Les accouplements

•Rq:

•) $P = C\omega = F \cdot V$ (Watt) Rq: 1 cheval = 736 Watt

•) $|\omega| = \frac{2\pi N}{60}$; $V = R \cdot \omega$

•) $C = T \cdot R$; $T = fN$ (Coulomb)

•) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} J \omega^2$

•) $W = C \cdot \theta$; $\theta = \omega t$; $W = F \cdot d$

•) $F_c = m R \omega^2$ $(N \cdot m\, s^{-2}) \equiv N$

•) $F_{ressort} = k \cdot \Delta x$

•) $\Delta x = V \times t$

Cherni
Fidaa

•) PFS:

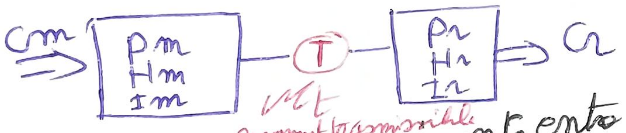
$\sum F = \vec{0}$

$\sum M = \vec{0}$

•) PFD:

$\sum F = m \frac{dv}{dt}$

$\sum M = J \ddot{\theta}$; $J = I$



⇒ transmettre une puissance entre 2 machines

Im = moment d'inertie de P.M

Ir = " " " " " P.r

$$\boxed{M_{nom} = \frac{P_m}{\omega_m}} \;;\; \boxed{M_t = K_s M_{nom}}$$

$1 < K_s < 4$

Ks ? $\sum M = I \ddot{\theta}$

$K_s = \frac{C_{max}}{M_{nom}} \left(\frac{I_r}{I_m + I_r} \right)$ a vide Colomi...

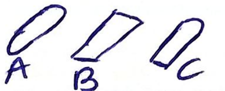
•) KS : approche industriels :

$$\boxed{K_s = K_1 \times K_2 \times K_3}$$

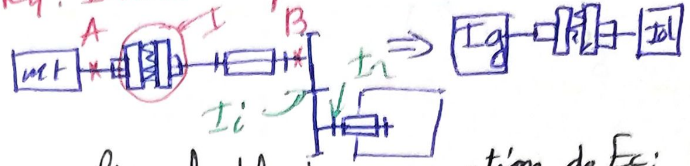
K1 : coeff propre à la nature de MM et MR

K2 : coeff propre au nbre de démarrage

K3 : coeff propre au nbre d'heure de fonctionnement.



Rq : Inertie équivalente :



on applique le th de conservation de Ec :

$\Delta E_c = 0$ $(\eta = 1)$

•en A : $\frac{1}{2} I_A \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_{acc} \omega_m^2$ (Iacc ‖ Ig)

$\Rightarrow I_m = I_g$

·en B : $\frac{1}{2} I_d \omega_m^2 = \frac{1}{2} I_i \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_r \omega_r^2$

obs
- = - ما فاع نجي

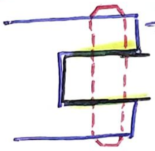
les défauts :

*) axial : manchon denté

*) radial : joint d'oldam

*) conique : joint de cardan

calcul de T ? d ? cisaillement / Mattage



⇒ 2 section cisaillé

$T = \frac{F}{2}$, $M_t = 2TR$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{F}{n}} \Rightarrow \boxed{M_t = nTR}$$

R : l'axe

$\tau = \frac{T}{S} \leq R_{pg}$

*) goupille : cisaillement : (manchon à goupille)

•) Force :

$\tau = \frac{F}{n \frac{\pi d_g^2}{4}} \leq R_{pg}$

•) Couple :

$\tau = \frac{M_t}{n R \frac{\pi d_g^2}{4}} \leq R_{pg}$

•) Force + couple :

$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

exemple : $T_1 = \frac{F}{2}$

et $T_2 = \frac{M_t}{2R}$

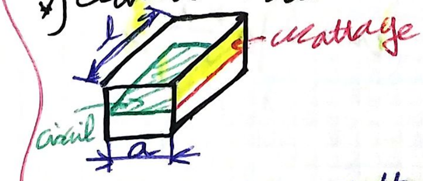
•) positionnement :

$M_{tg} = T \cdot R_{moy}$

$\tau = \frac{M_{tg} \times 4}{R_{moy} \pi d_g^2} \leq R_{pg}$

Rq : $R_{pg} = \frac{R_g}{s} = \frac{R_e}{s \cdot s'}$

*) clavette : matt + cisai (manchon à clavette)



cisaill

$S = a \times l$

$\tau = \frac{T}{S} \leq R_{pg}$

matt

$S = l \cdot (j + \frac{b}{2} - d)$

$\frac{T}{S} \leq P_{adm}$

$S > S$

Rq : $M_t = T \cdot R$

•) à plateaux :

•) vis serré : cisaillement :

$\tau = \frac{T}{S} \leq Rpg$; $Mt_{vis} = n_{vis} R \cdot T$

$\Rightarrow T = \frac{Mt}{n R}$

•) vis avec jeu : traction !

$\sigma_{max} = K \sigma_{nom}$

$\sigma_{nom} = \frac{H}{S} \leq Rpe$ ← normal

et si on a $Mt \Rightarrow T = \frac{Mt}{n R}$

et $T = f H \Rightarrow H = \frac{T}{f} = \frac{Mt}{n R f}$

Ra : classe de qualité

$Re = x \cdot y \cdot 10$

$MPa = DaN/mm^2$

$x = \frac{Rr}{10}$

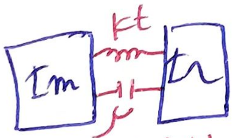
$Rpe = \frac{Re}{S}$

Eherni Fidaa

acc élastique :

defaut radial, axial, conique et torsionelle.

- il peut fonctionne :
  - au cisaillent
  - torsion
  - choc
  - vibration
  - compression



Kt : rigidité torsionelle de l'élé élastiq → consact technique

ξ : coeff d'ammo

$\delta \rightarrow \delta_{max}$

$$\boxed{\omega_c = \sqrt{\frac{Kt}{I}}}$$

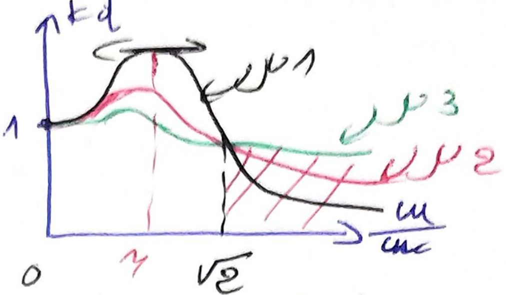
$\frac{1}{I} = \frac{1}{I_d} + \frac{1}{I_g}$

coeff de service à la partie élast

$$\boxed{Mt = Kd \times KS\, M_{nom}}$$

coeff de service à la partie rigide

$Kd = f(\xi, Kt, \frac{\omega}{\omega_c})$



si $\frac{\omega}{\omega_c} > \sqrt{2} \Rightarrow Kd < 1$

$\Rightarrow Mt < Ks M_{nom}$

resiste ou non : les val calculés < val réel → resiste

•) manchon à coquille :

$Mt = f P R^2 \pi l$; 1 coqi → 2 : ×2l

$dMt = f p\, dS\, R$; $dS = R d\theta\, db$

•) limiteur de couple :

$dMt = dT\, R = f\, dH\, R$
$= f p\, dS\, R$

$dS = R\, dr\, d\theta$; $[r \rightarrow R]$, $\theta \rightarrow 2\pi$

$= \frac{2}{3} f \alpha Fa \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\right)$

→ protection : glissement des surface frottantes si $Fa' > Fa$

A jus :

- clavette : si $D > 31$: $\phi H7\, js6$ (jeu isolé)
  - si $D < 31$: $\phi H7\, h6$ Centrage
- joint : $\phi H8\, h11$
- centrage : $\phi H7\, h6$
- pivot : $\phi H7\, f6$
- glissi : $\phi H7\, g6$
- press : $\phi H7\, p6$
- maillé : $\phi H7\, m6$
- coussinet : $\phi H7\, f6$
  - $\phi H7\, m6$

roulent :

ascetant :

$\phi H7$; $\phi k6$

moy :

$\phi H7$, $\phi g6$

X : $\phi H7$, $\phi k6$

O : $\phi H7$, $\phi h6$, $\phi m6$

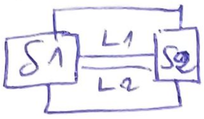
jeu ; bie

- goupille :
  - avec gorge : $\phi H7\, m6$
    - $\phi H7\, f6$
  - sans gorge : $\phi H7\, h6$

قلبي: h6 الـ زوز مكحوسين $\phi G7\, h6$

·) hyperstatisme :

·) // ① ⊂⊃ ② : 2 classe d'éq



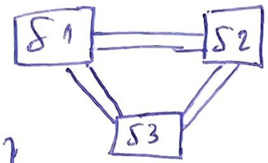
$\Rightarrow$ $\{\vec{Z}_{éq}\} = \sum \{Z_i\}$

$\{V_{éq}\} = \{V_i\}$

$h = H_s - r_s$

$m = 6 - r_c$

·) série



Rq : Hc héli = 1

$\{Z_{éq}\} = \{Z_i\}$

$\{V_{éq}\} = \sum \{V_i\}$ (comme ciném $V_{1/0} = V_{1/2} + V_{2/0}$)

$h = 0$

$m = H_c$

$h = 0$: isosta

$h > 0$: hypersta

$h < 0$: hyposta

·) fermé :

$\sum \{Z_{i \bar{S} \to S}\} = \{0\}$ $h = H_s - r_s$

↑ éq des S

·décomp des torseurs ciné : $\sum \{V\} = \{0\}$

$m = H_c - r_c$

·) complexe :

γ = nbre de liaison − nbre de classe + 1

$= L - n + 1$

$h = H_s - r_s$

$m = H_c - r_c$

·) loi globale : $6\gamma - \overset{\text{Ic}}{\overset{|||}{H_c}} = h - m_u$

$6p - H_s = m_u - h$

$m = m_u + m$

si $m_u \nexists \Rightarrow m = 1$

Eherni
Fidaa

ciné

$\{V\} = \begin{Bmatrix} \alpha, u \\ 0 \quad 0 \\ 0 \quad 0 \end{Bmatrix}$

$$u = \overset{d}{\underset{g}{\pm}} \frac{\text{pas}}{2\pi}\,\alpha$$

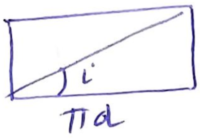
$|u| = \text{pas}.10^{-3}\,\frac{N}{60}$

stat

$\{Z\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$

$$L = \overset{d}{\underset{g}{\mp}} \frac{\text{pas}}{2\pi}\,X$$

← comme de $P = 0$ $\{T\}\{V\} = 0$



$\Rightarrow$ $i = \arctan \frac{P}{\pi d_{moy}}$

$\varphi = \arctan f$

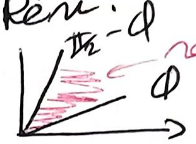
$d_{moy} = D_e = d - 0{,}5\,\text{pas}$

Rendement

$\eta = \dfrac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg}(i+\varphi)}$ vis mot

$\eta = \dfrac{\operatorname{tg}(i-\varphi)}{\operatorname{tg} i}$ écrou motrice

Rév :



effort :

contre
$L = |X|\, R_{moy} \operatorname{tg}(i+\varphi)$

carré avec
$L = |X|\, R_{moy} \operatorname{tg}(i-\varphi)$

trapézoïdale

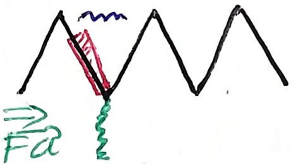
$L = |X|\, R_{moy} \operatorname{tg}(i+\varphi)$ $L = |X|\, R_{moy} \operatorname{tg}(i-\varphi')$

$f' = \operatorname{tg}\varphi' = \dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} = \dfrac{2\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{3}}$

$\frac{\beta}{2} = 30°$

$\beta = 60°$

·Critère de résistance :



— : mattage $\Rightarrow$ L

~~ : traction $\Rightarrow$ d

m : cisaillt $\Rightarrow$ n : nbre de filet

traction

$\sigma_{max} = k\,\sigma_{nom} \le R_{pe}$

$\sigma_{nom} = \dfrac{F_a}{S}$

$S = \dfrac{\pi d^2_{moy}}{4}$

$d_{moy} = d - 1{,}226\,\text{pas}$

·) cisaill :

$\tau = \dfrac{T}{S} \le R_{pg}$

$\vec{T} \equiv \vec{F_a}$

$S = \pi d n t$

$t = 0{,}5\,\text{pas}$

·) mattage :

$p = \dfrac{F_a}{S} \le p_{adm}$

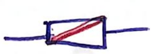
1 pas $\to S = \dfrac{\pi(D^2 - D_1^2)}{4}$

par L : $S = \dfrac{L\pi(D^2 - D_1^2)}{4\,\text{pas}}$

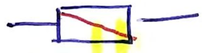
D_1

$D_1 = D - \text{pas}$

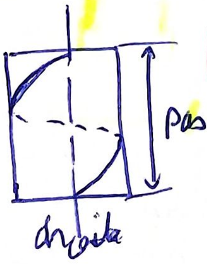
·) liaison hélicoïdale :



ما يحط لليسار



ما يحط لليمين
droite

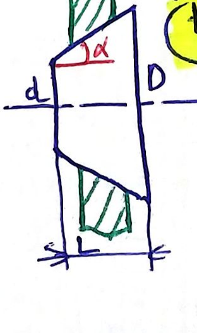


droite

$2\pi \to \text{pas}$ (mm)

$\alpha \to u$ (m/s)

Assemblage conique : coincement conique



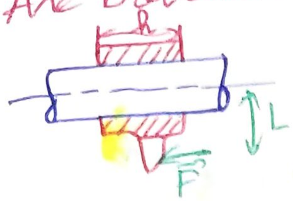
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{D - d}{2L} = c \text{ (conicité)}$$

·) si $\alpha > \varphi \Rightarrow$ non coincement

·) si $\alpha < \varphi \Rightarrow$ coincement (non lubé, poz mobile)

$\varphi = \operatorname{atan} f$

Arc boutement : coincement de glissière



) non coin : glissement : $h > 2L\,tg\,\phi$

) coin : $h < 2L\,tg\,\phi$

$\phi = \arctan f$

Laison pivot

coussinet : Bronze CuSn8 (cuivre étain)

matage

cylindre :

$$P = \frac{\sqrt{Y_1^2+Z_1^2}}{d \times l} \le P_{adm}$$

colerette :

$$P = \frac{X_a \times 4}{\pi(D_1^2-d_1^2)} \le P_{adm}$$

critère énergétique :

cylindre :

$$P.V = \frac{\sqrt{Y_1^2+Z_1^2}}{d \times l} \times \overbrace{\frac{\pi N}{30}\,\frac{d}{2}}^{V} \le PV_{adm}$$

colerette :

$$P.V = \frac{4 \cdot X_a}{\pi(D_1^2-d_1^2)} \times \frac{\pi N}{30}\,\frac{D+d}{4}$$

$$PV \le PV_{adm}$$

Rq : $D = d \times 10^{-3}$

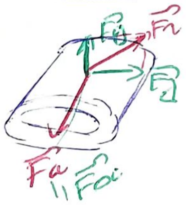
Ehermi
Fidaa

Rq : $Z_1 = \begin{Bmatrix} X_1 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} F_a = X_1 \\ F_r = \sqrt{Y_1^2+Z_1^2} \end{array}$

Rq : palier fixe → rotule —⊝—
palier libre → L.ann —▭— (gèn)

Rq : si $l < d$: centrage court : L ann
si $l \geq 1,5d$: centrage long : rotule

- coussinet : - guidage non permanent
  - N faible moy
  - durée de vie faible
  - charge modérée
  - lubri à la graisse

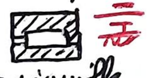


- Rq : coussinet à colerette : liaison :
  -) si $l < d$: rotule unidirectionnelle
  -) si $l \geq 1,5d$: pivot "

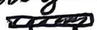
roulement : - permanent
- N élevé
- durée de vie importante
- charge importante
- lubrification à huile ou graisse

charge radial : $F_a = 0$, F_r ↑↑

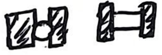
) roulement cylindrique RC



) à aiguille

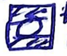


charge axiale : butée : $F_r = 0$



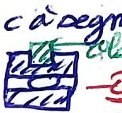
charge combiné :

) BC



F_a ↑ F_r ↑ N ↑↑

) Bc à segment d'arrêt



) Bc avec déflecteurs :

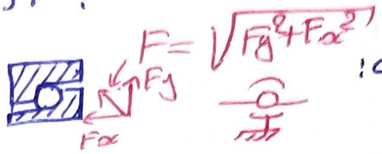
déflecteurs "joint d'étanchéité", étanche et lubrifié ②

4 ob : ¦⊞¦ : rotule

2 ob : ,⊞, : L ann

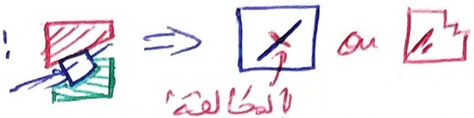
2 ob croisé : ,⊞' ⇒ rotule

) BT :

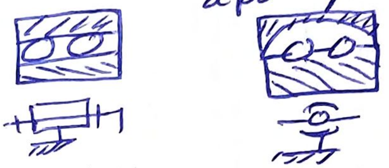


: contact oblique

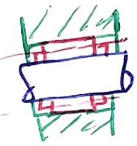
) KB :



) à 2 rangés de Bille : encombrement ; à porté sphérique



Rq : cage



$\phi H4g6$: jeu
$\phi H4g6$
كزوز

Rq : si longeur de l'arbre grande ou charge à l'extérieur (roue dentée) ⇒ ● X → O ; porte à faux

. Montage O : moy tournant
. " X : arbre "
jeu de dilatation : réglage par des cales clinquants
conception SKF !

montage économique :
4 ob → 2

4-2 → 2-2

P ?

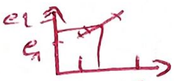
calcul : BC :

$F_a = X$; $F_r = \sqrt{Y^2+Z^2}$

C_0 : charge statique de Base (daN) : donné

C : charge dynamique " " "

- $\boxed{\frac{F_a}{C_0}} \rightarrow \boxed{e}$ → tab
  → interpolation
  $\boxed{\frac{F_a}{C_0}} \rightarrow \boxed{Y}$



- $\boxed{\frac{F_a}{F_r}} \rightarrow \frac{F_a}{F_r} < e \Rightarrow P = F_r$
  $\rightarrow \geq e \Rightarrow P = 0,56F_r + YF_a$
  ↳ si [illegible] tournant : $P = 1,12F_r + YF_a$

si $F_a = 0 \Rightarrow P = F_r$

durée de vie :

) millions de tours : $L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^{n}$, $n=3$

) en heure : $L_{10H} = \frac{L_{10}\cdot 10^6}{60N}$

pour un montage : $L_{10E} = \left[\left(\frac{1}{L_{1\,10}}\right)^{1,5} + \dots + \left(\frac{1}{L_{n\,10}}\right)^{1,5}\right]^{-\frac{1}{1,5}}$

Rqs : calcul de roulement :

données nécessaires pour le calcul : Rq : $Z - \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow Fa = X$

$\Rightarrow Fr = \sqrt{Y^2 + Y^2}$ ①

$Fa ; Fr ; \underbrace{C ; Co}_{\text{capacité}}$; H : Vitesse de rotation (tr/min)

arbre ou moyeu tournant ? il faut préciser car il y a différence dans P

Eherni Fidaa

1) e ? $\frac{Fa}{Co}$

$\Rightarrow \frac{Fa}{Co} = $ → $\boxed{e}$ → $\boxed{Y}$ direct

·) ou :

si Fa entre 2 val ⇒ e interpolation et Y max

exemple :

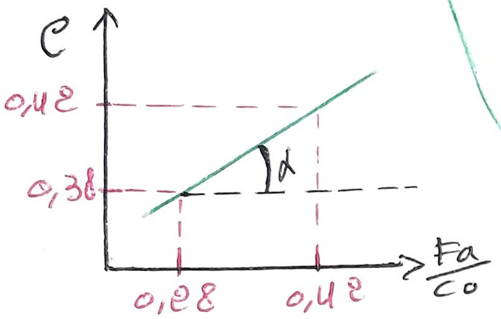
$\frac{Fa}{Co} = \frac{2000}{6600} = 0{,}303 \Rightarrow$

Fa/Co	e
0,28	0,38
0,42	0,42

et

Y
1,15
1,04

→ max ⇒ Y = 1,15



$$tg(\alpha) = \frac{0{,}42 - 0{,}38}{0{,}42 - 0{,}28} = \frac{e - 0{,}38}{0{,}303 - 0{,}28}$$

$\Rightarrow e = -$

2) P ? ⇒ $\frac{Fa}{Fr}$ $\begin{cases} \text{si } \frac{Fa}{Fr} < e \Rightarrow P = Fr \ (X = 1 ; Y = 0) \\ \text{si } \frac{Fa}{Fr} \geq e \Rightarrow P = 0{,}56\,Fr + Y Fa \text{ (arbre tournant)} \\ \qquad P = 1{,}12\,Fr + Y Fa \text{ (moyeu tournant)} \end{cases}$

(N)

Rq : si Fa = 0 ⇒ P = Fr

butée : appui plan

roulem : P.a

3) durée de vie :

en tours : $L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3$ كبيرة

·) en heure : $L_{10H} = \frac{L_{10} \cdot 10^6}{60N}$

4) durée de vie pour un

$$L_{10E} = \left[\left(\frac{1}{L_{1\,10}}\right)^{1,5} + \dots + \left(\frac{1}{L_{n\,10}}\right)^{1,5} \right]^{-\frac{1}{1,5}}$$

mattage :

$P = \frac{\sqrt{Y^2 + Z^2}}{d \cdot l} \leq P_{adm}$

colerette : $\frac{Xa \times 4}{\pi(D_1^2 - d_1^2)} \leq P_{adm}$

energetique

$P.V = \frac{\sqrt{Y^2 + Z^2}}{d \times l} \times \frac{\pi}{30} N \frac{d}{2} \leq P_{adm}$

//

Fm 1ère année R9S : 2016 —

- Ductilité : - si A% ≥ 5% → ductile
  - si A% < 5% → Fragile ou cassant

- malléabilité ≡ Ductilité mais malléabilité appliquée à la compression pas à l'extension

•) essai de dureté :

- Brinell : HB : Bille de diamètre Ø d en carbure (calotte sphérique)

$\Rightarrow HB = \frac{0,102 F}{S} (H)$

$S = \frac{\pi d}{2} (d - \sqrt{d^2 - a^2})$

- Vickers : HV : pyramide à base carré : en diamand (Forme pyramidal)

$d = \frac{d_1 + d_2}{2}$; $\Rightarrow HV = 0,189 \frac{F}{d^2}$

- Rockwell : HRB : Bille de diamand en acier très dur
- HRC : cône : diamand : $HR = 100 - \frac{h}{0,002}$

•) emboutissage :

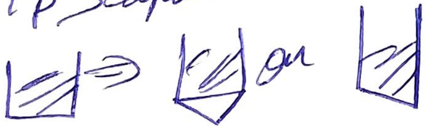
$Fe = \pi . d . e . R . n . K$ (daN)

{ Df : Tab

•) poinçonnage :

$Fp = P e R_g$; $P = D \cdot \pi$

si Fp > capacité de machine



•) pliage :

R = f(e, état de métal ; capacité de déf)

$L = \sum L_i + \sum_j \frac{2 \pi \alpha_j r_j}{360}$

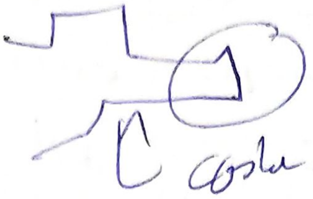
$P = \frac{K \cdot L \, e^2 \cdot Rm}{a}$ (daN)

•) forgeage : déf plast à chaud :

lopin → Ébauche → produit :

CFilage — Estampage

•) froid : matriçage



Ehermi Fidaa

diff :

Willis = — 1

•) récti : VA = VB

$\Rightarrow W_A = W_B = W_{Bras}$

•) virage :

$W_A = W_{Bras} + W_{sat}$

$W_B = W_{Bras} - W_{sat}$

•) crision : bloqué

$W_1 - W_4 = W_1 + W_4$

conique :

$F_t = \frac{C}{R_{moy}}$ → $F_a = F_t \cdot tg\alpha \sin\delta$; $F_r = F_t \, tg\alpha \cos\delta$

$d = m \cdot Z$

$R_{moy} = \frac{d}{2} - \frac{b}{2} \sin\delta$ ↙ réceptrice

$\delta_1 + \delta_2 = 90$

$d_{a1} = d_1 + 2 m \cos\delta_1$

$d_{f1} = d_1 - 2{,}5 m \cos\delta_1$

Vis : acier Faible

Roue : Bronze

$tg \beta = \frac{P}{\pi d_v}$ → $d_v = m_t \cdot Z_v = \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot Z_v$

$\eta = \frac{tg(\beta - \varphi)}{tg(\beta)}$ ou $\frac{tg \beta}{tg(\beta + \varphi)}$

$P_b = f(\frac{D}{d} ; H_{g50})$

$P_t = P_b \cdot Cl \cdot a$

$\Rightarrow \alpha = \frac{P_C}{P_t}$

nbre de tour = $\frac{x}{\pi D}$ ← périmètre

en rad ? $1\ tr \longrightarrow 2\pi$

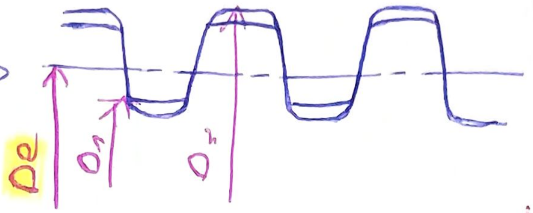
$- \longrightarrow \alpha$

MPa = N/mm²

Rq : vis écrou : 2016

Tr 12 × 3 $\Rightarrow tg\,\alpha = \frac{P}{\pi\, d_{moy}} \Rightarrow$

D ↗ ↘ pas



$d_{moy} = D_2 = d - 0{,}5\,pas$

clavette : a × b × L désignation

matt : $S = L(b+j-d)$

cisa : $S = a \times L$

trapèze : $\Rightarrow \exists \beta \Rightarrow tg\,\varphi' = f' = \frac{tg\,\varphi}{\cos(\frac{\beta}{2})}$; $tg\,\varphi = f$

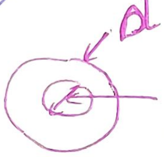
30°

$C = |F_a| \cdot R_{moy}\ tg(\varphi \pm \alpha)$

$R_{moy} = \frac{D_2}{2}$

Chermi Fidaa

matage : $p = \frac{F_a}{S} \leq p_{adm}$



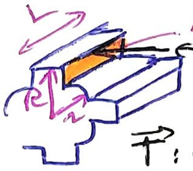
$D_1 = d - pas$

$1\ pas \longrightarrow S = \pi\frac{d^2 - D_1^2}{4}$

hauteur de l'écrou ← $H = L \longrightarrow S_{tot} = \frac{\pi(d^2 - D_1^2)}{4} \cdot \frac{L}{pas}$

emb : $F_e = S -$ $\Rightarrow F_e = F_a + F_r$

cannelures : matage : $p = \frac{H}{S} \leq p_{adm}$



section matée $S = (R - r) \times L$

$= \frac{D-d}{2} \times L$

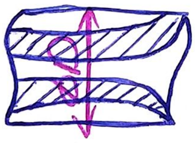
$\vec{T} \equiv H$

$\vec{T}$: effort tangentielle ≡ H pour la section matée

$c_{ad} = n\, R_{moy} \times T$; $R_{moy} = \frac{D+d}{4} = \frac{R+r}{2}$

$\cong \frac{2}{3}\frac{(R^3 - r^3)}{(R^2 - r^2)}$

$\Rightarrow T = \frac{c_{ad}}{n\, R_{moy}}$



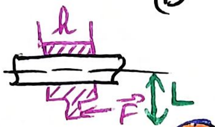
Dmesuré = –

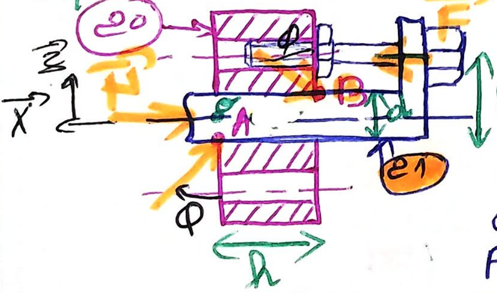
Dréelle = –

d = – , n = –

$\Rightarrow \frac{H}{S} \leq p_{adm} \Rightarrow \frac{2\, c_{ad}}{(D-d) \times L \times n \times R_{moy}} \leq P_{adm}$

Rq : arcboutement cas 2008 : $h \geq 2L\, tg\,\varphi$





Bilan des Forces app sur 21 :

$\vec{H} = -H\,\vec{x}$

$\vec{F} = F\,\vec{x}$

en A : $-A_x\vec{x} + A_z\vec{z}$

en B : $-B_x\vec{x} - B_z\vec{z}$

PFS : $\sum F = 0$

$\sum M = 0$

A

- $F - H - A_x - B_x = 0$
- $A_z - B_z = 0 \Rightarrow A_z = B_z$
- $\cancel{A_x \cdot \frac{d}{2}} - \cancel{B_x \cdot \frac{d}{2}} - h\,B_z + FL = 0$

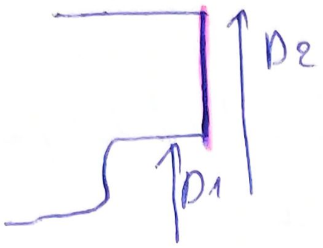
↳ A x/a O≡A

on $tg\,\varphi = \frac{A_x}{A_z} = \frac{B_x}{B_z} \Rightarrow A_x = B_x$

$\Rightarrow F - H = 2B_x$

$\Rightarrow FL = h\,B_z \leadsto h \geq 2L\, tg\,\varphi$

tournage à vitesse variable :



Chermi Fidaa

Dressage :

$T_c = \frac{L}{V_a}$ avec $L = \frac{D_2 - D_1}{2}$; $V_a = f\,N$

•) Dressage avec vitesse de rotation cte ⇒ vitesse de coupe variable $\ominus$

$$V_a = f \cdot \frac{1000 \cdot V_c}{\pi \boxed{D}} \leftarrow \text{variable}$$

$$\Rightarrow V_a = \frac{f \cdot 1000\, V_c}{\pi x} \text{ et } V_a = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_0^{T_c} dT = \frac{\pi}{1000 f V_c} \int_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_2}{2}} x\, dx$$

$$\Rightarrow T_c = -$$

•) $H_{max} = \frac{f \cdot 1000\, V_c}{\pi\, D_{min}}$

•) $H_\theta = \frac{H_p \cdot t_c}{T}$

Rq : $\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt}\Big|_{R_0} = \overrightarrow{V_{C/R_0}} - \overrightarrow{V_{B/R_0}}$

$\lambda^\circ = 2R\cos\alpha$: loi entrée sortie

fermeture + proj

Rezmi Fidaa

Embrayage

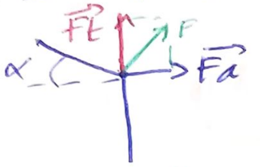
transmettre un couple entre deux machine de manière permanentes.

commande : mécanique / hydraulique / pneumatique / électromagnétique

- embrayage à griffes : non progressif

*) avec frott : يلزم يوقف مكينة pas de syst de synchro de vitesse

$ct = F_t \cdot R_{moy}\, tg(\alpha + \varphi)$



⇒ commande à l'arrêt
يوقف يبدل ويرجع

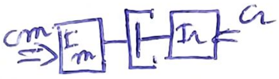
*) sans frott : $f = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

$ct = F_t \cdot R_{moy}\, tg(\alpha)$; $\varphi = 0$

cos

- embrayage à friction :

*) etude dynamique :

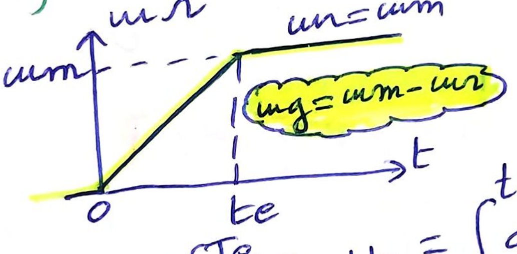


$$\boxed{cad = \frac{I_m C_r + I_r C_m}{I_m + I_r}}$$

Rq : si on a un couple variable cr ou Cm on ajout un volant d'inertie (roue dentée).

*) travail dissipé par frott :

$W = F.d$
$= C.\omega$



$$W_f = \int_0^{T_e} P_f\, dt = \int_0^{t_e} cad\, \omega_g\, dt$$

- # types d'embrayage à friction :

1) plan : à surface plane

$n = k + k' - 1$

•) $P = \dfrac{F_a}{\pi(R^2 - r^2)} \leq P_{adm}$

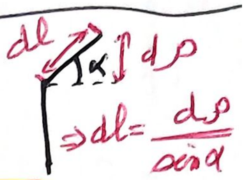
$$\boxed{cad = \frac{2}{3} f . n\, F_a \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\right)}$$

$dM_t = dT . \rho = f\, dN\, \rho = f\, p\, ds\, \rho$

$ds = \rho\, d\rho\, d\theta$

conique : α > φ :

$P = \dfrac{F_a}{\pi(R^2 - r^2)} \leq P_{adm}$



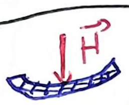
$\Rightarrow dl = \dfrac{d\rho}{\sin\alpha}$

$$\boxed{cad = \frac{2}{3} \frac{f\, n\, F_a}{\sin\alpha} \left(\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\right)}$$

$dM_t = dT \rho$; $ds = \rho\, d\theta\, dl$
$= \rho\, d\theta \dfrac{d\rho}{\sin\alpha}$

sinα : augmente n

centrifuge :



$\vec{N} = \vec{Fc} - \vec{Fr}$
$= mR\omega^2 - K\Delta L$

$P = \dfrac{N}{2Rb\sin(\frac{\alpha}{2})} \leq P_{adm}$

$ds = R\, d\theta\, dh$ $[0, b]$
$\left[-\frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2}\right]$

$\frac{1}{2}$ angle d'enroulement de patin.

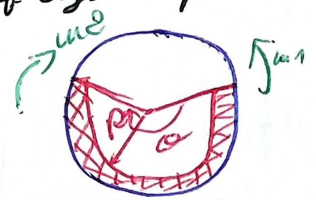
$$\boxed{cad = f P R^2 b . n . \alpha} \leftarrow rd$$

$dM_t = dT . R$ ← cte

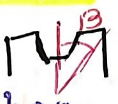
$cad = 2TR$

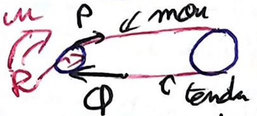
à expansion : à surf cylindrique

$$\boxed{cad = \pm(\varphi - P)R}$$



$\dfrac{T - \rho v^2}{t - \rho v^2} = e^{\frac{f\theta}{\sin\beta}}$ ← rd, ← deg





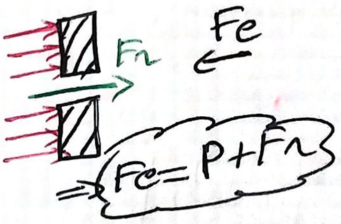
si V < 7 m/s : $\rho v^2 \to 0$

$\Rightarrow T = t e^{f\theta}$: plane : $\beta = \frac{\pi}{2}$; sens de ω

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \varphi = P e^{f\theta} \\ \text{ou } P = \varphi e^{f\theta} \end{array}}$$ ⇒ sens de ω

$e^{f\theta}$ صغيرة = كبيرة

Rq :



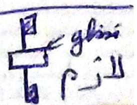
P effort presen

$\Rightarrow Fe = P + Fr$

$N/mm^2 = MPa$

α : deg °
β : deg °
θ : rad °

β ≃ 20 °



Eherni Fidaa : Frein

*) etude cinématique : α_f, θ_f :

rotation	translation
$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \omega_0 t + \theta_0$	$x = \frac{1}{2}\gamma t^2 + V_0 t$
$\omega = \ddot{\theta}t + \omega_0$	$V = \gamma t + V_0$
$\ddot{\theta} = cte < 0$: frein $\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt}$	$\frac{dV}{dt} = cte < 0$: frein

$$\text{à } t = t_f \Rightarrow \omega = 0 \; ; \; V = 0$$

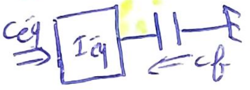
$$t_f = -\frac{\omega_0}{\underset{<0}{\ddot{\theta}}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \theta_f = \frac{-\omega_0^2}{2\ddot{\theta}} \\ x_f = - \text{(analogie)} \end{cases}$$

) si $\theta_{f\,tr}$ = nb de tour :

$2\pi\,rd \longrightarrow 1$ tour

$\theta_f \longrightarrow \theta_{f\,tr}$ $\Rightarrow \theta_{f\,tr} = \frac{\theta_{f\,rd}}{2\pi}$

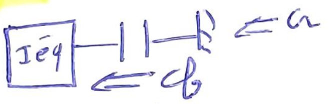
*) etude dynamique : t_f : $\sum M = I\frac{d\omega}{dt}$



$C_{\acute{e}q} - C_f = I_{eq}\ddot{\theta} = I_{eq}\frac{d\omega}{dt}$

freinage uniforme : $dt \to \Delta t$

$\Rightarrow C_{\acute{e}q} - C_f = I\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$



$-C_f \overset{C_r}{=} I\frac{d\omega}{dt}$

$= I\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = I_{eq}\left(-\frac{\omega_i}{t_f}\right)$

$\Rightarrow t_f = -$

*) etude Energetique : F_f, C_f

$\Delta E_c = \sum W F_{ext}$

$W = F\Delta x = C.\theta$

$E_{c2} - E_{c1} = -C_f\,\theta_f$; $\frac{1}{2}I\omega^2$

$\Rightarrow \underset{H.m}{C_f} = \frac{I\omega^2}{2\theta_f} \leftarrow rd$

$E_{c2} - E_{c1} = -F_f \cdot x_f$

$\Rightarrow \underset{N}{F_f} = \frac{mV_1^2}{2x_f}$

Rq : frein → T

) # types de Freins : ≡ emb ;

1) Frein à surface plane

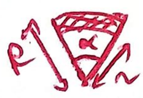
$p = \frac{\overset{N}{F_a}}{\pi(R^2-r^2)}$; $C_f = \frac{2}{3} n F_a \cdot f\left(\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}\right)$

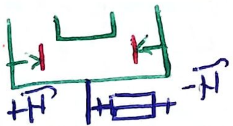
$dC_f = dT.\rho$

cas particulier $\alpha = 2\pi$

2) Frein à patin :

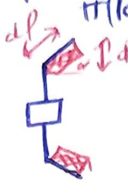
$P = \frac{2H}{\alpha(R^2-r^2)}$; $C_f = \frac{2}{3} n H f\left(\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}\right)$





3) conique : ≡ emb : $\alpha > 0$

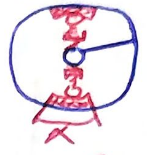
$P = \frac{F_a}{\pi(R^2-r^2)}$; $C_f = \frac{2}{3}\frac{n F_a f}{\sin\alpha}\left(\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}\right)$



$ds = \rho\, d\theta\, dl$; $dl = \frac{d\rho}{\sin\alpha}$

4) Ralentissem centrifuge : ≡ emb :

$P = \frac{H}{2Rb\sin(\frac{\alpha}{2})}$ →

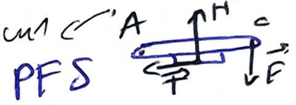


$C_f = n f p R^2 \alpha b$

$H = F_c - F_R$
$= Rm\omega^2 - k\Delta L$

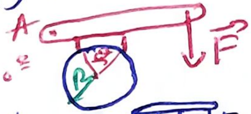
5) Frein à sabot court : P uniforme

ω تبع T



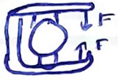
$C_f = T.R \Rightarrow T = f(F) \Rightarrow$ PFS

$T = fH$



$\theta < 60^\circ$

⇒ rendre le frein rév :



: pince

6) Frein à sabot long : $P \neq cte$

$p = p_{max}\sin\theta$; $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$

$dC_f = dT.R$; $ds = R\,\underset{[\theta_1, \theta_2]}{d\theta}\,db$ [0, b]

$\Rightarrow C_f = f p_{max} R^2 b(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

$p = p_{max} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$

7) Frein à sabot pivotement :

$p = p_{max}\cos\theta$; $0 \le \theta \le \frac{\alpha}{2}$

$dC_f = dT\,R$, $ds = R\,d\theta\,dB$

$C_f = 2 f p_{max} R^2 \sin(\frac{\alpha}{2})\, b$

8) Frein à machoire :

$P = p_{max}\sin\theta$ $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$

$C_f = f R^2 p_{max}\, b(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

≡ frein à sabot long

3) Frein à sangle :

1)ientm : p ≠ cte

T كبير ω ⇒ tendu

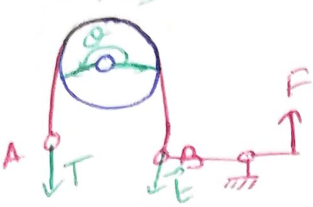
$$\boxed{C_f = (T-t)R}$$

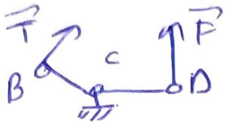
$T = f(F)$?

PFS

$$\boxed{T = t\,e^{f\alpha \text{ en rd}}}$$

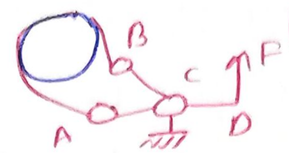
courroie plate ; trap : $e^{\frac{f\theta}{\sin\beta}}$





2) rén

كريطوهم



$$C_f = \frac{F\,a}{b} R \left(e^{\frac{f\theta}{\sin\beta}} - 1\right)\left(e^{\frac{f\theta}{\sin\beta}} + 1\right)$$

Ekermi Fidaa

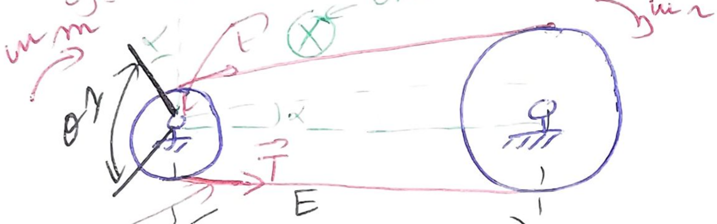
---

poulie - courroie

transmettre un couple entre 2 axes éloignés sans inversion du sens ;

[illegible] الأكل لي صغيرة

enroulem : ↗ l'angle θ1



tendu ≠ (sens de ω)

$K = \frac{\omega_2}{\omega_m} = \frac{d_m}{d_2}$

$\sin\alpha = \frac{R-r}{E}$ $R = R_2$, $r = R_1$

$C_m = \frac{P}{\omega}$

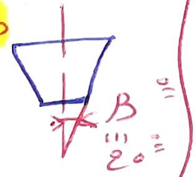
صغيرة

$\theta_1 + \theta_2 = 2\pi$

$$\boxed{C_m = (T-t)R_m}$$

$$\frac{T - \mu v^2}{t - \mu v^2} = e^{\frac{f\theta_1}{\sin\beta}}$$

rd صغيرة



si $V < 15$ m/s → $\mu v^2 = 0$

μ : masse linéique de la courroie

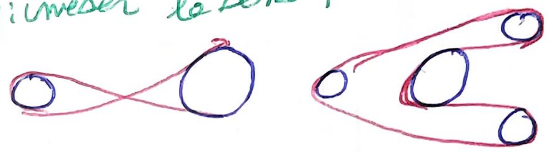
v : vitesse linéaire de la courroie

•) Tension de pose : $\boxed{T_0 = \frac{T+t}{2}}$

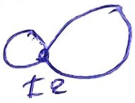
$$\boxed{\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) = \frac{D-d}{2E}}$$ صغيرة

$$\boxed{L = 2E + \frac{\pi}{2}(D+d) + \frac{(D-d)^2}{4E}}$$

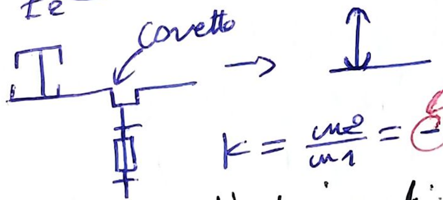
Rq : inverser le sens ;



•) Roue de Friction ;



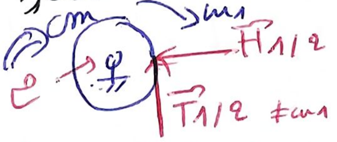
: contact ponct : CRSG



inversion de sens

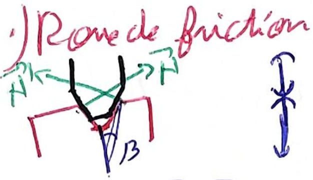
$K = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \ominus \frac{R_1}{R_2}$

•) condition d'entraînement :



, $C_m = C_r = T \cdot R_2$
$= f H R_2$

•) Roue de friction à gorges ;



$\|\vec{H}\| = \|\vec{H'}\|$

$\vec{\Phi} = \vec{H} + \vec{H'}$

radiale

$$\boxed{\Phi = 2H\sin\beta}$$

Rq : si machine en DEG : on calcul puis on transforme en rd : $\frac{x\pi}{180}$

. si machine en Rad : on calcul directe ⇒ $\hat{m}$ résultat poulie courroie : étude industriel ; cas 2011 : ④

•) coeff de sécurité : S ⟶ abaque ⟵ nature de moteur / durée (الأقرب) / mode de fonctionnement

•) puissance corrigée : $P_c = S \times P$

P : c'est la puissance entrant la poulie motrice : cou

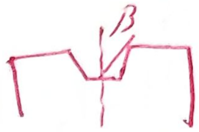
$P = \eta \cdot P'$ ← حاجة تركابة (exemple : moteur $\xrightarrow{\text{pour coeff}}$ variateur $\xrightarrow{\eta}$ P_c)

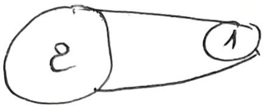
•) l'angle d'enroulement θ_1 : صغيرة : $\cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) = \frac{D-d}{2E}$

$C_m = (T - t) R_m$

$P = C_m \cdot \omega$; η ; C_r ; صغيرة

$$\frac{T - \mu V^2}{t - \mu V^2} = e^{\frac{f \theta_1}{\sin \beta/2}}$$

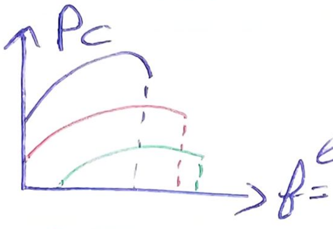




$P_1 = \eta \cdot P_2$

•) $T_0 = \frac{T + t}{2}$

•) choix des sections de courroie : → fréq de rotation de la petite poulie → P_c



poulie صغيرة ⟸ ⟹ ~~∄ pb~~ ∃ plusieurs section
وبعد هو يقلك شن تخدم

Elhoumi Fidaa

•) calcul de longueur :

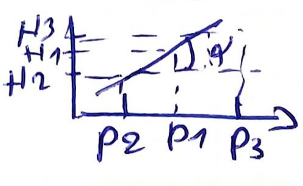
$$L_p = 2E + \frac{\pi}{2}(D+d) + \frac{(D-d)^2}{4E} = \ldots$$

choix de L'p standard → Lp الأقرب (tableau)

•) $E' = E + \frac{L_p - L_p'}{2}$, entraxe جديد

•) puiss brute : P_b : $r = \frac{D}{d}$; N صغيرة , d ⟶ P_b

si on a 2 choix : interpolation ou $N_2 \le N_1 \le N_3$



$$tg\,\alpha = \frac{N_3 - N_1}{P_3 - P_b} = \frac{N_3 - N_2}{P_3 - P_2}$$

$\Rightarrow P_b = \ldots$

•) facteur d'angle : a : θ_1(deg) ⟶ a : tableau

coeff de longueur C_l : L_p ⟶ C_l : tableau

قريبة للـ Lp (sup)

•) $P_t = P_b \times C_L \times a$

•) nbre de courroies x : $x = \frac{P_c}{P_t} = \ldots, y$, si $y > 3$ ↙ 0,3

$\Rightarrow x = \text{arrondi}(x)$
$x + 1$

exp : $1{,}577 \to 0{,}5 > 0{,}3 \to x = 2$

engrenage

①

•) Engrenage à denture droite :

C_r ← couple réceptrice (partie réceptique)

$\downarrow$

$F_t = \frac{C_r}{R_r}$ → $F_r = F_t \, tg\,\alpha$

α = angle de pression 20°

$\downarrow$

$m_n \geq 2{,}34 \sqrt{\frac{F_t}{k R_{pe}}}$ (flexion)

Rq : $F_t = \frac{C_r}{R_r} = \frac{\eta P_m . 30}{\pi H_m . R_m}$

Rq : $H_m R_m = H_r R_r$

$\downarrow$

choix de m normalisé

$\downarrow$

$d = m \times Z$ → $a = \frac{m}{2}(Z_1 \pm Z_2)$

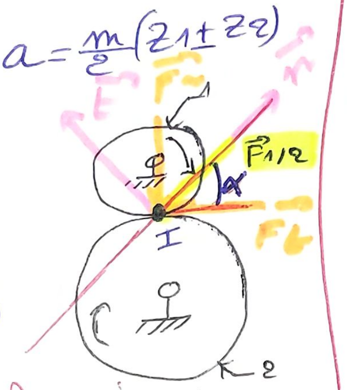
$\downarrow$

$r = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$

$\{\mathcal{T}_{1/2}\} = \begin{Bmatrix} -F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{I(\vec{n},\vec{t},\vec{b})}$

+ proj sur $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$

$= \begin{Bmatrix} -F_t & 0 \\ -F_r & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$



Cherni Fidaa

•) Engrenage à denture hélicoïdale.

β : angle de l'hélice : angle de direction de la dent

mn : module réel

mt : module apparent

لي يتكاف

C_r

$\downarrow$

$F_t = \frac{C_r}{R_r}$ → $F_a = F_t \, tg\,\beta$

→ $F_r = \frac{F_t \, tg\,\alpha}{\cos\beta}$

$\downarrow$

$m_n \geq 2{,}34 \sqrt{\frac{F_t}{k R_{pe}}}$

$\downarrow$

mn normalisé

.couple ↑↑
.silencieux
.resiste en flexion

$\downarrow$

$m_t = \frac{m_n}{\cos\beta}$

$\downarrow$

$d = m_t . Z$ → $r = \frac{\omega s}{\omega e} = \pm \frac{Ze}{Zs}$

→ $a = \frac{m_n}{2\cos\beta}(Z_1 \pm Z_2)$ $\frac{m_t}{2}$

يكرو لا mt ! لقا عر

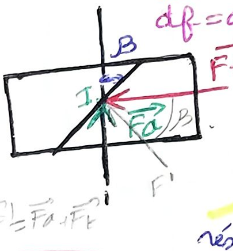
$d_a = d + 2 m_n$

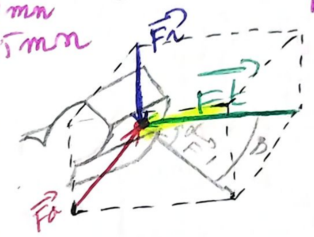
$d_f = d - 2{,}5 m_n$

$b \geq 2 p_x$

$p_x = \frac{p_n}{\sin\beta}$

$m_n = \frac{p_n}{\pi}$





résultante (diago)

•) Engrenage conique : m̂ T

$\delta_1 + \delta_2 = 90°$

↳ l'angle au sommet

C_r

$\downarrow$

$F_t = \frac{C_r}{R_{moy\,2}}$ → $F_a = F_t \, tg\,\alpha \sin\delta$

→ $F_r = F_t \, tg\,\alpha \cos\delta$

$\downarrow$

$m \geq 2{,}34 \sqrt{\frac{F_t}{k R_{pe}}}$

$\downarrow$

module normalisé

$\downarrow$

$d = m \times Z$ → $R_{moy} = \frac{d}{2} - \frac{b}{2}\sin\delta$

d k primitive

1 ou 2

1 ou 2

→ $tg\,\delta_1 = \frac{Z_1}{Z_2}$

$tg\,\delta_2 = \frac{Z_2}{Z_1}$

$\|\vec{F_{t1}}\| = \|\vec{F_{t2}}\|$

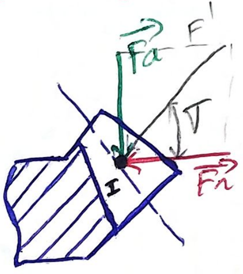
$\|\vec{F_{r1}}\| = \|\vec{F_{a2}}\|$

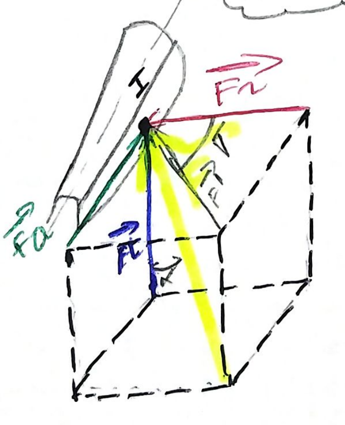
$\|\vec{F_{a1}}\| = \|\vec{F_{r2}}\|$

condition d'eng :

- m̂ module
- m̂ sommet

(délicate réglable)





•) roue et vis sans fin : $tg\,\beta_R$ حكاية

m R̂ (radiale)

C_r

$\downarrow$

$F_t = \frac{C_r}{R_r} = \frac{30\eta P_m}{\pi H_m R_m \, tg\,\beta_R}$ ← roue

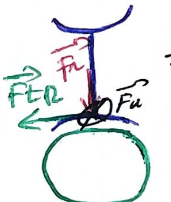
→ $F_a = F_t \, tg\,\beta$

→ $F_r = F_t \frac{tg\,\alpha}{\cos\beta}$

$\beta_V + \beta_R = 90°$ angle d'hélice

$\downarrow$

$m_n \geq 2{,}34 \sqrt{\frac{F_t}{k R_{pe}}}$



⇒ $\|\vec{F_{tR}}\| = \|\vec{F_{aV}}\|$

$\|\vec{F_{aR}}\| = \|\vec{F_{tV}}\|$

$\|\vec{F_{rR}}\| = \|\vec{F_{rV}}\|$

radiale نفسها

$\downarrow$

mn normalisé

$\downarrow$

$m_t = \frac{m_n}{\cos\beta}$

$m_t = \frac{p_t}{\pi}$

$\Rightarrow p_t = \frac{p_n}{\cos\beta}$

$\downarrow$

$d_R = m_{tR} . Z_R$ → $d_V = m_{tV} Z_V$ → $K = \frac{\omega_R}{\omega_V} = \frac{d_V \, tg\,\beta}{d_R}$

roue

vis

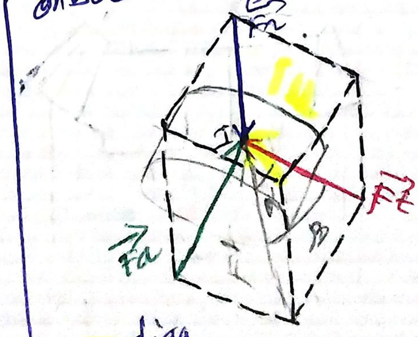
condition d'eng :

- m̂ module réel
  $m_{nV} = m_{nR}$
- $\beta_R + \beta_V = 90°$
- m̂ sens de filet
- P_x vis $= P_t R$

↑ P_a axiale de vis

↓ par rapport de la roue

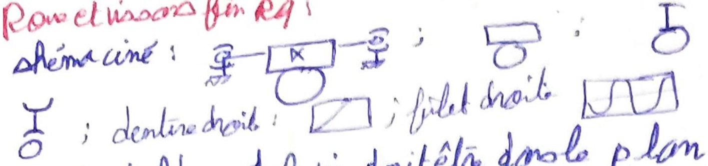
on isole la Roue ; فوقها



Roue et vis sans fin Rq :

shéma ciné : ; ;

; denture droit : ; filet droit



·) Il faut l'axe de la vis doit être dans le plan médian de la roue ⟹ réglage

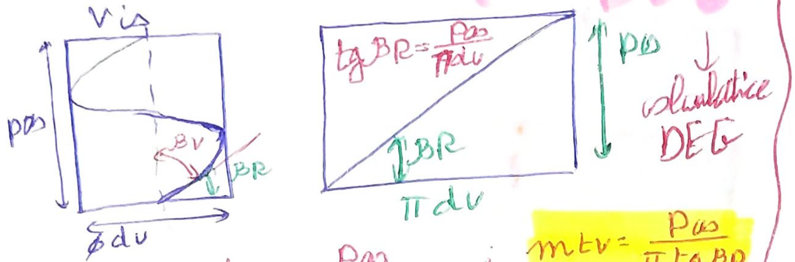
(+) bonne réduction $\left(\frac{1}{200}\right)$ / faible encombrement

(−) faible rendement $0{,}45 \leq \eta \leq 0{,}7$ (bcp d'usure)

·) matériaux :

- vis : acier faiblement allié cementé { - traction - Torsion - Flexion - choc
- roue : Bronze { - frott ↘↘ - usure ↘↘

DEG



$m_{tv} \cdot Z_v = d_v = \frac{p_{as}}{\pi\, tg\beta_R}$; $m_{tv} = \frac{p_{as}}{\pi\, tg\beta_R}$

$m_{tR} = \frac{p_{as}}{\pi}$

$h_a = 1 \cdot m_n$; $h = h_a + h$

$h_f = 1{,}25 \cdot m_n$; $L = 5 \text{ à } 6 \cdot p_{as\,c\,vis}$

↑ Longeur de la vis

1) Rapport : $r = \frac{\omega_R}{v\cancel{B}} = \frac{d_v\, tg\beta}{d_R\, \cancel{tg}}$

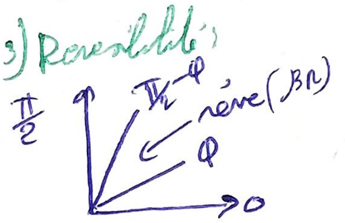
2) Rendement :

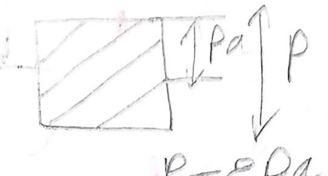
·) Roue motrice : $\eta = \frac{tg(\beta_R - \varphi)}{tg(\beta_R)}$

$tg\varphi = f$

·) vis motrice : $\eta = \frac{tg(\beta_R)}{tg(\beta_R + \varphi)}$

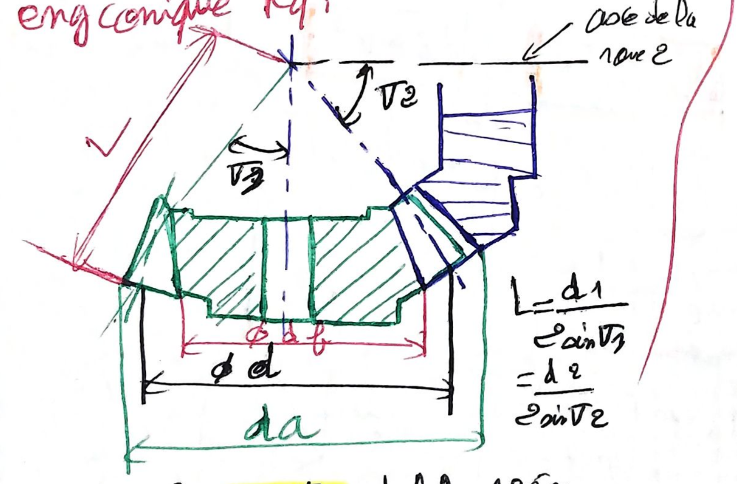
3) Reversibilité :





$P = \varepsilon P_a$

eng conique Rq :



$L = \frac{d_1}{2\sin\delta_1} = \frac{d_2}{2\sin\delta_2}$

$d_{a1} = d_1 + 2m\cos\delta_1$ | $h_f = 1{,}25m$

$d_{f1} = d_1 - 2{,}5m\cos\delta_1$ | $h_a = m$

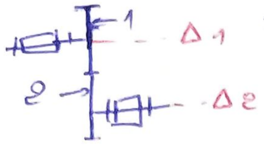
Cherni Fidaa

train épy

Ehermi Fidaa

*) Réduction à axe fixes :

Eng // à denture Droite



⇒ Δ1 et Δ2 fixent

train ordinaire

$\boxed{d = m \times Z}$ ← m

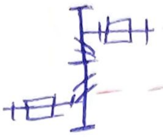
$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1}{Z_2}$

$m = \frac{P}{\pi}$

$F_t = \frac{C}{R_r}$

$F_r = F_t \, tg\alpha$ ← 20°

Eng // à denture hélic :

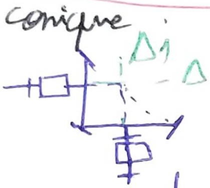


⇒ Δ1 et Δ2 sont fixe

$\boxed{d = m_t \times Z \quad m_t = \frac{m_n}{\cos\beta}}$ ← hélice ≡ i

$\frac{\omega_S}{\omega_e} = (-1)^n \frac{Z_e}{Z_S}$

Eng conique



fixent :

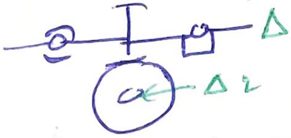
$\boxed{d = m \times Z}$

$R_{moy} = \frac{d}{2} - \frac{b}{2} \sin\delta$

$\boxed{F_t = \frac{C}{R_{moy}}}$

$\frac{\omega_S}{\omega_e} = \frac{Z_e}{Z_S}$

roue et vis sans fin



fixat :

$\frac{\omega_R}{\omega_V} = \frac{d_V}{d_R} \cdot tg\beta_R = \frac{Z_V}{Z_R}$

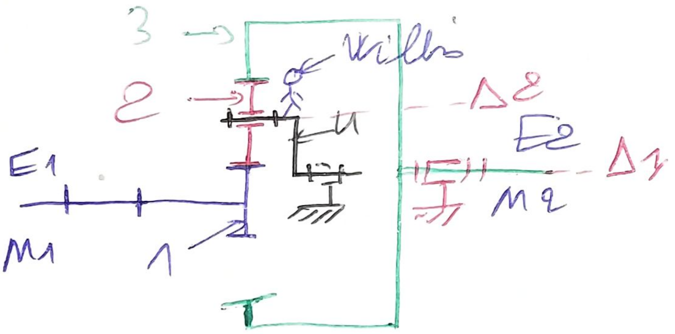
$F_t = \frac{C}{R_R} = \frac{30 P_V \cdot \eta}{\pi N_V R_V tg\beta_R}$

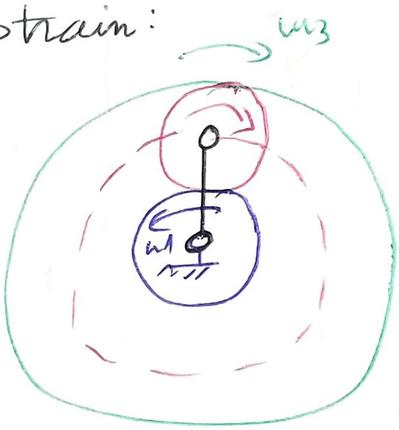
$\boxed{d_V = m_{tV} \cdot Z_V \quad d_R = m_{tR} \cdot Z_R}$

$m_{ti} = \frac{m_{ni}}{\cos\beta_i}$

i = R ou V

*) Réduction à axe mobile : ⇒ train :





E1 : entré N° 1 : M1

E2 : entré N° 2 : M2

Δ1 mobile ⇒ épi

1 : planeitaire A

2 : satellite

ويدور ع porte satellite

بينات ع planit

3 planeitaire B : satellite كي تساسي فوقو وتحتو

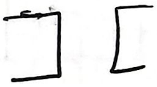
Concentral avec le planetaire

وتنجم تكون ثابته ي حاجة اخرى (réduc آخر)

4 : porte satellite (Bras) : pivot يعمل ع وحدة مع satellite ولا أكثر

esentrique وتكدو

roue dentée (ما هوش) contact est

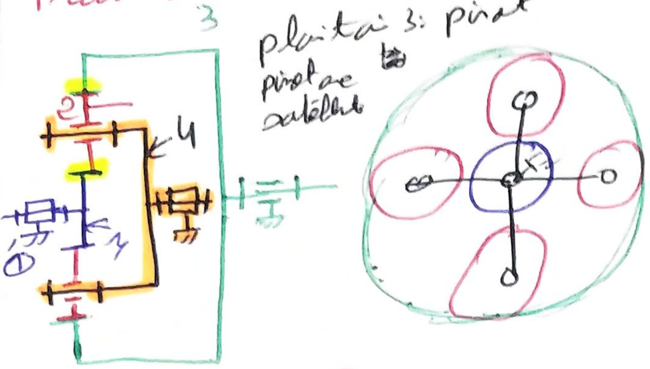


•) $\omega_S = f(\omega_{e1}, \omega_{e2})$

Willis : $\frac{\omega_{plaA} - \omega_{PS}}{\omega_{plaB} - \omega_{PS}} = (-1)^n \frac{Z_{menante}}{Z_{mené}}$ $\left(\frac{Z_{PB}}{Z_{PA}}\right)$

Rq : les ω : peut être l'un 0 } si $\omega_{PS} = 0$: Train ordinaire

Train à 4 satellites:



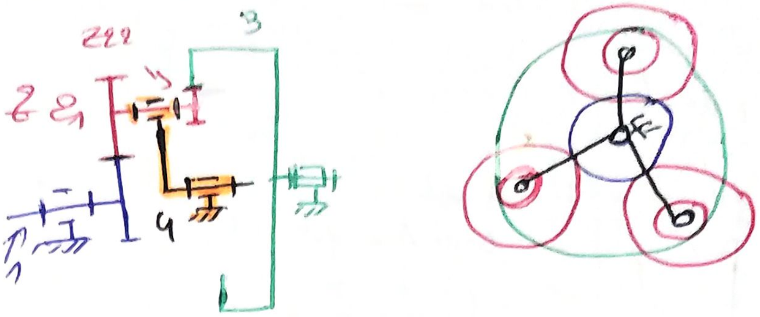
$$\frac{\omega_3-\omega_4}{\omega_1-\omega_4}=\frac{-Z_1}{\cancel{Z_2}}\times\frac{Z_2}{Z_3}=\frac{-Z_1}{Z_3}$$

$a_{12}=\frac{1}{2}(d_1+d_2)$, $a_{32}=(d_3-d_2)/2$

$a_{12}=a_{32}$

$\Rightarrow Z_1+Z_2=Z_3-Z_2$

condition d'entraxe



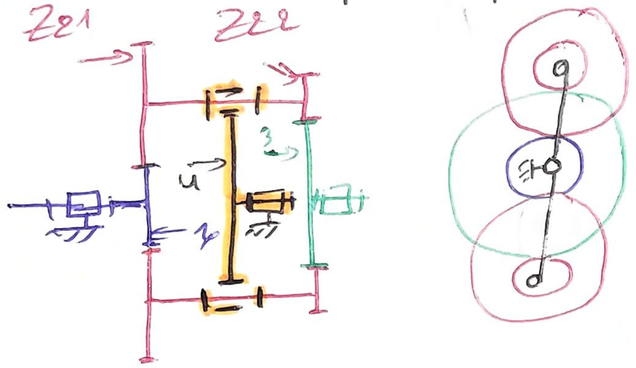
$$\frac{\omega_3-\omega_4}{\omega_1-\omega_4}=\frac{-Z_1}{Z_{21}}\times\frac{Z_{22}}{Z_3}$$

$(Z_1+Z_{21})=(Z_3-Z_{22})$

si on le m̂ module

Charmi Fidaa

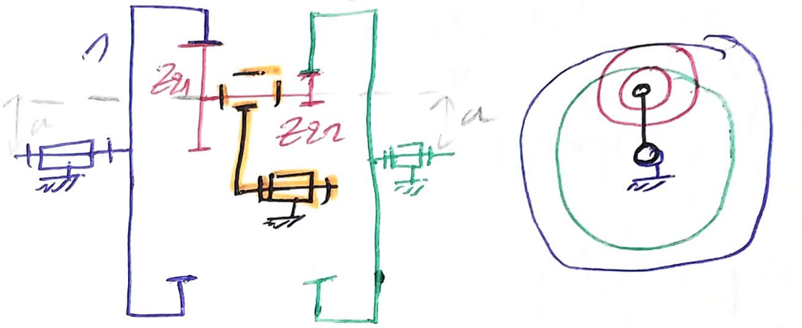
planétaire 3: pivot



$$\frac{\omega_3-\omega_4}{\omega_3-\omega_4}=-\frac{Z_1}{Z_{21}}\times-\frac{Z_{22}}{Z_{23}}$$

$(Z_1+Z_{21})=(Z_{22}+Z_3)$

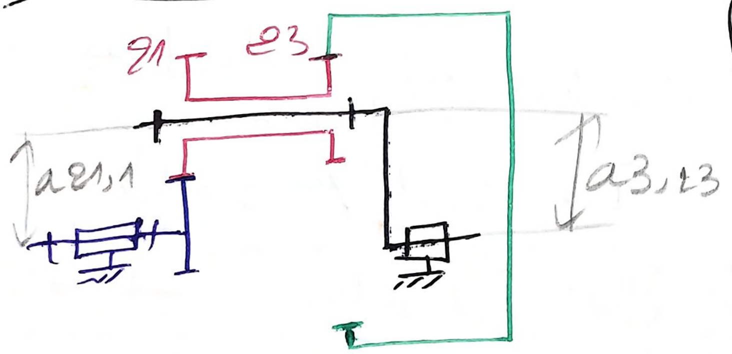
si ils ont le m̂ module



$$\frac{\omega_3-\omega_4}{\omega_1-\omega_4}=\frac{Z_1}{Z_{21}}\times\frac{Z_{22}}{Z_3}$$ (contact extérieur)

a:

$m_{21}(Z_1-Z_{21})=(Z_3-Z_{22})m_{3,22}$



$a_{21,1}=a_{3,23}$

$(Z_1+Z_{21})m_{1,21}=(Z_3-Z_{23})m_{3,23}$

m̂ distance entre les 2 axes

Rq! l'étude cinématique se fait avec 1 seul satellite même si on a plusieurs

m̂ formule de Willis

:) condition de montage: nbre de satellites ?

pour monter i satellites il faut:

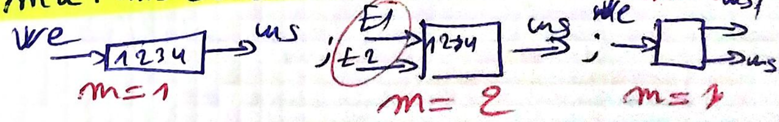
$$\frac{Z_{pl\,A}+Z_{pl\,B}}{i}=\text{entier}$$ + Zsat

[illegible]

cas 2/4

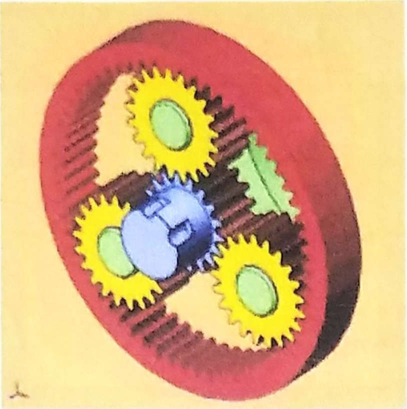
:) stabilité:

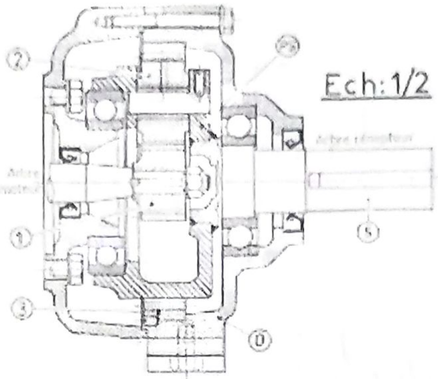
mu: nbre d'entrée indépendante (mobilité interne

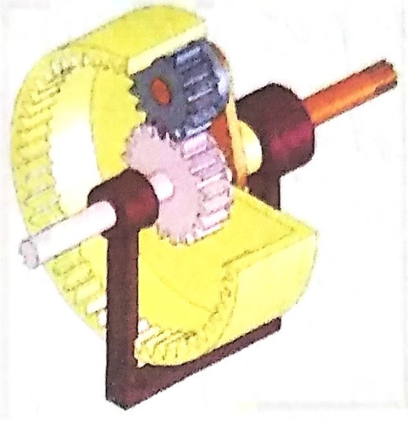


h: nbre de satellite − 1

$6\gamma-I_c=h-m$; eng = ponctuelle







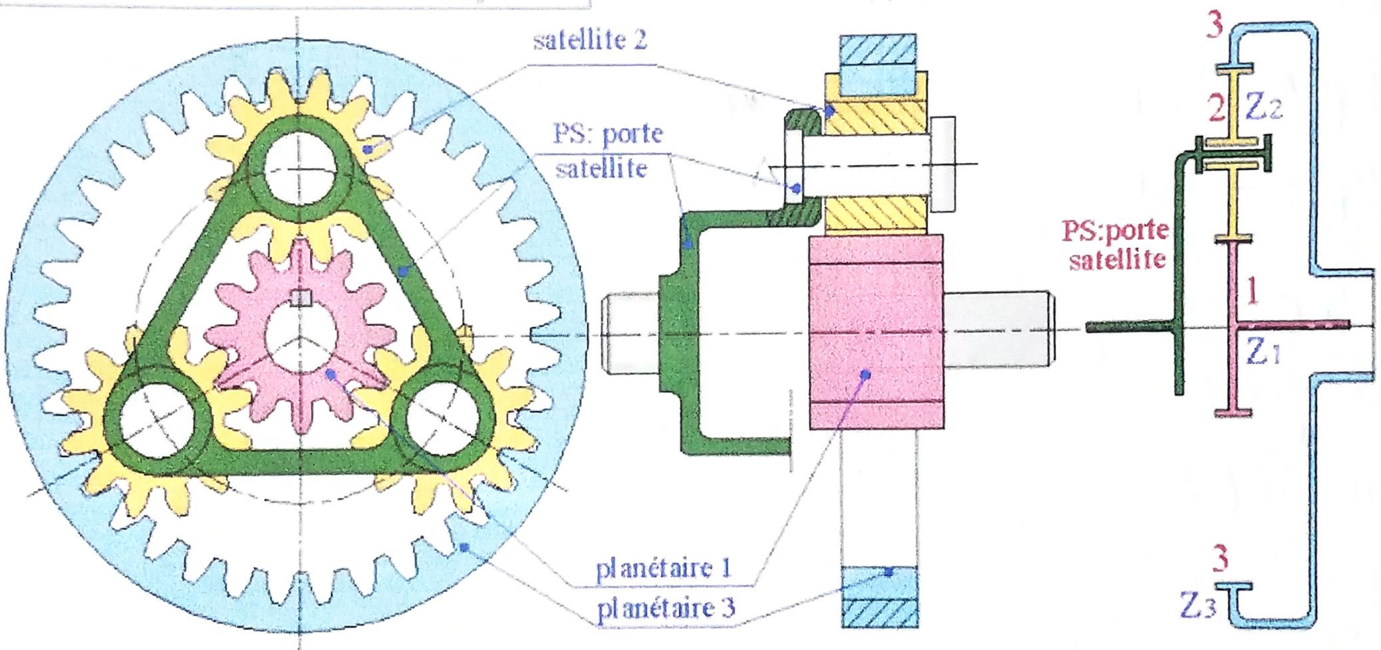
Train épicycloïdal simple

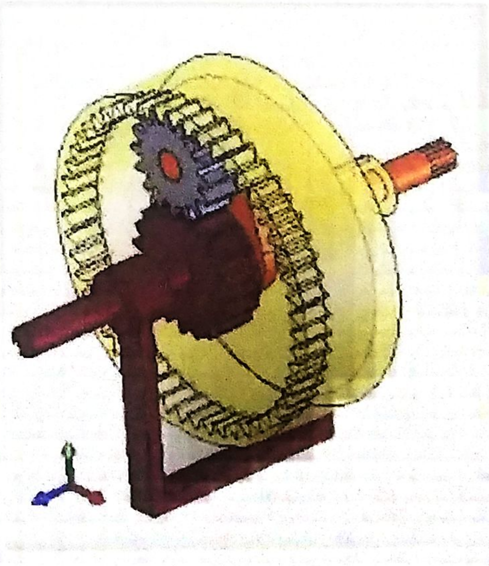
Formule de Willis

$$\frac{n_1 - n_{PS}}{n_3 - n_{PS}} = (-1)^y \cdot \frac{Z_3}{Z_1} = (-1)^y \cdot \frac{\omega_1 - \omega_{PS}}{\omega_3 - \omega_{PS}}$$

Cette configuration, la plus répandue, utilise un satellite à une seule roue dentée. Le rendement est bon et l'encombrement axial faible.

Le nombre des satellites (2, 3 ou 4) est sans influence sur le rapport de la transmission. Le fonctionnement n'est possible que si l'un des 3 éléments (1), (3) ou PS est bloqué.





Les variateurs de vitesse ①

I- Fonction :

- Transmettre un couple entre 2 machines (Motrice et réceptrice) avec une variation continue dans le temps.
- la variation continue du couple donc de la vitesse est assurer par un système de commande agir sur une amplitude { linéaire λ / angulaire θ

Elherni Fidaa

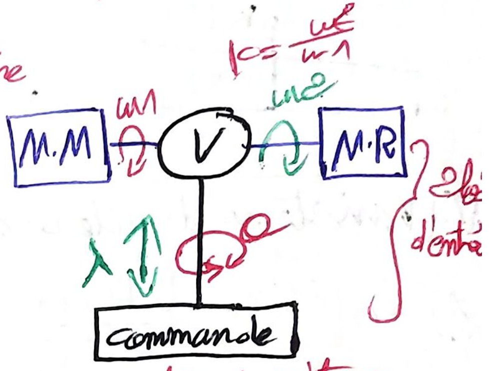
II- Différents types de variateurs :

- la variation est assurer en marche ⇒ progressive
- la nature de la transmission est par adhérence.
- 2 type de variateur de vitesse :
  - variateur à éléments transmetteurs flexible ⇒ Transmission par poulie-courroie
  - variateur à éléments transmetteurs rigides ⇒ transmission par roue de Friction

III- rapport de transmission :

$K = \frac{\omega \text{ sortie}}{\omega \text{ entrée}}$; $K = f(\lambda \text{ ou } \theta)$ — linéaire / angulaire

- si $0 < K < 1$ ⇒ Réduction
- si $-1 < K < 0$ ⇒ Réduction + inversion
- si $K > 1$ ⇒ multiplication
- si $K < -1$ ⇒ multip + inversion

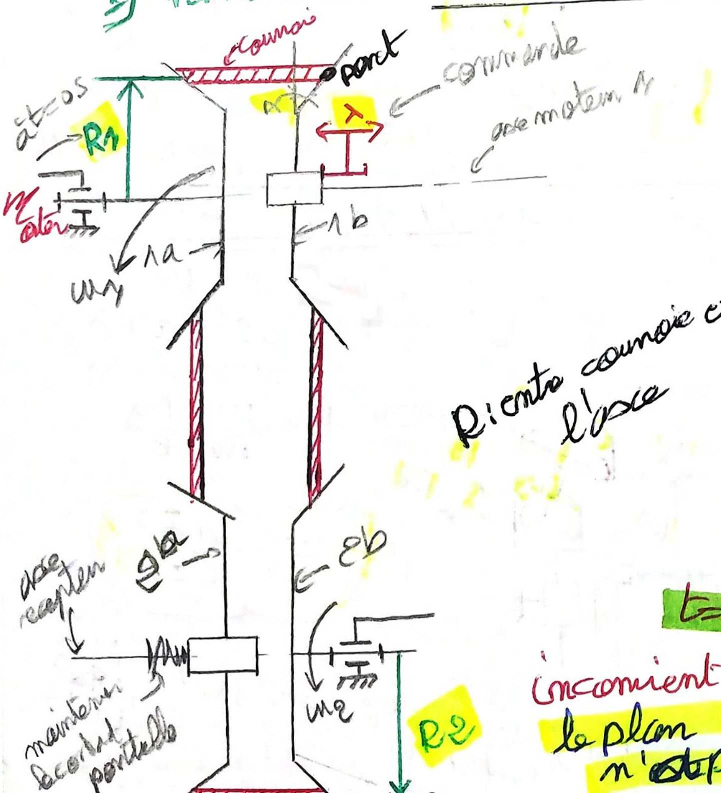


V = Variateur de vitesse

-IV- Variateur de vitesse à éléments Transmetteurs flexible :

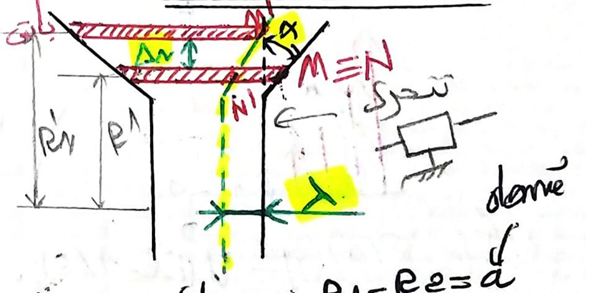
inextensible تتجبد شوية

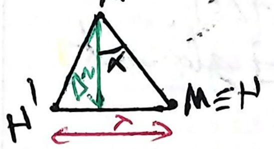
1) Variateur à entraxe constant fixe et commande sur une seule poulie :



R : entre courroie et l'axe

à t=0 :
à t=t1 :





$à\ t=0 \Rightarrow R_1 = R_2 = a$ — d

$à\ t=t_1 \Rightarrow R'_1 = a + \Delta r$ يكبر

$\Rightarrow R'_2 = a - \Delta r$ يصغار

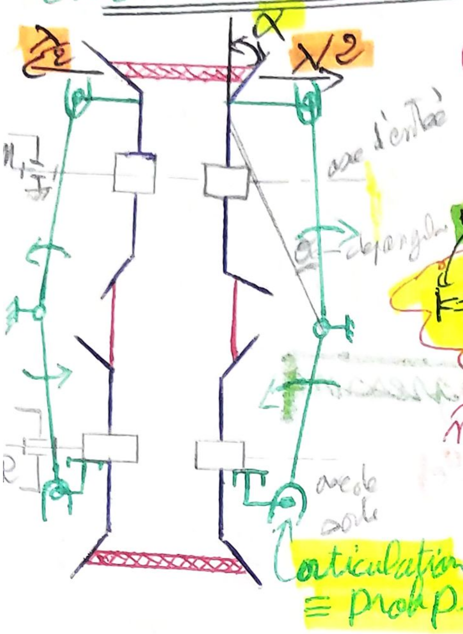
$tg\alpha = \frac{\lambda}{2\Delta r} \Rightarrow \Delta r = \frac{\lambda}{2tg\alpha}$

$$\Rightarrow K_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{a \mp \frac{\lambda}{2tg\alpha}}{a \pm \frac{\lambda}{2tg\alpha}}$$

t=t1   t=0   ± tg α

inconvénient :
le plan median de la courroie n'est pas être position fixe

2) Variateur de vitesse à entraxe cte et commande en 2 poulie :



plan median fixe [illegible]

Rq : le plan median de la courroie ne bouge pas ⊕

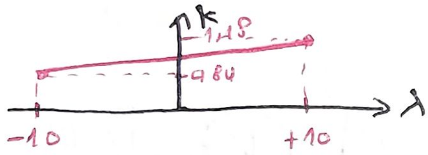
t=t1 ; t=0

$$k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a \mp \frac{\lambda}{2tg\alpha}}{a \pm \frac{\lambda}{2tg\alpha}}$$

mêm mais λ : image l'une l'autre

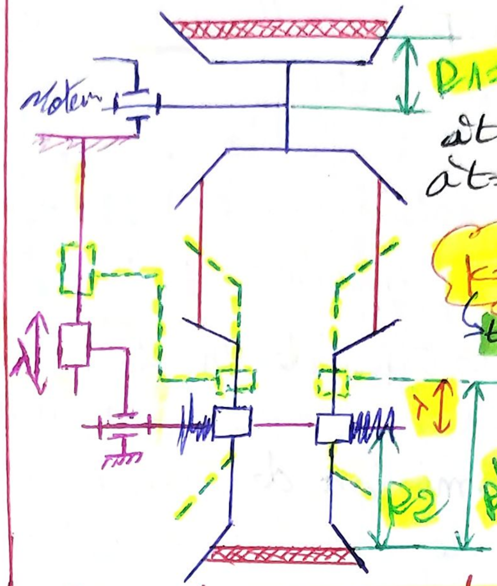
si a = 1000 mm

α = 30° ; −10 ≤ λ < +10



k à t=t1 chg بعد

3) Variateur de vitesse à entraxe variable : ②



à t=0 ⇒ R1=R2=a

à t=t1 ⇒ R1=a et R2= a±λ

$$k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a}{a \pm \lambda}$$

t=0 ; t=t1

R'2 a ∓ λ

λ↕ : dep d'axe uniquement mais la courroie ne bouge pas

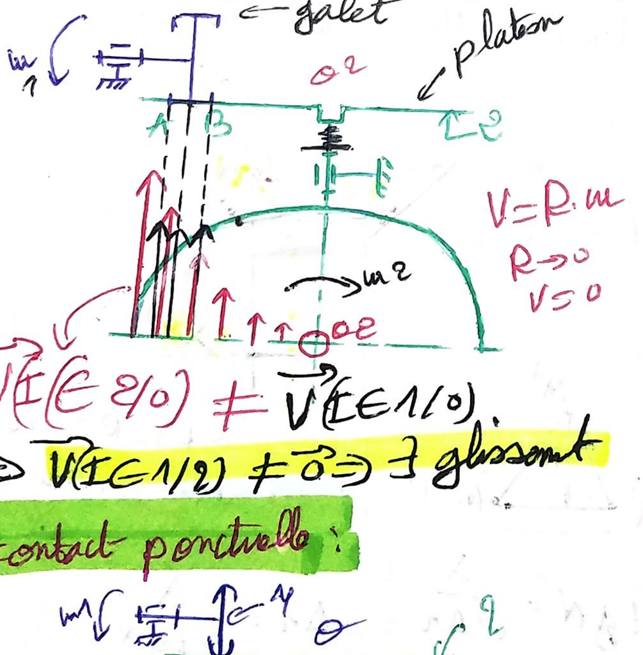
R : entre courroie et l'axe

Elhermi Fidaa

V] Variateurs de vitesse à élément transmetteurs rigides :

1) condition de RSG :

- transmission avec galet cylindrique et plateaux : contact linéique :



V = R.ω

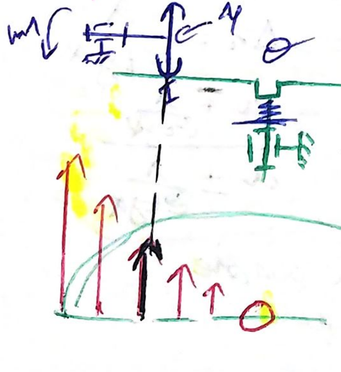
R → 0

V → 0

$\vec{V}(I \in 2/0) \neq \vec{V}(I \in 1/0)$

⇒ $\vec{V}(I \in 1/2) \neq \vec{0}$ ⇒ ∃ glissement

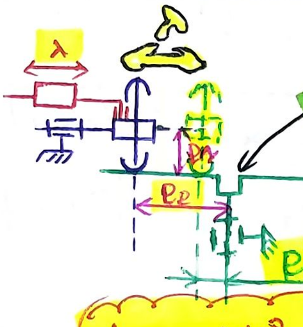
- contact ponctuelle :



$\vec{V}(I \in 1/0) = \vec{V}(I \in 2/0)$

⇒ pas de glissement

2) Variateur à axes perpendiculaires galet et plateau :



curvette : K ≠ ∞ [illegible]

galet ميتكسرش

à t=0 ⇒ R1=R2=a

à t=t1 R1=a

R2=a−λ

$$k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a}{a \pm \lambda}$$

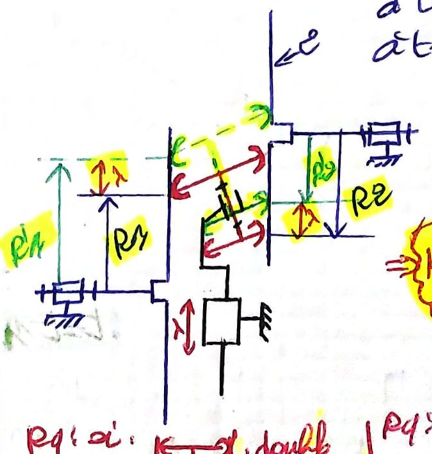
(a ∓ λ) assuré par la curvette

3) Variation à axes // et 2 plateaux + 2 galets :

à t=0 ⇒ R1=R2=a

à t=t1 ⇒ R'1=a+λ

⇒ R'2=a−λ



$$k = \frac{R1}{\cancel{Rg}} \times \frac{\cancel{Rg}}{R2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a \mp \lambda}{a \pm \lambda}$$

Rq : si : double contact

sol :

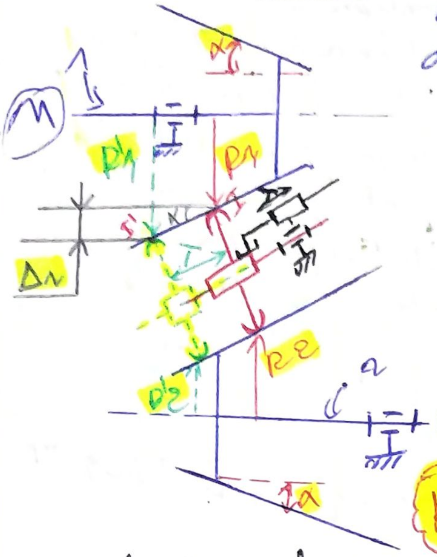
Rq : ∃ 1 galet : mais il est moins rigide

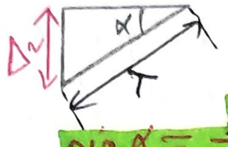
4) Variateur à axe //: galet cylindrique et 2 roues coniques :

à $t=0$; $R_1=R_2=a$

à $t=t_1$; $R'_1=a+\Delta_1$

$R'_2=a-\Delta_1$





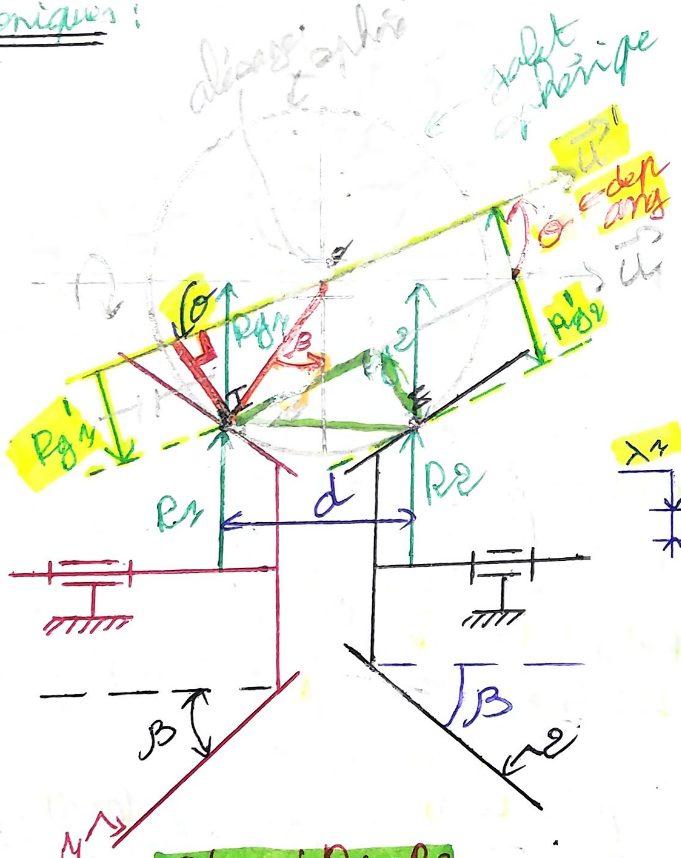
$\sin\alpha=\frac{\Delta_1}{\lambda}$

$\Rightarrow\Delta_1=\lambda\sin\alpha$

$$k=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{a\mp\lambda\sin\alpha}{a\pm\lambda\sin\alpha}$$

Rq: m̂ α pour les 2 cones pour éviter le coincement.

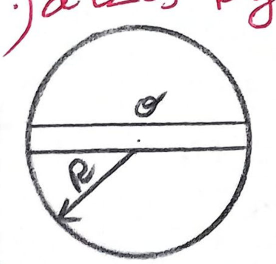
5) Variateur à galet sphérique et 2 roues coniques :



à t=qq; $R_1=R_2$

$$k=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{\cancel{R_1}}{Rg_1}\times\frac{Rg_2}{\cancel{R_2}}=\frac{Rg_2}{Rg_1}$$

) à $t=0$; $Rg_1=Rg_2\Rightarrow k=1$



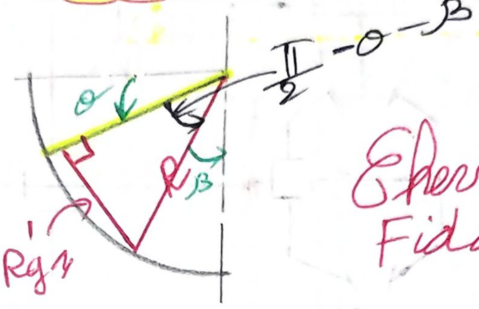
$$k=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{a-\lambda_1}{a+\lambda_2}$$
$$=\frac{a-R[\sin(\theta+\beta)-\sin\beta]}{a+R[\sin\beta-\sin(\beta-\theta)]}$$

$Rg'_1=?$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\theta-\beta)=\cos(\theta+\beta)$

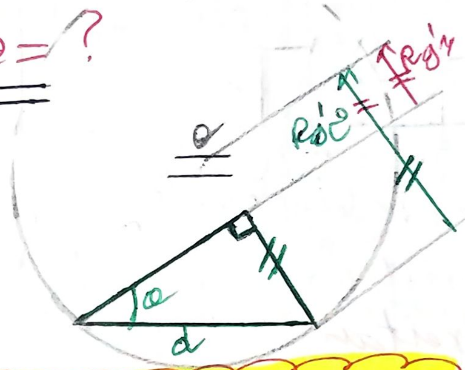
$=\frac{Rg'_1}{R}$

$$\Rightarrow Rg'_1=R\cos(\theta+\beta)$$



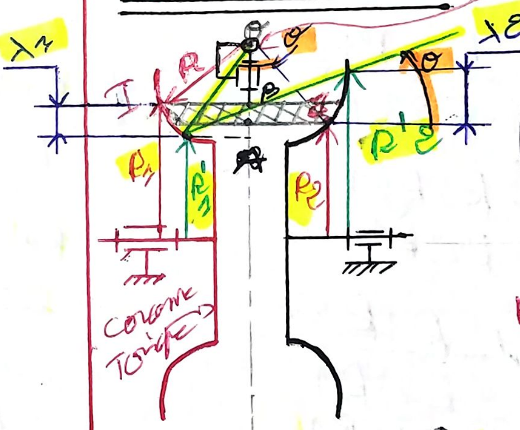
Elherni
Fidaa

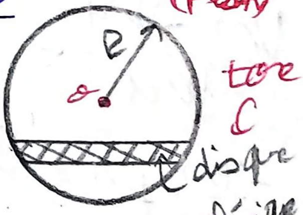
$Rg'_2=?$



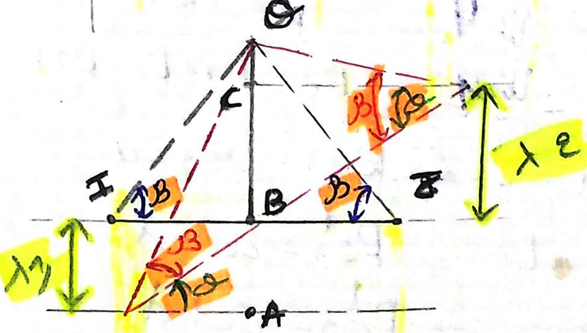
$$Rg'_2=Rg'_1+d\sin\theta$$
$$\Rightarrow k=\frac{Rg_2}{Rg_1}=\frac{R\cos(\theta+\beta)+d\sin\theta}{R\cos(\theta+\beta)}$$

6) Variateur à galet sphérique et 2 couronnes Toriques :





Rq: disque au centre si $\lambda_1=\lambda_2$

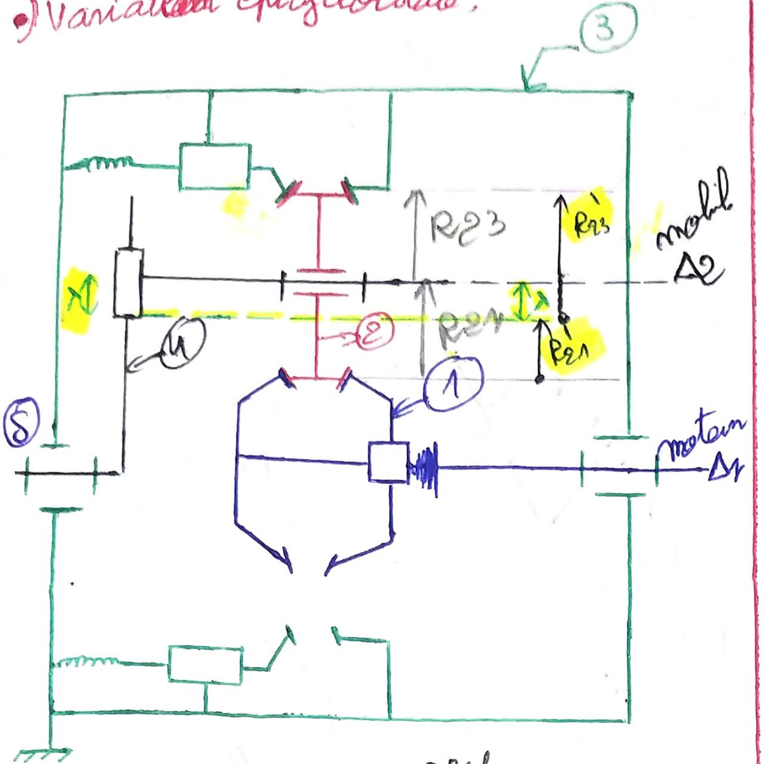


$\lambda_1=OA-OB$

$=R\sin(\theta+\beta)-R\sin\beta$

$\lambda_2=OB-OC=R\sin\beta-R\sin(\beta-\theta)$

• Variateur épicycloïdale :



4 : Bras = porte satellite

3 : planétaire

2 : satellite

1 : planétaire

Ehorni Fidaa

$$\frac{\omega_{1/4}}{\omega_{3/4}} = \frac{\omega_1-\omega_4}{\omega_3-\omega_4} = -\frac{R_3}{R_{23}} \times \frac{R_{21}}{R_1}$$

$\omega_3 = 0$ (liée au bati)

$$\frac{\omega_1-\omega_4}{-\omega_4} = -\frac{R_3 R_{21}}{R_{23} R_1}$$

$$-\frac{\omega_1}{\omega_4}+1 = -\frac{R_3 R_{21}}{R_{23} R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_4} = 1+\frac{R_3 R_{21}}{R_{23} R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{R_{23}\cdot R_1}{R_{23}\cdot R_1+R_3\cdot R_{21}}$$

à t = 0s ⇒ $R_{21} = R_{23} = a$

à t = t1 ⇒ $R'_{21} = a-\lambda$

⇒ $R'_{23} = a+\lambda$

$$\Rightarrow \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{(a\mp\lambda)R_1}{(a\mp\lambda)R_1+(a\pm\lambda)R_3}$$

Rq : Nbre d'entrée indépendant :
si $\omega_{PA} \neq 0$ et $\omega_{PB} \neq 0$ ⇒ 2 entrées

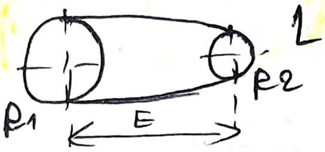
Rq : Variateur à entraxe : ⇒ m = 2
s'il y a un système à ressort sur la partie motrice ; donc il a un rôle c'est pour contrôler la pression entre la poulie (flasques) et la courroie et d'adapter automatique le diamètre d'enroulement à la valeur nécessaire.

Rq : Lp ?

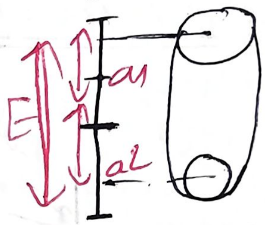
$$\frac{\pi d_1}{2}$$

||

$$L_p = 2E + \cancel{2}\,\pi R_1 + \pi R_2$$



E ? si il ya des engr ⇒ pb résolu
car



$E = a_1 + a_2$

Rq : αααα
si b ≤ k ≤ a : ⚠ faites attention à k
elle peut être $\frac{E}{S}$ non $\frac{S}{E}$ ⇐
donc il fait l'inverse

Rq : pr le train : $6Y - I_c = h - m$, $h = n - 1$ (nbre de sat)
pr le schéma cinén on prend les constitut du train + classe fixe (bati (0))

Rq : pour le train on fait l'analyse on le couple élevé donc ω faible car $P = C \cdot \omega$
C↗ ω↘
donc si $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$
on prend ω_1.

Rq : en PFS en pt . si la Force est ⊥ (proj) à la distance entre le pt et le pt d'app de la force ⇒ M ∃ : couple

$$\Rightarrow \mathcal{M}_O = F \cdot R$$

Rq : si $\eta = 1 \Rightarrow P_m = P_s$
sinon $\eta = \frac{P_s}{P_m}$
et $K = \frac{\omega_s}{\omega_m}$

①

coincement conique

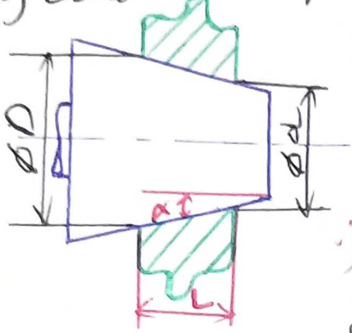
I] assemblage conique :

L'assemblage par emmanchement conique permettant d'obtenir des montages simples entre un arbre et un moyeu conique

- •) avantage : - montage simple sans clé
  - démontage facile
- •) inconvénient : usinage précis pour obtenir la coïncidence des conicités

Eherni Fidaa

•) caractéristiques :



•) conicité : C

$$\boxed{C = \frac{D-d}{L} = 2\,tg\,\alpha}$$

$\alpha > \varphi$: pas de coince

$\alpha < \varphi$: coincement

•) surface latérale de contact :

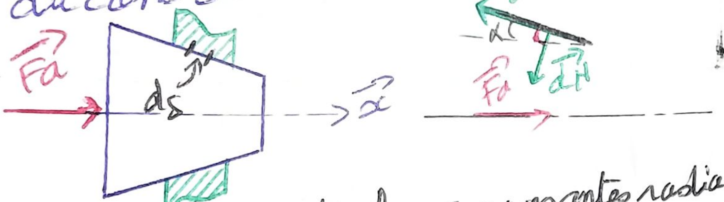
$$S = \pi \frac{D+d}{2} \cdot \frac{L}{\cos\alpha}$$

II] Effort de coincement :

on suppose que la pression dans l'assemblage à cône est uniforme

$p = cte$

on isole un élément de surface dS du cône de contact :



•) la somme de toutes les composantes radiales de ces 2 forces est nulle

•) $\sum \vec{F} \cdot \vec{x} = \vec{0} \Rightarrow dFa = -dH \sin\alpha - dT\cos\alpha$

avec $dT = f \cdot dH$; $dH = p \cdot dS$; $dS = r\,dr \frac{d\theta}{\sin\theta}$

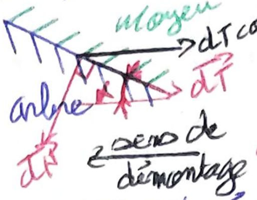
$dFa = +p(\sin\alpha + f\cos\alpha) \cdot dS$

$$\Rightarrow Fa = \int_S dFa = \int_{R_1}^{R_2} p\left(1 + \frac{f}{tg\alpha}\right) r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= +\pi \left[1 + \frac{f}{tg\alpha}\right] p\,(R_2^2 - R_1^2)$$

III] Force axiale de démontage :

sans force ext au moment de démontage les forces de pression ont tendance à repousser l'arbre % au moyeu ce qui favorise le démontage ; A l'inverse, les forces d'adhérence ont tendance à garder le contact et s'opposent ainsi au contact.



- le démontage peut avoir lieu sans nécessité d'un effort axial de démontage si les effets de pression dépassent les effort d'adhérence

$\Rightarrow dT\cos\alpha < dH \sin\alpha \Rightarrow \boxed{f < tg\alpha}$

$\Rightarrow f\,dH\cos\alpha < dH\sin\alpha$

$\Rightarrow tg\,\varphi < tg\,\alpha \Rightarrow \boxed{\varphi < \alpha}$

avec $f = tg\varphi$ et φ $\frac{1}{2}$ angle du sommet du cône d'adhérence

[illegible]

[illegible]

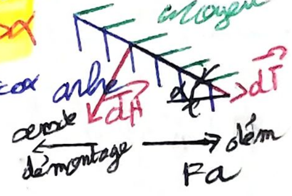
Face

$\Rightarrow \boxed{\text{démontage} \quad \varphi < \alpha}$

IV] Force axiale de démontage :

Le démontage n'est possible qu'après application d'une force axiale supplémentaire de démontage

il faut que : $f > tg\alpha \Rightarrow \varphi > \alpha$



$\sum \vec{F} \cdot \vec{x} = \vec{0} \Rightarrow dFa = dH\sin\alpha - dT\cos\alpha$

$= dH\sin\alpha - f\,dH\cos\alpha$

$= p\,dS\sin\alpha\left(1 - \frac{f\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$

$= p\,r\,dr\,\frac{d\theta}{\sin\alpha} \times \sin\alpha\,(1 - f/tg\alpha)$

dS

$$\Rightarrow Fa = \pi p\left(1 - \frac{f}{tg\alpha}\right)(R_2^2 - R_1^2)$$

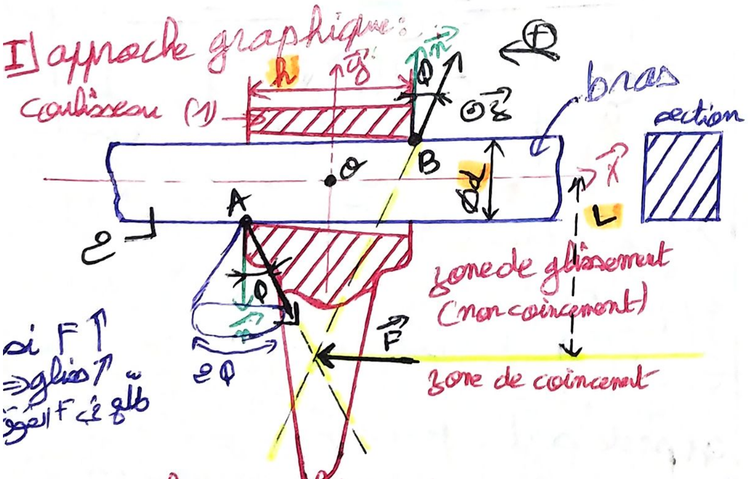
c'est la force minimale nécessaire pour équilibrer la composante axiale de la résultante des forces :

si $\varphi > \alpha \Rightarrow$ il faut une force axiale pour le démontage

---

Arcbotement (coincement de glissière)

I] approche graphique :



II] approche graphique :

on isole le coulisseau ; Bilan d'actions extérieurs :

*Action de (2) sur (1) : en A : $\vec{A_{2\to1}} = Ax\,\vec{x} - Ay\,\vec{y}$

• en B : $\vec{B_{2\to1}} = Bx\,\vec{x} + By\,\vec{y}$

• action extérieur $\vec{F} = -F\vec{x}$

PFS :

$\sum \vec{F} \cdot \vec{x} = \vec{0}$: $Bx + Ax - F = 0 \Rightarrow F = 2Ax$

$\sum \vec{F} \cdot \vec{y} = \vec{0}$: $By - Ay = 0 \Rightarrow Ay = By$

$\sum \vec{M} \cdot \vec{z}_{/O} = \vec{0}$: $-F \cdot L - \cancel{Bx\frac{d}{2}} + By \cdot \frac{h}{2} + \cancel{Ax \cdot \frac{d}{2}} + Ay \cdot \frac{h}{2} = 0$

$\Rightarrow Ax = Bx$

$$\Rightarrow tg\,\varphi = \frac{Bx}{By} = \frac{Ax}{Ay} = f \Rightarrow T = f \cdot N : \text{coulomb}$$

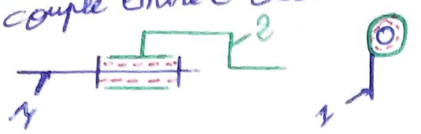
$\Rightarrow h = 2L\,tg\varphi$

$$\Rightarrow \text{glissement} : h > 2L\,tg\varphi$$

Roue libre (embrayage de sécurité)

②

c'est un embrayage sans glissement dépourvu de commande extérieur ; destiné à assurer dans un seul sens la transmission d'un couple entre 2 éléments d'une transmission



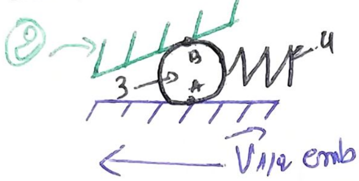
app | - commande d'arme alternative
- antidériveur
- convoyage et manutention
- Treuil
- Train épicycloïdal

emb ⟷ Frein

•) Types de Montages :

1) roue libre à frottement :

element transmetteur : Bille ou rouleau !



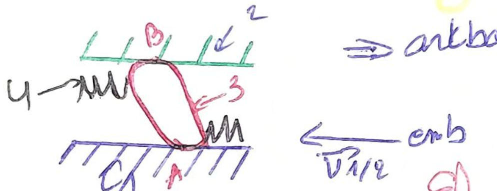
⇒ coincement conique

α ?

tg φ = f

2) " :

" : Galet

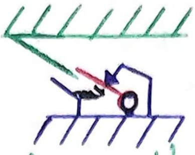


⇒ arc-boutement

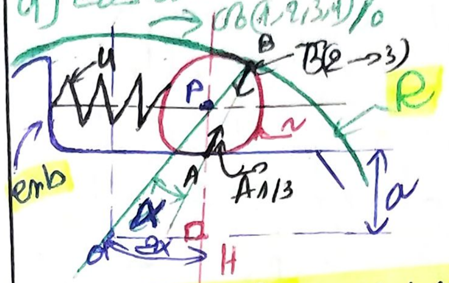
Chermi Fidaa

3) roue libre par obstacle :

elements transmetteur : cliquet



4) cas d'une roue libre à bille ou à rouleau :



Condition de non glissement $\alpha < \varphi = \arctan(f)$
$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha < f$
⇒ coincement

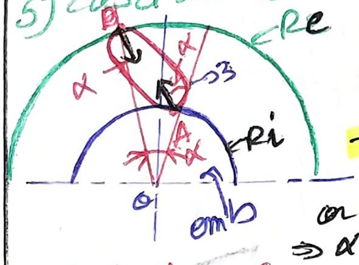
$$\cos(2\alpha) = \frac{PH}{OP} = \frac{a+r}{R-r} \;;$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} = \frac{1-\frac{a+r}{R-r}}{1+\frac{a+r}{R-r}} = \frac{R-2r-a}{R+a}$$

$\alpha = f(r, R, a)$

$$\Rightarrow f > \operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{R-2r-a}{R+a}}$$

5) cas d'une roue libre à galet de Forme :



condition de non glissement $\alpha < \varphi$
$\operatorname{tg}\varphi = f > \operatorname{tg}\alpha$

Triangle OAB : $Re^2 = Ri^2 + r^2 - 2Ri\,r\cos$

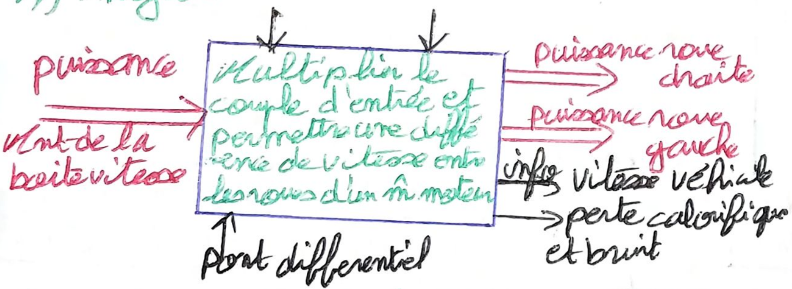
or $\alpha = \pi - O\hat{A}B$

$$\Rightarrow \alpha = \pi - \arccos\left(\frac{Re^2 - Ri^2 + r^2}{2Ri\,r}\right)$$

$$\Rightarrow f = \operatorname{tg}\varphi > \operatorname{tg}\left(\pi - \arccos\left(\frac{Re^2 - Ri^2 + r^2}{2Ri\,r}\right)\right) = -\operatorname{tg}F$$

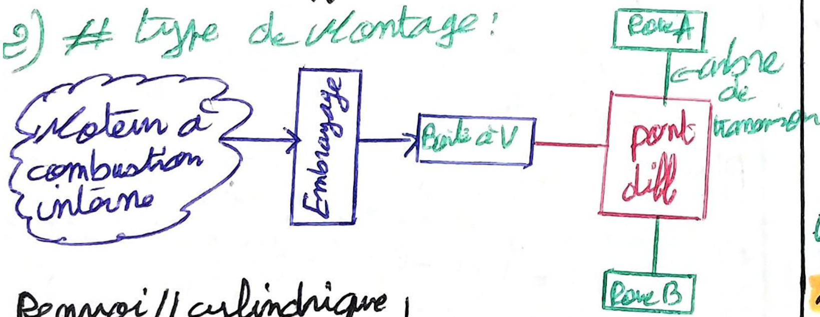
Différentiel

1) Englobale :

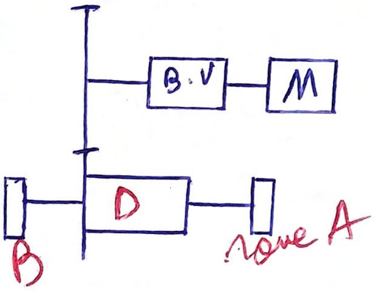


puissance
vient de la boite vitesse
Multiplier le couple d'entrée et permettre une différence de vitesse entre les roues d'un m̂ moteur
puissance roue droite
puissance roue gauche
info vitesse véhicule
perte calorifique et bruit
Pont differentiel

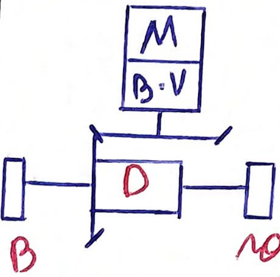
2) # type de Montage :



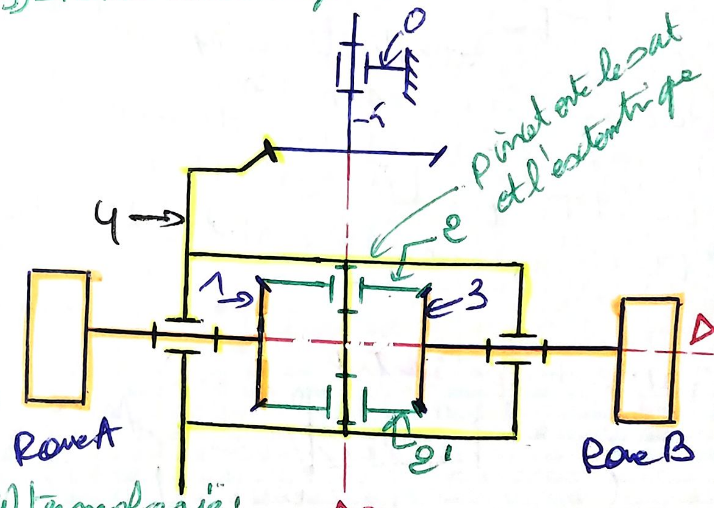
Renvoi // cylindrique



Renvoi // conique



3) schéma cinématique :



4) terminologie :

1 : planétaire A ; $Z_1 = Z_3$ (roue A)

3 : planétaire B

2, 2' : satellites (4) يدور مع
وينيك la plant

4 : porte sat (Bras)

5 : roue d'entrée + arbre secondaire

0 : bâti

5) willis !

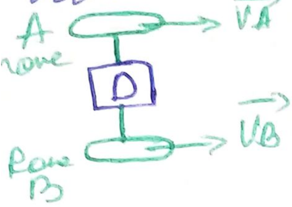
$$\frac{\omega_1-\omega_4}{\omega_3-\omega_4}=-\frac{Z_3}{Z_2}\cdot\frac{Z_2}{Z_1}=\frac{-Z_3}{Z_1}=-1$$

③

6) # configuration :

1) Trajectoire réctiligne :

marche en ligne droite



- Les roues parcourent la même distance

$VA=VB$

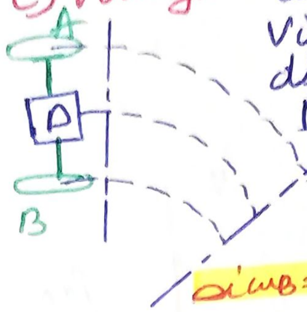
$\Rightarrow \omega A\ \cancel{R}A=\omega B\ \cancel{R}B$

$\omega A=\omega 1$
$\omega B=\omega 3$ avec $\frac{\omega 1-\omega 4}{\omega 3-\omega 4}=-1$

$\omega A=\omega B=\omega R\Rightarrow 2\omega 1=2\omega 4$

$\Rightarrow \omega A=\omega B=\omega R=\omega 4$

2) Virage : La roue A (extérieur au virage) doit parcourir une distance supérieur à la roue B (intérieur au Virage)

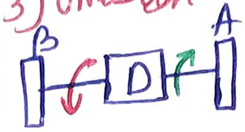


$\omega A=\omega 4+\omega_{rot}=\omega_4+\omega_e$

$\omega B=\omega 4-\omega_{rot}=\omega_4-\omega_e$

si $\omega B=0\Rightarrow\frac{\omega A-\omega 4}{-\omega 4}=-1$
$\Rightarrow\omega A=2\omega 4$

3) inversion :



$\omega 1=-\omega 3\Rightarrow\frac{\omega 3-\omega 4}{-\omega 1\ \omega 4}=-1$

$\Rightarrow\omega 1-\omega 4=\omega 1+\omega 4\Rightarrow$ Différentiel bloqué.

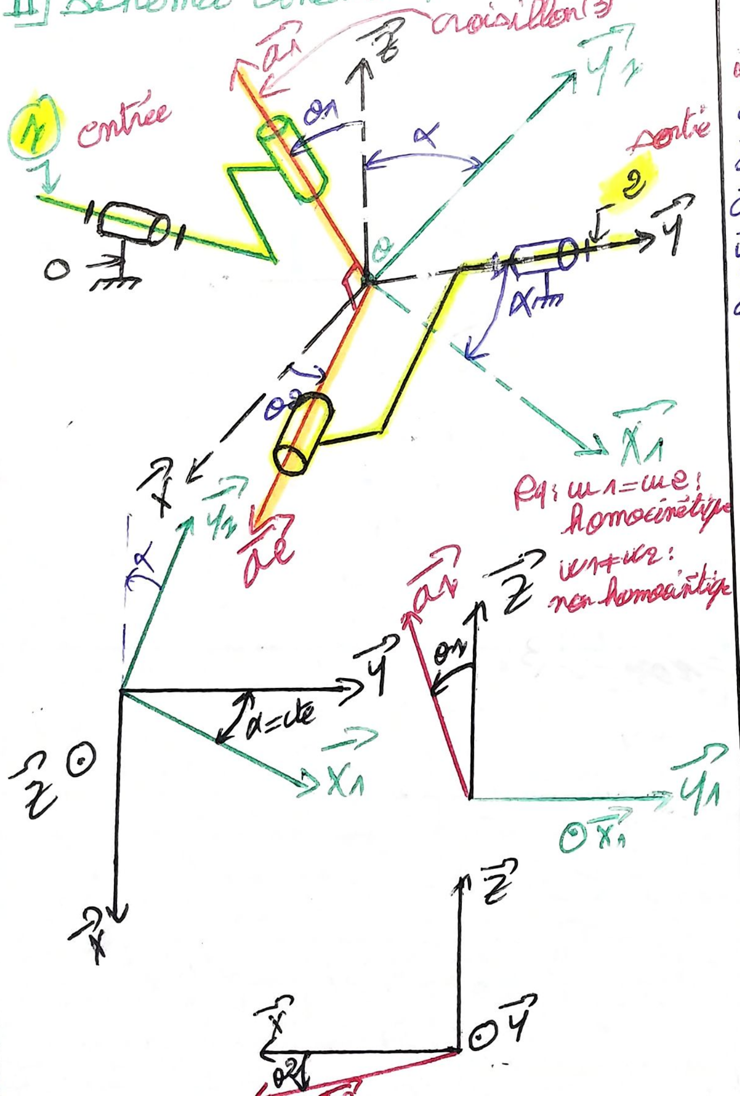
Ghermi Fidaa

Etude cinématique d'un Joint de cardan

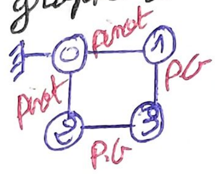
I] Fonction :

Transmettre un couple entre 2 arbres (moteur (1) et récepteur (2)) présentant un défaut d'alignement ; défaut conique

II] schéma Cinématique et paramétrage



•) graphe des liaisons :



α = angle de busure

•) Paramétrage d'entrée et de sortie

$\omega 1/0$ = vitesse angulaire de l'arbre d'entrée

$\omega 2/0$ = vitesse angulaire de sortie de l'arbre de sortie

Loi entrée - sortie en cinématique $\frac{\omega 2/0}{\omega 1/0}$?

conact géom du croisillon (3) ; $\vec{a_1}\perp\vec{a_2}\Rightarrow\vec{a_1}\cdot\vec{a_2}=0$

$\vec{a_2}=\cos\theta_2\vec{x}-\sin\theta_2\vec{Z}$

$\vec{a_1}=\cos\theta_1\vec{Z}-\sin\theta_1\vec{y_1}$

$\vec{y_1}=-\cos\alpha\vec{x}+\sin\alpha\vec{y}$

$\vec{a_1}=\cos\theta_1\vec{Z}+\sin\theta_1\cos\alpha\vec{x}-\sin\theta_1\sin\alpha\vec{y}$

$\vec{a_1}\cdot\vec{a_2}=(\cos\theta_2\vec{x}-\sin\theta_2\vec{Z})\cdot(\vec{a_1})$

$=\cos\theta_2\cdot\sin\theta_1\cos\alpha-\sin\theta_2\cos\theta_1=0$

$\Rightarrow tg\theta_2=\cos\alpha\ tg\theta_1$

$\omega 2/0=\frac{d\theta_2}{dt}$ et $\omega 1/0=\frac{d\theta_1}{dt}$

$\frac{d\,tg\theta_2}{dt}=\frac{d}{dt}(\cos\alpha\ tg\theta_1)\Rightarrow(1+tg^2\theta_2)\cdot\omega 2/0$

$=\cos\alpha\cdot\omega 1/0\ (1+tg^2\theta_1)$

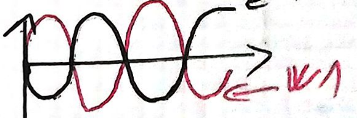
$\Rightarrow\frac{\omega 2/0}{\omega 1/0}=\cos\alpha\frac{1+tg^2\theta_1}{1+tg^2\theta_2}$; or $tg^2\theta_2+1=1+\cos^2\alpha\,tg^2\theta_1$

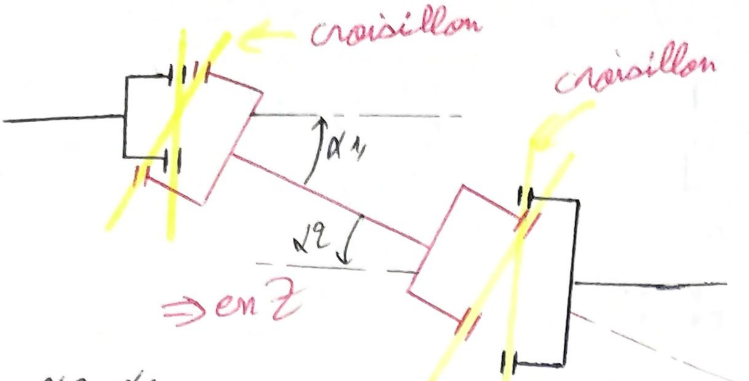
$\Rightarrow\frac{\omega 2}{\omega 1}=\cos\alpha\frac{1+tg^2\theta_1}{1+\cos^2\alpha\ tg^2\theta_1}$

$\Rightarrow\omega 2\neq\omega 1$: la transmition est non homocinétique

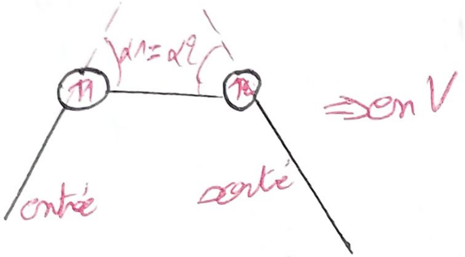
$\Rightarrow$ sol : utiliser 2 joint en série ou en V ou en Z

c.à.d :

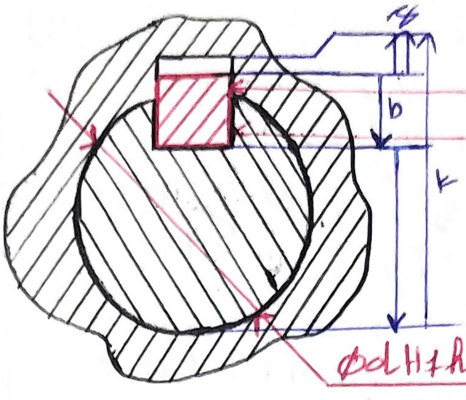




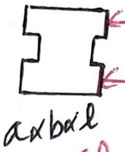
$\alpha_2 = \alpha_1$



Eterni Fidaa

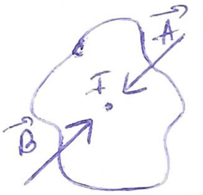


Rq :



⇒ Rôle : transmettre un couple

Etude statique



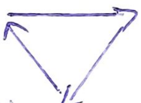
→ une pièce méc soumise à 2 Forces elle est en équilibre statique ssi les 2 Forces sont opposées.

$\|\vec{A}\| = \|\vec{B}\| \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$

en I : $\vec{M}(A)_I = \vec{M}(B)_I = \vec{0}$

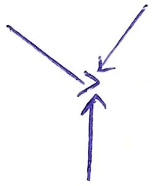
•) une pièce soumise à 3 Forces ; elle est en équilibre ssi les 3 Forces sont concourantes.

Resol graphique | résol analytique



$\Longleftrightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$

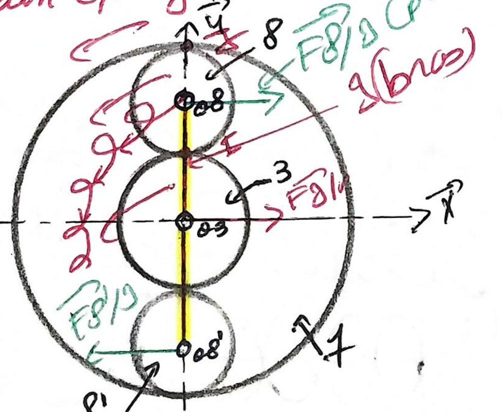
- 3 pts d'app
- 2 direction et une norme



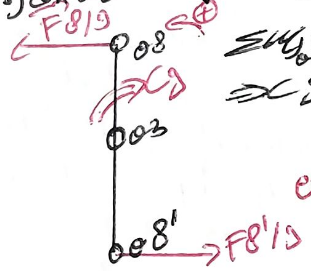
$\Longleftrightarrow \sum \vec{M} = \vec{0}$

•) étude des efforts au niveau des liaisons d'un train épicycloïdale :

torsen m sens : bizarre ⚠



•) on isole le bras (9) : graph d'interaction : 8' → ⑨ ← (E.IV) ; 8 →

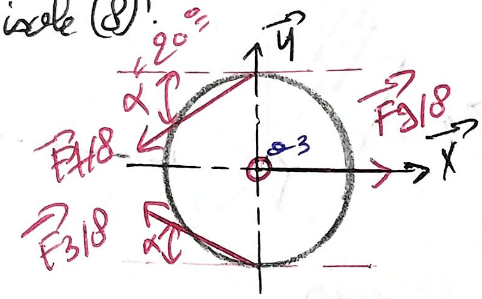


$\sum \vec{M}_{o3} = \vec{0}$

$\Rightarrow C_9 = o_3 o_8 \cdot F_{8 \to 9} + o_3 o_{8'} \cdot F_{8' \to 9}$

et $o_8 o_3 = R_8 + R_3 = \frac{d_8}{2} + \frac{d_3}{2} = \frac{m}{2}(Z_8 + Z_3) = a$

•) on isole (8) :



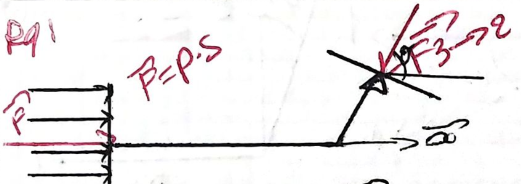
$\sum \vec{F}/\vec{x} = \vec{0}$: $F_{7/8} \cos\alpha - F_{3/4} \cos\alpha + F_{9/8} = 0$ ①

$\sum \vec{F}/\vec{y} = \vec{0}$: $-F_{7/8} \sin\alpha + F_{3/4} \sin\alpha = 0$ ②

$\Rightarrow F_{7 \to 8} = F_{3/8}$

① $\Rightarrow F_{7/8} = F_{3/8} = \frac{F_{9/8}}{2\cos\alpha}$

Rq :



$\sum \vec{F} \cdot \vec{x} = \vec{0}$: $-\vec{F}_{3 \to 2} \cos\theta + F = 0$

$\sum F \cdot \vec{y} = \vec{0}$: $-F_{3 \to 2} \sin\theta = 0$

⇒ n'est pas équilibré

⇒ on ajoute une Force