéma ci-dessous où A est un amplificateur de gain réglable.



Avec : $k.G(p) = 0,5 \cdot \frac{1 + 0,1 \cdot p}{p(1 + 2 \cdot p)}$

1. Déterminer par le critère algébrique de Routh les valeurs de A pour lesquelles le système asservi est stable.
2. Pour quelle valeur de A la surtension de la fonction de transfert en boucle fermée sera-t-elle de 1,3db ? Quelles sont la pulsation de résonance et la bande passante à -3dB.
3. Avec la valeur de A déterminée précédemment, calculer l'erreur statique de position unitaire et l'erreur statique de vitesse de pente unitaire.

Concours 2026. Commande du moteur d'entraînement du tapis Tp1

L'objectif de cette partie est d'asservir la vitesse linéaire du tapis Tp1, afin de garantir une bonne fermeture des sacs remplis par couture.

1. Présentation

La translation du tapis Tp1 est obtenue à l'aide d'un moteur électrique (Mc) qui entraîne en rotation à travers un réducteur à poulies-courroie, le tambour qui déplace le tapis. La figure c2 présente le système d'entraînement du tapis Tp1.

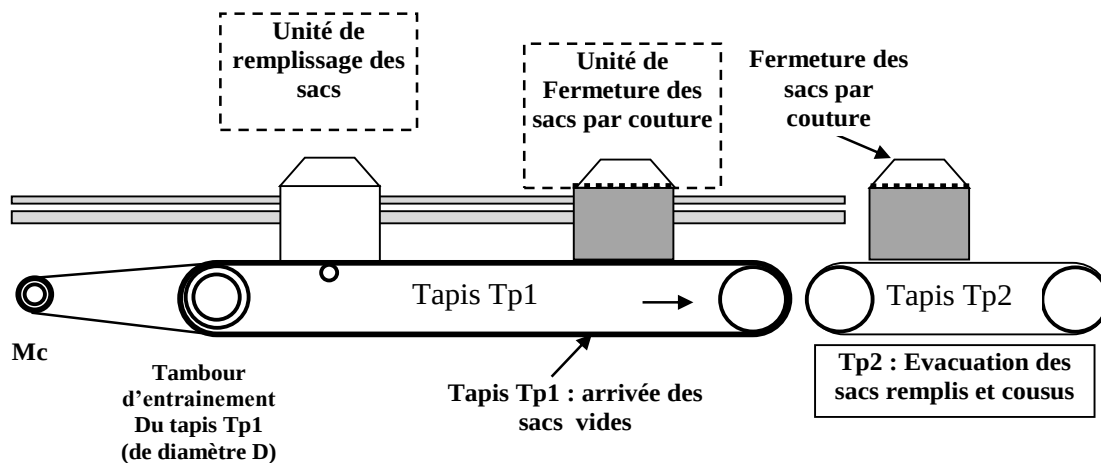


Figure c2 : Système d'entraînement du tapis Tp1

Le schéma de principe de la transmission du mouvement est donné par la Figure c3.

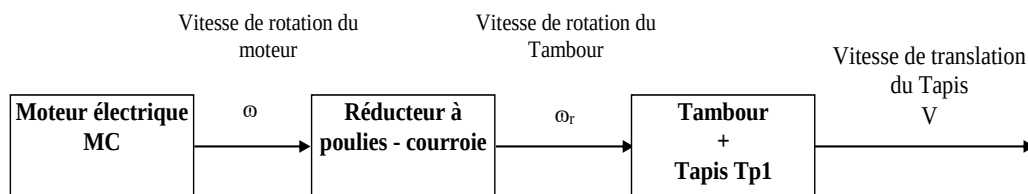


Figure c3 : Principe de la transmission du mouvement.

2. Étude de l'asservissement de vitesse du tapis Tp1

L'objectif de cette étude est de choisir un correcteur pour satisfaire le cahier des charges suivant :

- Un temps de réponse minimal ;
- Aucun dépassement ;
- Les perturbations sont sans effet sur la stabilité ;
- Stabilité assurée avec $M\phi \geq 45^\circ$ et $MG \geq 15$ dB ;
- Erreur statique de position nulle.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement de vitesse du tapis est donné par la figure c4.

Le fonctionnement du moteur est décrit par les équations suivantes :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) : \text{la tension d'alimentation du moteur} \quad (1)$$

$$e(t) = K_e \omega(t) : \text{la force contre électromotrice} \quad (2)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) - f\omega(t) : \text{équation du mouvement} \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_m i(t) : \text{le couple moteur} \quad (4)$$

avec : V_c : vitesse de consigne ; U_c : tension d'entrée ; $i(t)$: le courant de l'induit .

R et L sont respectivement la résistance et l'inductance de l'induit du moteur.

K_m et K_e sont respectivement les constantes du couple moteur et de la force contre électromotrice ($K_m = K_e$).

$\omega(t)$: la vitesse de rotation du moteur.

$F_t(t)$: effort résistant appliqué sur le tapis par les sacs remplis .

$c_r(t)$: le couple résistant ramené sur l'axe du rotor résultant de l'effort F_t

$$c_r(t) = 0.5 r.D.F_t(t) \quad (5)$$

r est le rapport de réduction entre le moteur M_c et le tambour du tapis $Tp1$ de diamètre D (figure c2).

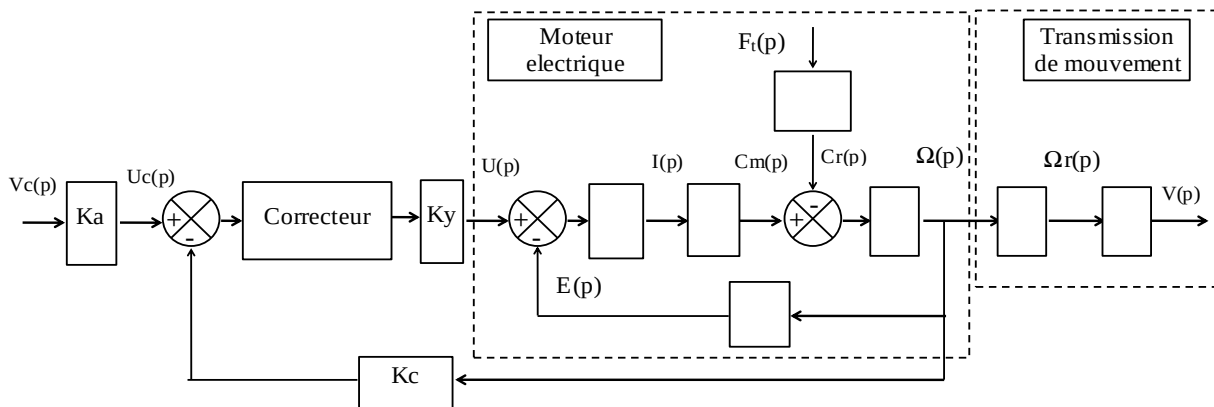


Figure c4 : schéma fonctionnel de l'asservissement de vitesse du tapis

Remarques :

- La transformée de laplace de $F_t(t)$ est $F_t(p)$.
- Toutes les conditions initiales sont nulles.

C5. Ecrire les équations de (1 à 5) dans le domaine de Laplace

C6-C7. En admettant que la transmission est sans glissement, écrire les relations entre :

C6. $V(t)$ et $\omega_r(t)$: **C7.** $\omega_r(t)$ et $\omega(t)$

C8. Compléter le schéma bloc de la figure c5 en négligeant l'inductance « L » et le frottement « f ».

On veut mettre le schéma de la figure c5, sous la forme de la figure c6. Déterminer les différentes fonctions de transfert suivantes : (sans détails de calcul).

C9. $H_1(p)$? : **C10.** $H_2(p)$? : **C11.** $H_3(p)$? : **C12.** $H_4(p)$? : **C13.** $H_5(p)$? :

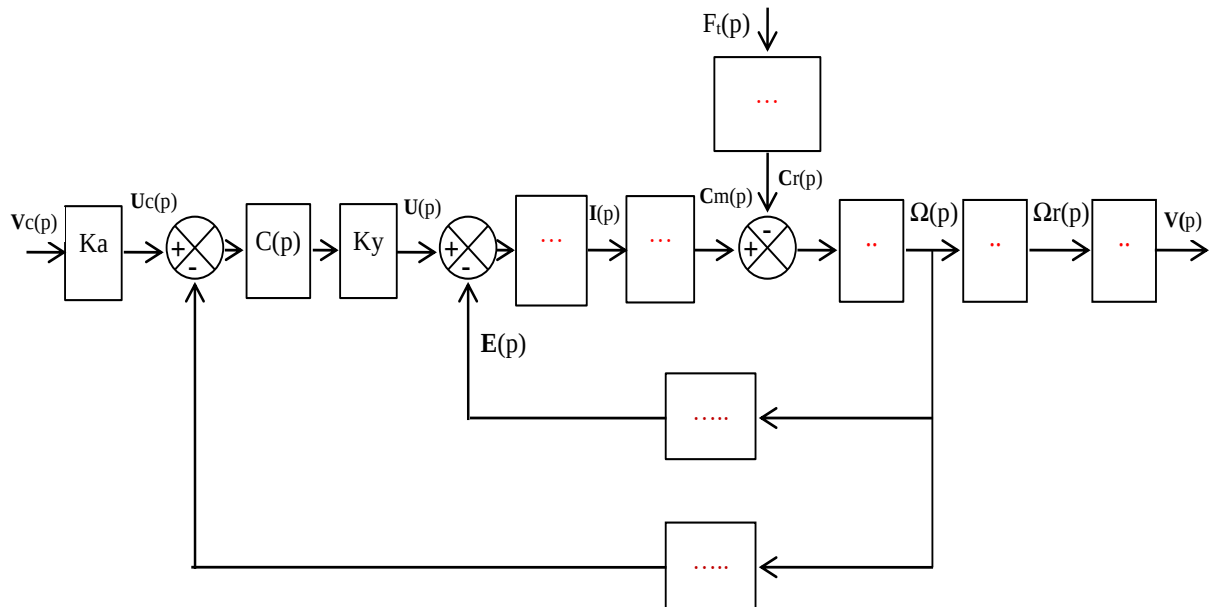


Figure c5 : Schéma bloc du système asservi

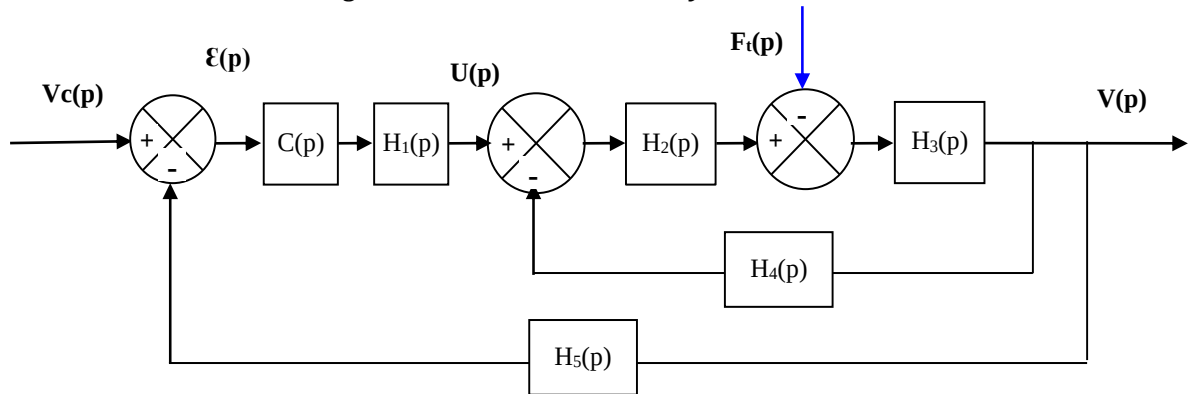


Figure c6: Schéma bloc du système simplifié

Dans la suite du sujet on prendra :

$H_1(p) = K_1$; $H_2(p) = K_2$; $H_3(p) = K_3 / p$; $H_4(p) = K_4$ et $H_5(p) = K_5 = 1$

Où les constantes K_n sont positifs, $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

On donne : $V(p) = T_1(p) V_c(p) - T_2(p) F_t(p)$

C14-C15. On veut déterminer la fonction de transfert $T_1(p)$ en fonction des K_n .

C14. Compléter le schéma de la **figure c7**

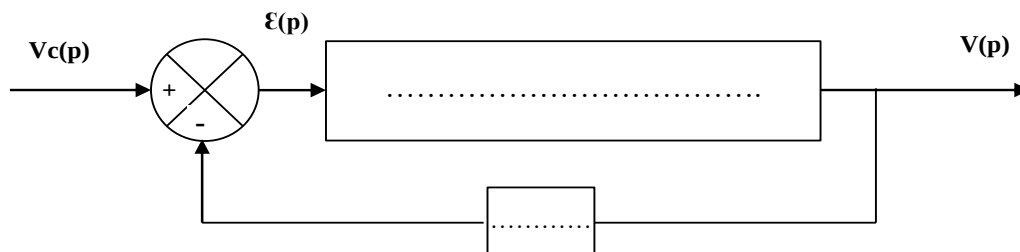


Figure c7 : schéma fonctionnel simplifié vis à vis de la consigne

C15. Donner alors l'expression de $T_1(p)$

C16-C17. Détermination de la fonction de transfert $T_2(p)$ en fonction des K_n .

C16. Compléter le schéma de la figure c8.

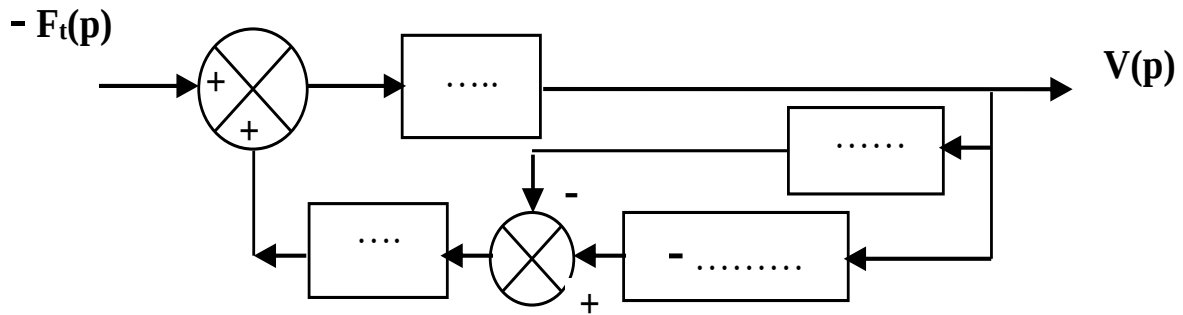


Figure c8 : schéma fonctionnel simplifié vis à vis de la perturbation

C17. Donner alors l'expression de $T_2(p)$

C18. Dites pourquoi si le système est stable vis à vis de la consigne $V_c(p)$ il est aussi stable par rapport à la perturbation. (on ne vous demande pas d'étudier la stabilité).

Dans ce qui suit on prendra $C(p) = K_p$

C19. En justifiant la réponse, le système est-il stable ?

C20. Déterminer, en le justifiant, l'erreur statique unitaire de position $\epsilon_p(\infty)$

C21. En justifiant la réponse, le choix du correcteur $C(p) = K_p$ est-il acceptable ?

Dans ce qui suit on prendra :

- $C(p) = \frac{K_i}{p}$ et $F_t(p) = 0$
- Le moteur possède la fonction de transfert : $H_m(p) = \frac{K_x}{1 + \tau p}$
- Le schéma bloc est celui de la figure c10

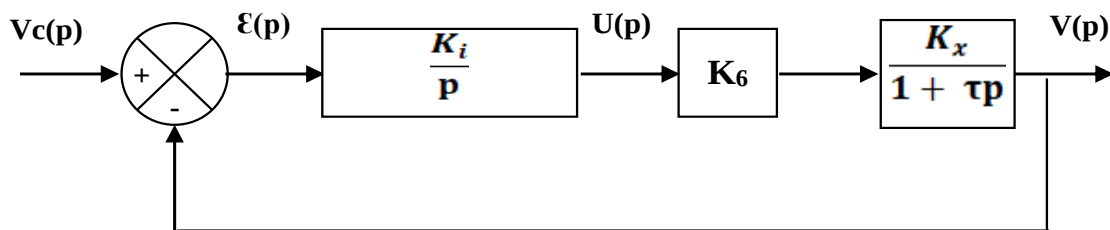


Figure c10 : schéma fonctionnel de l'asservissement de vitesse du tapis

C22. Déterminer la fonction de transfert (FT) en boucle ouverte $T_{BO}(p)$. En déduire, son gain statique K_{BO} , son ordre et sa classe.

C23. Déterminer la FT en boucle fermée $T_{BF}(p)$ en fonction de K_{BO} et τ , la mettre sous forme canonique.

24. En justifiant la réponse, le système est-il stable ?

C25. Déterminer, en le justifiant, l'erreur statique unitaire de position $\epsilon_p(\infty)$

C26. Quelle relation doit exister entre K_{BO} et τ , pour avoir un asservissement le **plus rapide** mais **sans dépassement** ?

C27-C28. Déterminer la marge du gain **MG** et la marge de Phase **M ϕ** pour $\tau = 0.01s$.

C29. Préciser, en le justifiant, si le cahier des charges est respecté pour le choix d'un correcteur de type intégral pur.

Concours 2024- Étude de l'asservissement de position de la trompe (6).

On se propose dans cette section, d'étudier la dynamique de positionnement pour la saisie d'un objet précisément le déplacement suivant un axe (les deux autres sont supposés constants) et d'analyser les solutions techniques mises en jeu afin de répondre au cahier des charges.

Cahier des charges : On souhaite avoir une **marge de Gain > 15 dB**, une **marge de phase > 45°**, une **erreur de position nulle** et une **erreur de vitesse inférieure à 2%**.

Dans une première étude on va considérer le schéma fonctionnel donné par la **figure C1**.

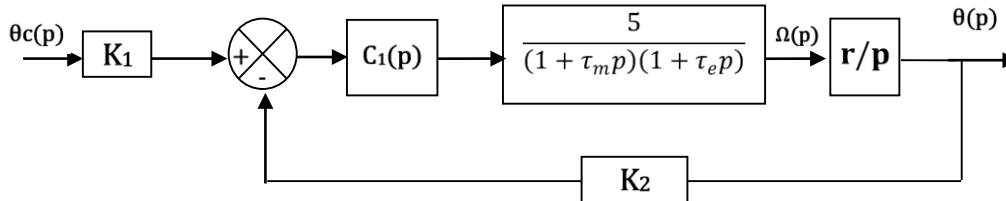


Figure C1. Schéma fonctionnel de la motorisation avec asservissement de position

C13. On désire avoir un schéma fonctionnel à retour unitaire ; indiquer alors la condition à imposer sur K_1 .

C14. Compléter le schéma bloc de la **Figure C2**.

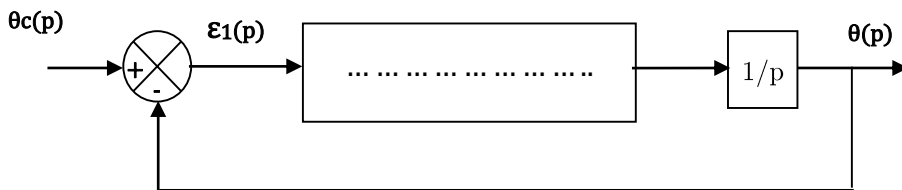


Figure C2. Schéma fonctionnel de l'asservissement de position à retour unitaire

Pour $C_1(p) = K$ et $K_2 = 6 \cdot 10^{-2} \text{ V/mm}$; $\tau_e = 10^{-2} \text{ s}$, $\tau_m = 10^{-1} \text{ s}$ et $r = 10^{-2}$.

C15. En déduire la fonction de transfert en boucle ouverte $H_1(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon_1(p)}$ en fonction de K .

On donne sur la figure C3, les diagrammes de Bode de $H_1(p)$.

C16. Déterminer la marge de gain MG_1 .

C17. Déterminer la marge de phase $M\phi_1$.

C18. Conclure sur la stabilité du système.

C19. A partir de la figure C3, déterminer la valeur de K .

C20. Montrer que l'erreur de position unitaire $\varepsilon_{1p}(\infty)$ ne dépend pas de K .

C21. Déterminer l'erreur statique unitaire de vitesse $\varepsilon_{1v}(\infty)$ en fonction de K .

C22. Pour la valeur de K trouvée, peut-on assurer une erreur de vitesse $\varepsilon_{1v}(\infty) < 2\%$.

C23. Déterminer la valeur critique K_c de stabilité.

C24. Pour répondre au cahier des charges, La connaissance de la valeur critique K_c nous permettra-t-elle d'assurer une erreur $\varepsilon_{1v}(\infty) < 2\%$ (Justification)

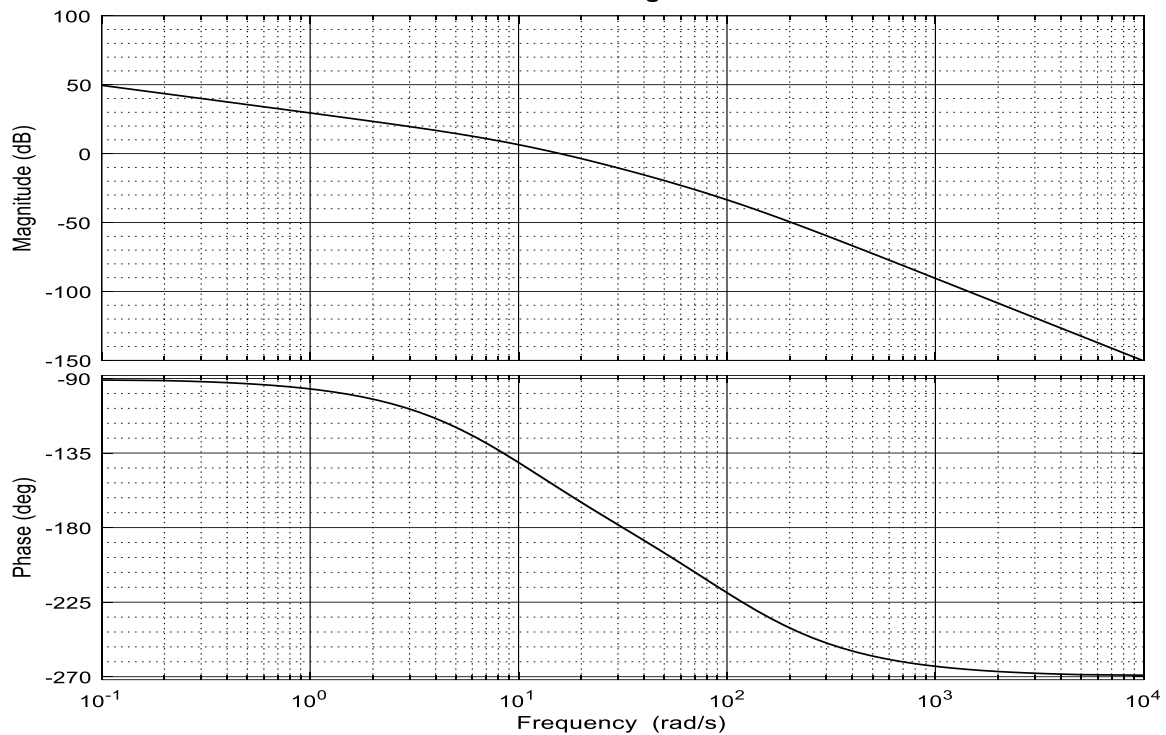


Figure C3. Diagrammes de Bode de $H_1(p)$
Dans la suite, on considèrera le schéma bloc de la Figure C4.

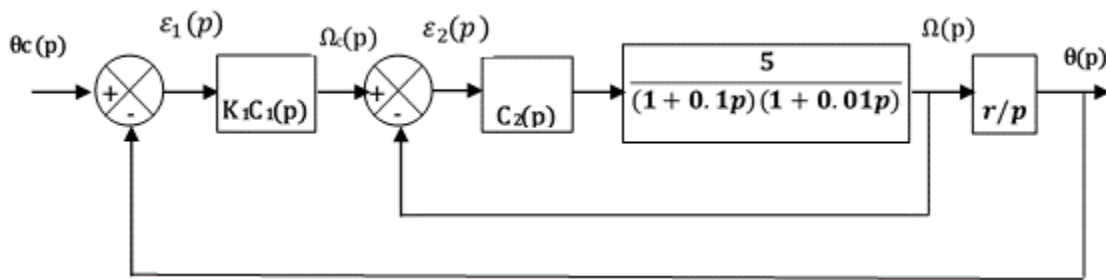


Figure C4 –Schéma fonctionnel de la motorisation avec asservissement de vitesse et de position

C25. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{\varepsilon_2(p)}$

C26. En prenant $C_2(p) = A(1 + \tau p)$, avec $A > 0$ et $\tau > 0$, déterminer τ afin d'éliminer la constante du temps la plus petite dans la boucle de vitesse.

C27. Donner alors la nouvelle expression de $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{\varepsilon_2(p)}$.

C28. Donner la Fonction de Transfert en boucle ouverte $H_3(p) = \frac{\theta(p)}{\varepsilon_1(p)}$ en fonction de K et A . (sans détails de calcul)

C29. En déduire l'influence de K et A sur la stabilité du système.

C30. Pour $K = 10^5$ et $A = 10$, donner numériquement $H_3(p)$.

C31. Pour $K = 10^5$ et $A = 10$, tracer les diagrammes de bode de la fonction $H_3(p)$ sur la **figure C5**. On admettra que en dB, $G(60) = 0$ et $\varphi(500) = -135^\circ$.

C32. Déterminer la nouvelle marge de gain MG_2 .

C33. Déterminer la nouvelle marge de phase $M\varphi_2$.

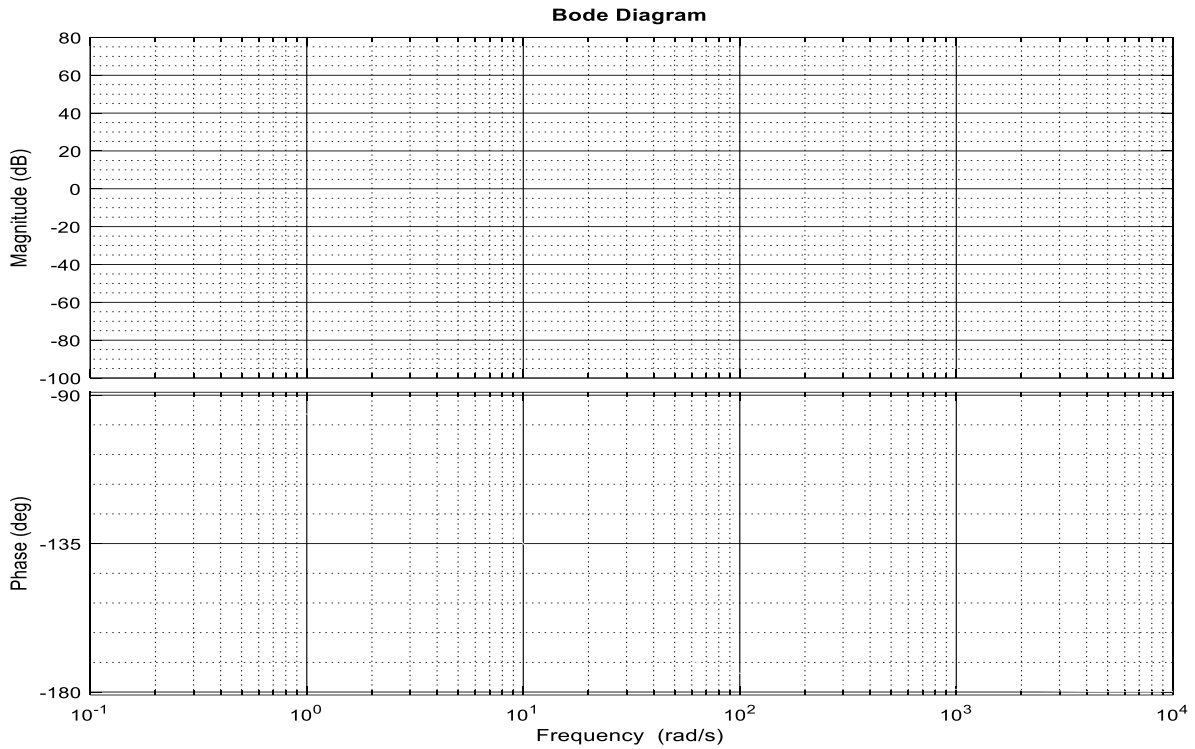


Figure C5. Diagrammes de Bode de $H_3(p)$

C34. Pour $A = 10$, déterminer K pour avoir une erreur unitaire $\varepsilon_{1v}(\infty) < 2\%$.

C35. En justifiant votre réponse, l'ajout de la boucle d'asservissement de vitesse avec le choix des correcteurs ont-ils permis de satisfaire le cahier des charges ?

Concours 2023- Étude du système de serrage

Cahier des charges : Pour pallier la perte de sensation tactile du patient porteur de la prothèse Myoélectrique, la réponse en effort de serrage doit être suffisamment amortie : aucun dépassement et un temps de réponse à 5 % compris entre 100 ms et 400 ms, avec une erreur de position nulle et une erreur de vitesse inférieure à 10%.

On se propose dans cette section, d'étudier la dynamique du serrage d'un objet et d'analyser les solutions techniques mises en jeu pour répondre aux exigences du cahier des charges.

Afin d'améliorer le comportement lors de la saisie d'un objet, l'effort de serrage doit être modulé en fonction de la volonté du patient, c'est-à-dire en fonction de l'amplitude des contractions musculaires détectées par les électrodes Myoélectriques: un asservissement de position est utilisé pour réguler l'effort de serrage.

B.21 Compléter le schéma bloc de la Figure 5.

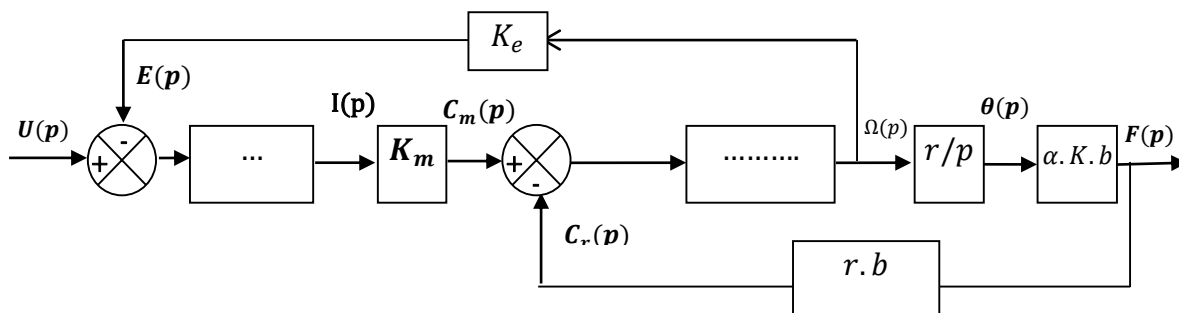


Figure 5 –Schéma fonctionnel de la motorisation avec serrage

$$H_1(p) = \frac{\Omega(p)}{C_m(p)} = \frac{K_1 p}{1 + Bp + Ap^2}$$

Dans la suite, on considèrera le schéma bloc de l'asservissement de la **Figure 6**.

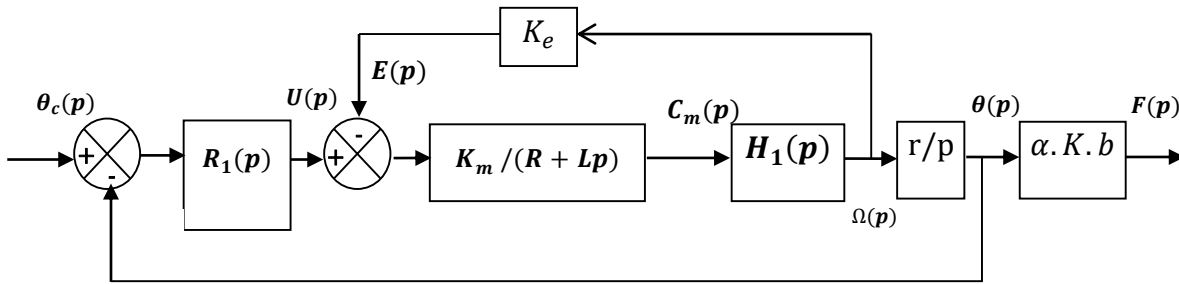


Figure 6 –Schéma fonctionnel de l’asservissement

B.23 Le schéma bloc de l'asservissement de la **Figure 6**, peut être présenté par la **Figure 7**. Donner alors

l'expression de $H_2(p)$ sous la forme : $H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_2 p}{1 + C p + D p^2 + E p^3}$

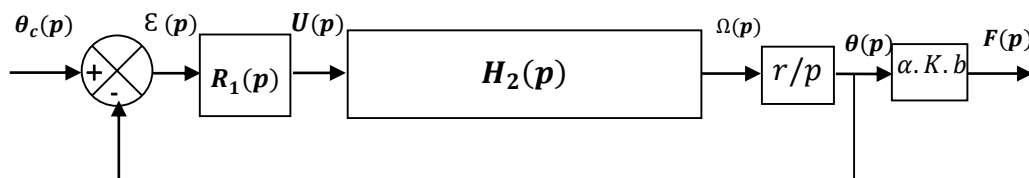


Figure 7 –Schéma fonctionnel simplifié de l’asservissement

B.24 Préciser l'expression de K_2 et exprimer C , D et E en fonction de A , B et des autres paramètres.

Les calculs numériques ont permis d'obtenir l'expression de $H_2(p)$ sous la forme :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{33500}\right) \left(1 + \frac{p}{60}\right) \left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

B.25 Montrer que le système (machine à courant continu) décrit par $H_2(p)$ est **bien stable**

Dans la suite, on négligera la constante du temps la plus petite. Cette hypothèse sera vérifiée si cette constante de temps négligée est bien inférieure au temps de réponse du système demandé.

L'expression simplifiée de $H_2(p)$ est donnée par :

$$H_2(p) = \frac{16,2p}{\left(1 + \frac{p}{60}\right)\left(1 + \frac{p}{12}\right)}$$

B.26 Déterminer la fonction de transfert du système en boucle ouverte $H_3(p)$.

B.27 En prenant $R_1(p) = K_p \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$, avec $K_p > 0$ et $\tau_i > 0$, déterminer τ_i afin d'éliminer la constante du temps la plus grande. Donner alors la nouvelle expression de $H_3(p)$.

B.28 Pour cette valeur de τ_i , déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée $H_4(p)$ sous forme canonique.

B.29 Conclure quant à la stabilité du système en le justifiant.

B.30 Déterminer les erreurs statiques unitaires de position $\varepsilon_p(\infty)$ et de vitesse $\varepsilon_v(\infty)$ en fonction de K_p .

B.31 Quelle condition doit-on imposer sur K_p pour avoir $\varepsilon_v(\infty) < 10\%$?

B.32 Déterminer la fonction de transfert du système sous forme canonique $H_5(p) = \frac{F(p)}{\theta_c(p)}$.

B.33 Dédurre les expressions de la pulsation propre et du coefficient d'amortissement en fonction de K_p , ainsi que l'expression et la valeur numérique du gain.

B.34 On souhaite avoir une réponse en effort de serrage qui soit la plus rapide sans dépassement. Déterminer dans ces conditions la valeur de K_p .

B.35 En utilisant l'abaque **Figure 09**, déterminer les temps de réponse à 5% pour que K_p vérifie une réponse en effort sans dépassement avec une erreur de vitesse inférieure à 10%.

B.36 Conclure quant au cahier des charges exigées.

B.37 L'hypothèse de négliger la constante de temps la plus petite est-elle justifiée ?

On donne à la **Figure 09**, l'abaque du temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement ξ ($\omega_0 \cdot tr(5\%) = f(\xi)$).

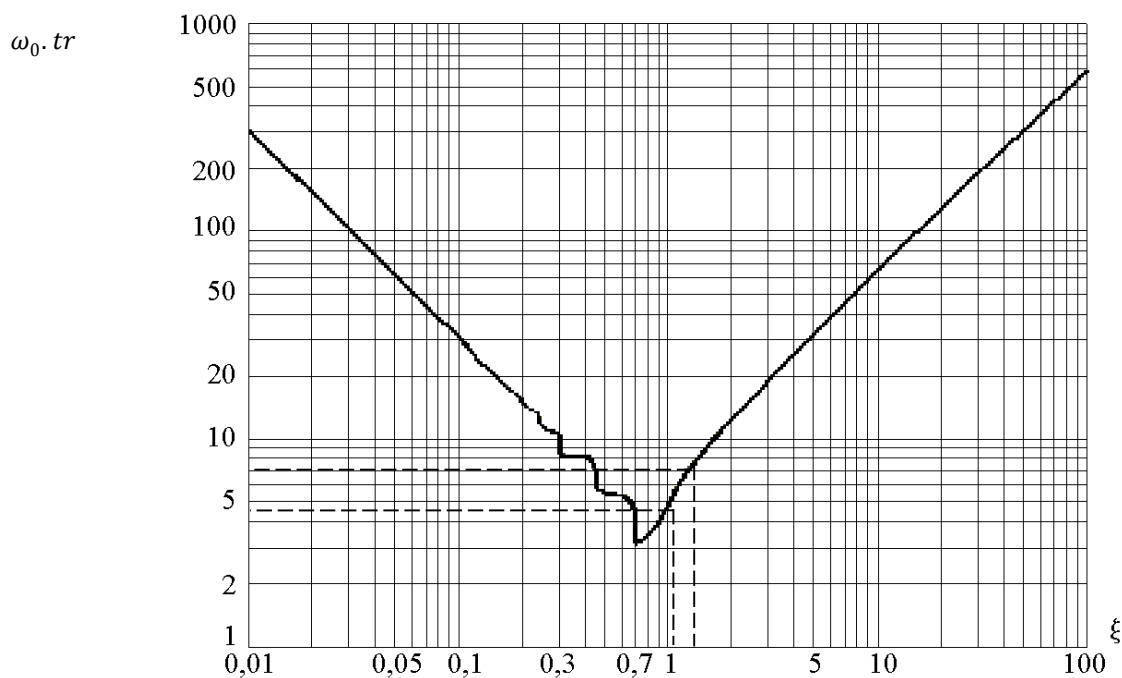


Figure 09 – Abaque temps de réponse réduit d'un système de second ordre