

stabilité : entrée bornée $\rightarrow$ sortie bornée (1)

lim finie

précision : l'aptitude d'atteindre une valeur visée : caracté par l'écart
 $\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t))$

rapidité : Temp : τ : plus rapide $\tau \approx 5\%$

amortissement : rapport entre les amplitudes successives des oscillations de la sortie.

transformée de Laplace:

impulsion de Dirac : $F(p) = 1$

echelon : $\frac{a}{p}$ (unitaire, $\frac{1}{p}$)

$t \cdot u(t)$ (ramp) $\rightarrow \frac{1}{p^2}$

$e^{-at} \cdot u(t) \rightarrow \frac{1}{p+a}$

Eheron fidan

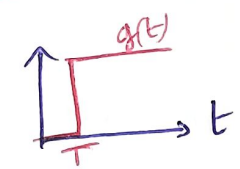
$\mathcal{L} \left(\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right) = p^n \cdot F(p)$

$[F'(0) = F''(0) = \dots = F^{(n)}(0) = 0]$

$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$

$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$

* th de retard

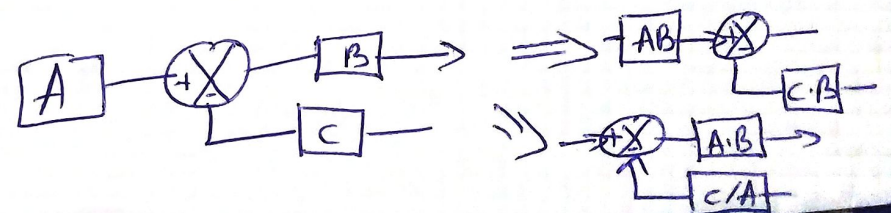
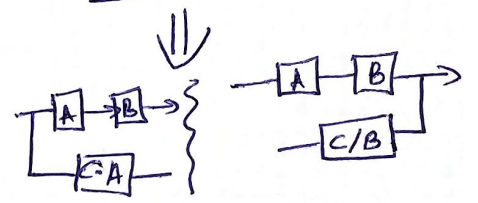
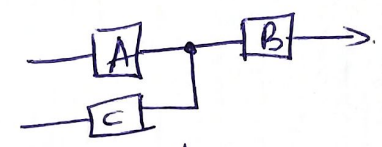
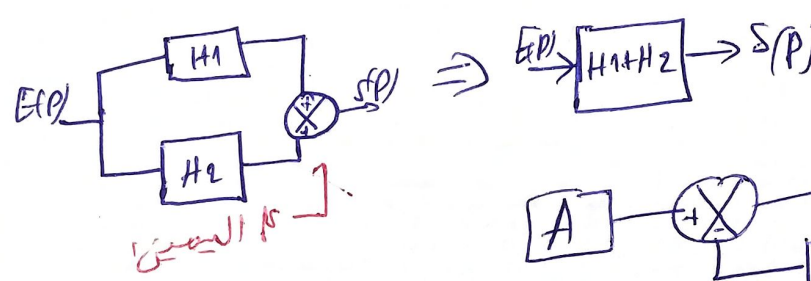
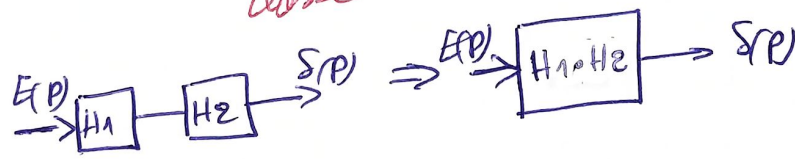


$\Rightarrow G(p) = e^{-Tp} \cdot F(p)$

F. de transfert:

Gain statique

$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K(1 + b_1 p + \dots + b_m p^m)}{p^d(1 + a_1 p + \dots + a_n p^n)}$
 K: Gain statique
 d: classe



impulsion $F(p) = 1$ Etude Temporelle

Echelon: $F(p) = \frac{1}{p}$ (unitaire); sinon $F(p) = \frac{a}{p}$

(1)

1^{er} ordre:

$$Z \frac{dS}{dz} + S(t) = k c(t)$$

$$\Rightarrow G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1+Zp}$$

impulsionnelle:

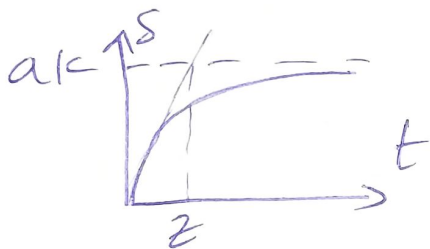
$$E(p) = 1$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{k}{1+Zp} \Rightarrow \frac{k}{Z} e^{-\frac{t}{Z}}$$



indicielle $\equiv$ réponse 1 échelon:

$$S(p) = \frac{k}{1+Zp} E(p) \Rightarrow ak(1 - e^{-\frac{t}{Z}})$$



Thermin Fidaa
GP

$$\Rightarrow S(\infty) = ak$$

$$\Rightarrow \Sigma S = a(1-k)$$

$$\Rightarrow t_{5\%} = 3Z$$

2^e ordre: $E = \frac{a}{p}$

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{k}{1 + \frac{2Z}{\omega_0} p + \frac{A^2}{\omega_0^2} p^2}$$

$\Sigma > 1$: 2 sol réel

$\Rightarrow$ apériodique

$$S(p) = \frac{k \omega_0^2}{(p-p_1)(p-p_2)}$$

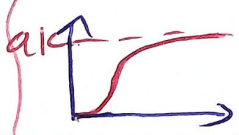
$\Sigma \leq 1$: 2 sol réel

$\Rightarrow$ critique

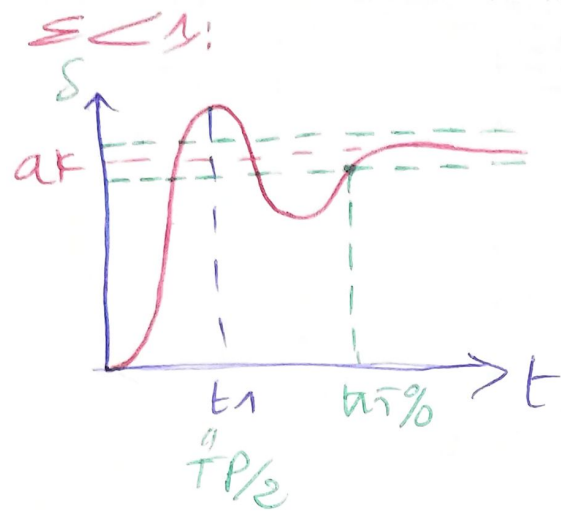
$$S(p) = \frac{a}{p} \cdot \frac{k \omega_0^2}{(p-p_1)^2}$$

$\Sigma < 1$: 2 sol conjugué

$\Rightarrow$ pseudo périodique



$\Rightarrow$



$$1) TP = \frac{\pi}{\omega_p} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2}} ; t_1 = \frac{TP}{2} \quad (8)$$

$$2) D_{1\%} = 100 \left| \frac{s_{max} - s(\infty)}{s(\infty) - s(0)} \right|$$

$$= 100 e^{-\frac{\pi \varepsilon}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}}$$

3) $t_{r5\%}$: graphiquement c'est la dernière val entrante double

$$4) t_{r5\%} = \frac{3}{\omega_0} \quad (5\%)$$

$$5) t_{r2\%} = \frac{4}{\omega_0} \quad (2\%)$$

Ehermi Fidaa
Ej

.) $G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$

.) $\phi = \arg(H(j\omega))$

.) élément du 1^{er} ordre:

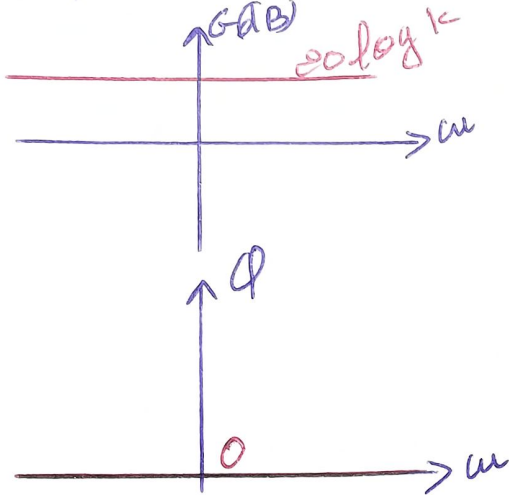
$F(p) = \frac{k}{1+Zp} \Rightarrow F(j\omega) = \frac{k}{1+Zj\omega} = \frac{k}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

.) 2^{ème} ordre: $p \Rightarrow j\omega$ $Z = \frac{1}{\omega_0^2}$

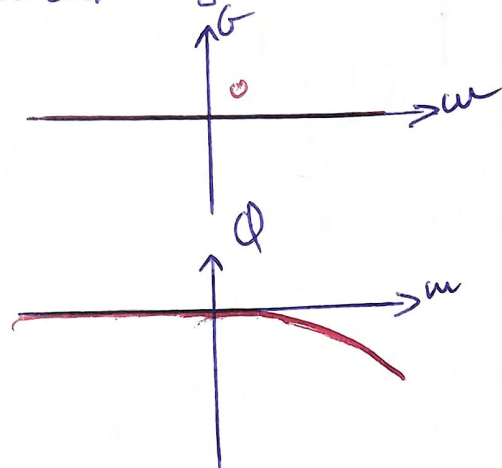
$F(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \Rightarrow F(j\omega) = \frac{k}{1 + j\frac{2\xi}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0} + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}$

.) Diag usuelles à retenir:

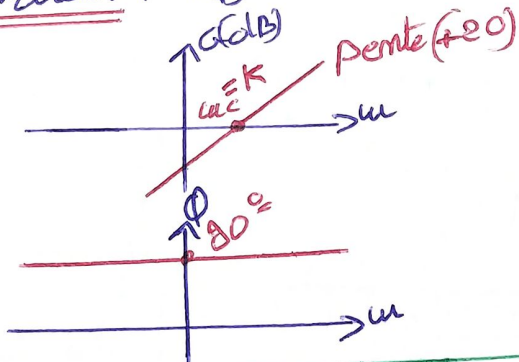
.) Gain pur: $H(p) = k$



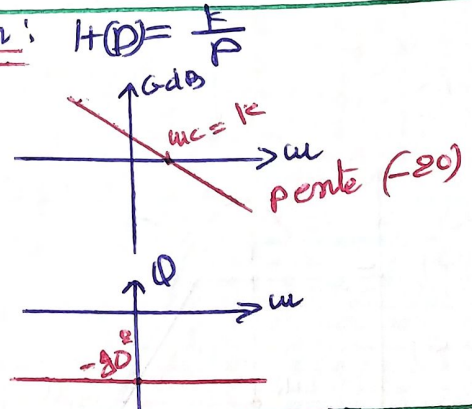
.) Retard pur: $H(p) = e^{-Tp}$
 $\Rightarrow G=0$ et $\phi = \arg H(j\omega) = -T\omega$



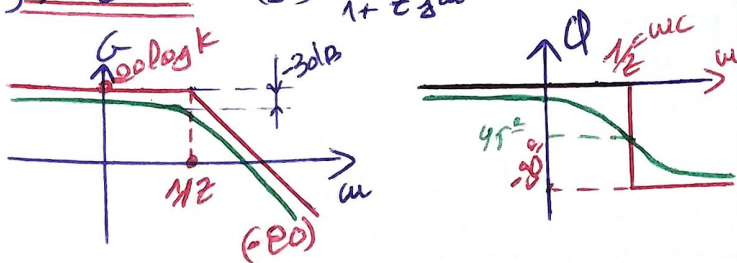
.) Dérivateur: $H(p) = Kp$



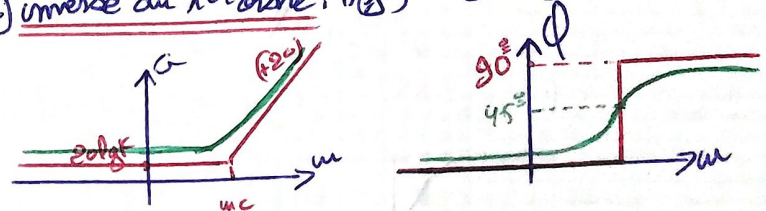
.) Intégrateur: $H(p) = \frac{K}{p}$



.) 1^{er} ordre: $H(j\omega) = \frac{k}{1+Zj\omega}$



.) Inverse du 1^{er} ordre: $H(j\omega) = K(1+Zj\omega)$



$\omega_c ? \Rightarrow \phi = 45^\circ; k ? \Rightarrow 20 \log k$

Cherhi Fidaou
~~El~~

2) Second order: produit de 2 1er ordre:

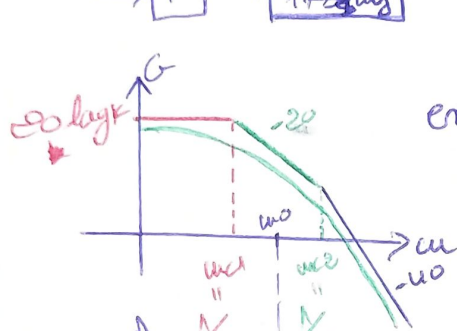
exemple: $F(p) = \frac{0,01}{p} \cdot \frac{(1+100p)}{(1+p+p^2)}$ $\omega_c = \frac{1}{100}$

$H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ $p \rightarrow j\omega: H(j\omega) = \frac{k}{1 + j\frac{2\zeta}{\omega_0} \omega + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$

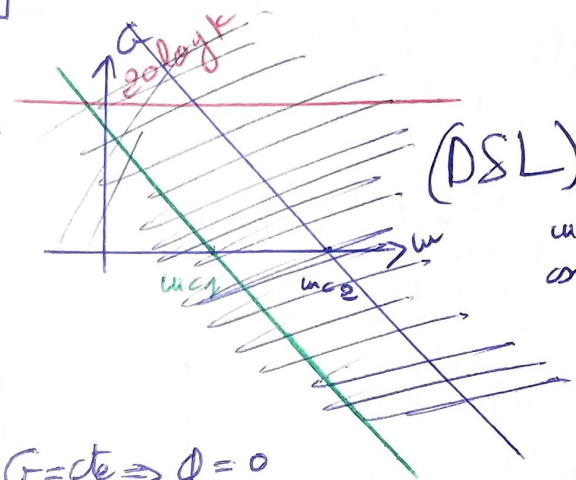
cas $\zeta > 1$: 2 pôles

$z_1 = -\frac{1}{p_1}; z_2 = -\frac{1}{p_2} \Rightarrow \frac{1}{z_1} = \omega_{c1}$ et $\frac{1}{z_2} = \omega_{c2}$

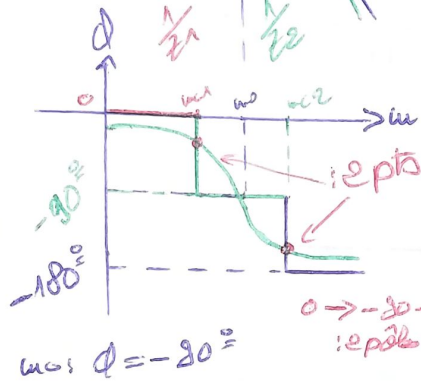
Ehrami Fidaa



en réalité:



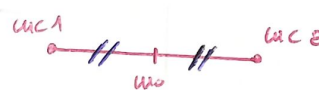
$\omega_{c2} > \omega_{c1}$
or $z_2 < z_1$



$G = 0 \Rightarrow \phi = 0$
 $G = \text{pente } -20 \Rightarrow \phi = -90^\circ$
 $G = \text{pente } -40 \Rightarrow \phi = -180^\circ$
 $\omega_0 ? \Rightarrow \phi = -90^\circ$

Pq: $z_1 + z_2 = \frac{2\zeta}{\omega_0}$

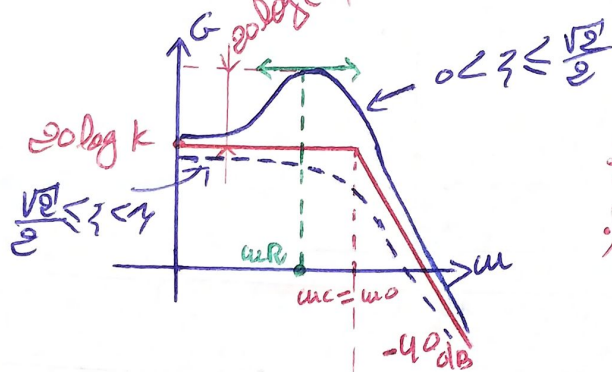
$z_1 \cdot z_2 = \frac{1}{\omega_0^2}$



$\omega_{c1} = \frac{1}{z_1} = -p_1$
 $\omega_{c2} = \frac{1}{z_2} = -p_2$
 les racines de dénominateur de $H(j\omega)$

cas $\zeta < 1$: 2 pôles complexes $\Rightarrow$ résonance

$F(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

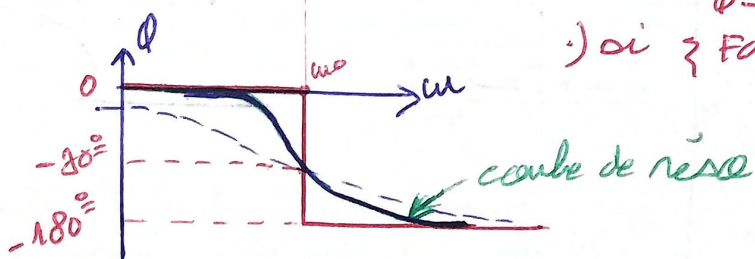


$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$

$\phi = \frac{|H(j\omega)|}{|H(j0)|} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$: surtension (à éviter)

si $\omega_r \rightarrow \omega_c$
 $\phi \rightarrow 0$

si ζ Faible $\Rightarrow$ res. Faible

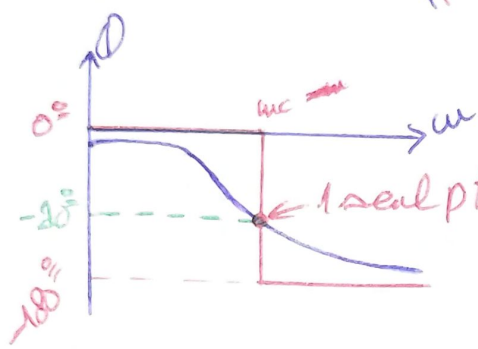
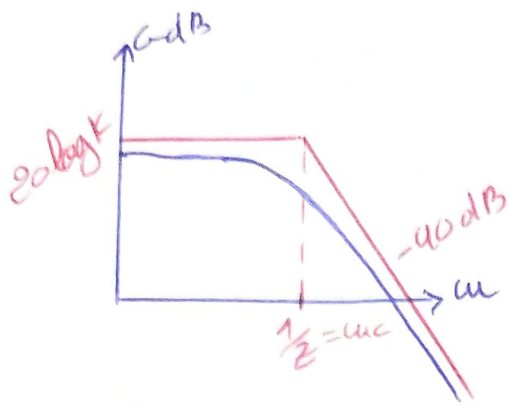


cas où $\xi = 1$: 1 seul pt d'inflexion: $0 \rightarrow -180^\circ$: pôles doubles

$$F(p) = \frac{k}{(1+2p)^2} \quad (U)$$

$\Rightarrow$ pas de résonance

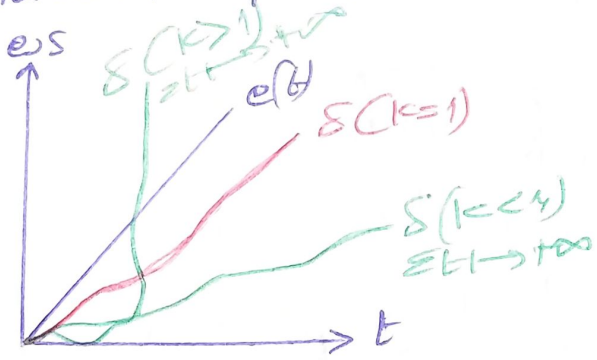
Cherri Fidaa



réponse en vitesse:

entrée: Rampe de pente $a \Rightarrow e(t) = at \cdot u(t) \Rightarrow E(p) = \frac{a}{p^2}$

Ecart de traînage ε_t ou en vitesse ε_v



$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) - s(t) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p [E(p) - S(p)] \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) [1 - H(p)] \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{a}{p^2} \left[1 - \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \right] \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} a \left[\frac{1 - \frac{k}{\omega_0^2}}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi = 1 &\Rightarrow \varepsilon_t = \frac{2\xi a}{\omega_0} \\ \xi > 1 &\Rightarrow \varepsilon_t \rightarrow +\infty \\ \xi < 1 &\Rightarrow \varepsilon_t \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

détermination de ξ : FTBF

$$\begin{aligned} G_{dB} &= 20 \log |H(j\omega)| \\ &= 20 \log(k) - 10 \log \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right) \\ &\Rightarrow \text{pour } G = 40 \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow \xi = - \end{aligned}$$

stabilité

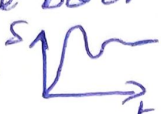
④

• Syst asservis:

- une amplification de puissance
- une boucle fermée

temps de réponse le plus rapide $\Rightarrow \tau = \frac{1}{\sigma}$
 $\Rightarrow t_{5\%} = \frac{3}{\sigma}$

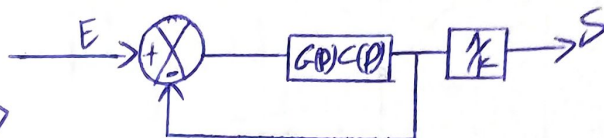
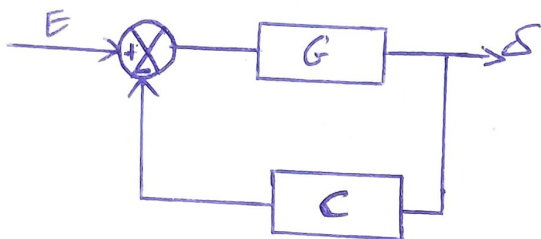
• Syst stable:

- entrée bornée $\Rightarrow$ sortie bornée
- réponse indicielle stable: 
- syst stable ssi $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0$

; instable: 

1) F.T pour un syst asservi:

Chemin Fida



$$FTBO = G \cdot C = T(p)$$

$$FTBF = \frac{T(p)}{1+T(p)}$$

FTBF

e) Critère algébrique de stabilité: Routh: encodement de K

$$F(p) = \underline{FTBF(p)} = \frac{T(p)}{1+T(p)} = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{A_m p^m + \dots + A_0}{B_n p^n + \dots + B_0}$$

- il faut que les B_i sont de m même signe que B_n
- les pôles de $D(p)$ sont réelles ($\oplus$ Routh: sans connaître les pôles)

$$F(p) = \frac{1}{(1+3p)(1+4p)} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = -\frac{1}{3} \\ p_2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 2 \text{ pôles réelles}$$

• si $B_i = 0$ ou chg de signe: syst instable

• par exemple: $p^3 + 3p^2 + p + k$: $\Rightarrow$ il faut que $k > 0$: stable

Rq: pour le $e^{\text{ème}}$ ordre: $k > 0$ (Routh): 1^{er} et $e^{\text{ème}}$ ordres ts stables.

$$\begin{array}{ccccccc} p^n & B_n & B_{n-2} & B_{n-4} & \dots & B_0 \\ p^{n-1} & B_{n-1} & B_{n-3} & B_{n-5} & \dots & B_1 \\ p^{n-2} & 0 & & & & \\ p^{n-3} & d_1 & & & & \\ \vdots & & & & & \end{array} \Rightarrow C_1 = \frac{-1}{B_{n-1}} \left| \begin{array}{cc} B_n & B_{n-2} \\ B_{n-1} & B_{n-3} \end{array} \right|$$

3) Critère graphique: Rivers: FTBO

③

⑤

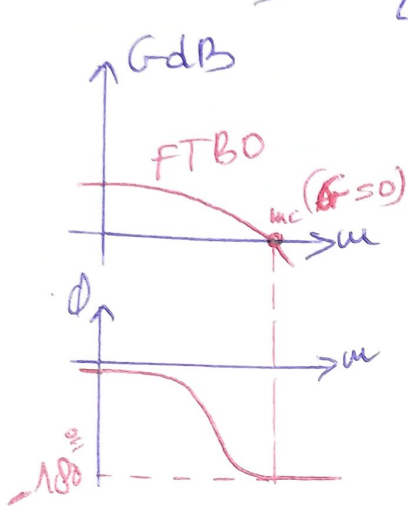
$$D(p) = 0 \Rightarrow 1 + FTBO = 0$$

$$\Rightarrow FTBO(j\omega) = -1$$

pt critique: pt limite de stabilité (1, -180°):

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = 1 \Rightarrow 20 \log |H(j\omega)| = 0$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(H(j\omega)) = -180^\circ$$



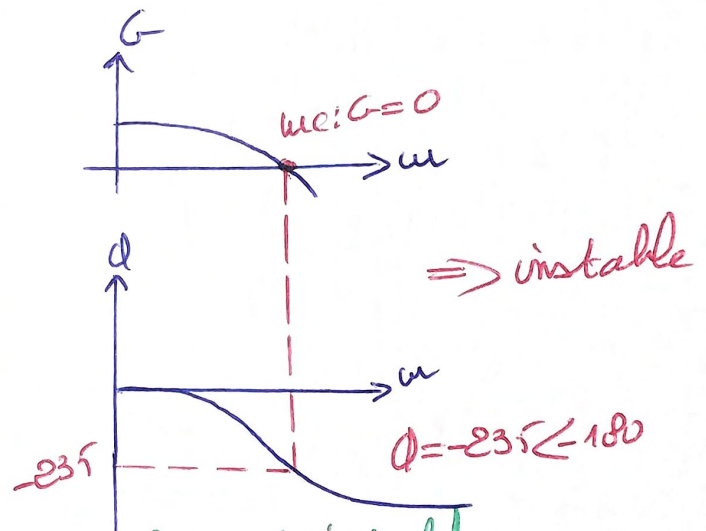
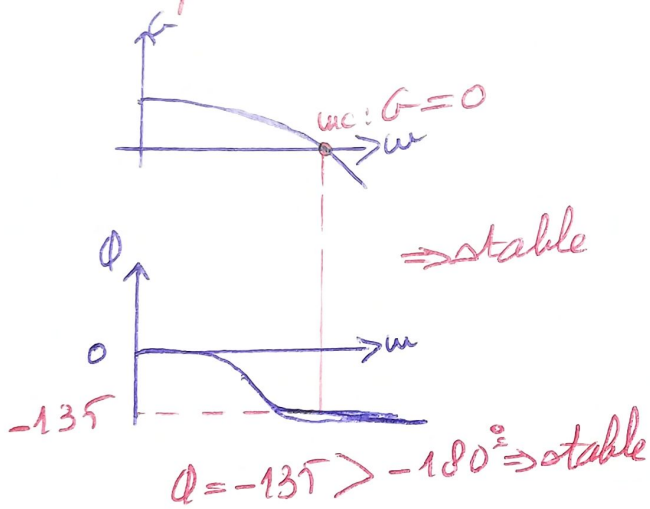
.) syst stable si $\omega < \omega_{mc}$

.) syst stable: $|H(j\omega)| = 1$ et $\text{Arg}(H(j\omega)) > -180^\circ$

.) syst stable: $\text{Arg}(H(j\omega_2)) = -180^\circ$ et $|H(j\omega_1)| < 1$
 $0 < \omega < \omega_{mc}$

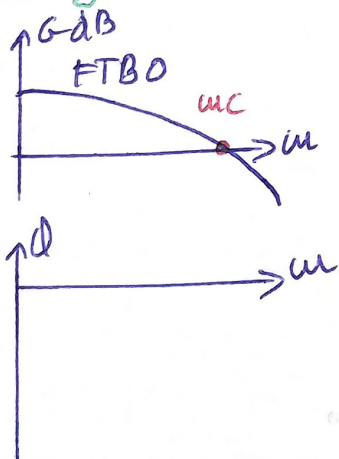
Ehem Fidaa

exemple:



Rq: si $K \uparrow$ (gain) de FTBO: rend le syst instable

4) Zone de Gain et de phase:

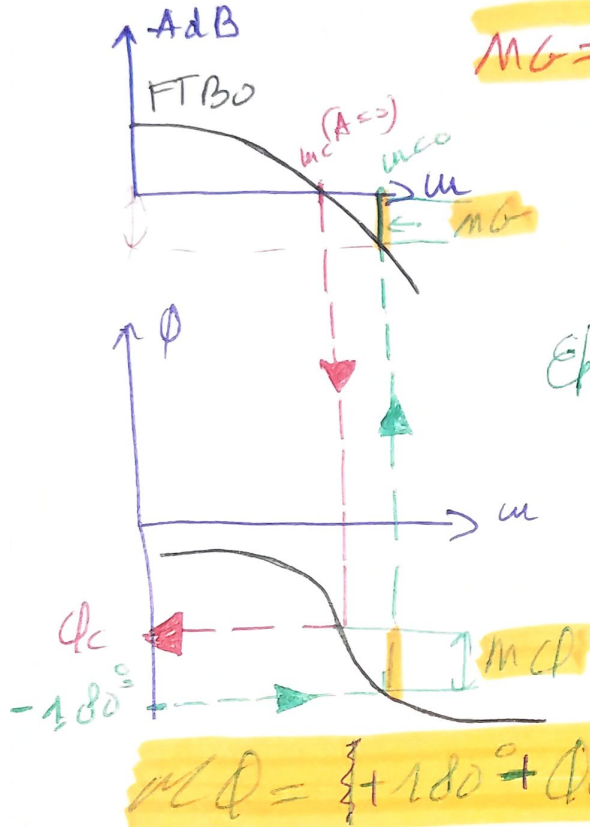


Stabilité : marge de gain et marge de phase

⇒ il faut rester "suffisamment" à l'écart de la limite de la stabilité caractérisée par le point critique (1, -180°)

⇒ on définit les marges :

→ tracé dans le plan de Bode :



$$MG = |AOLB(\omega_c)| = 20 \log |H_s(\omega_c)|$$

⇒ pour que le sys soit "robuste" vis-à-vis de la stabilité : il faut :

Cherchi Fidaou
valeurs courantes

$$6 < MG < 15 \text{ dB}$$

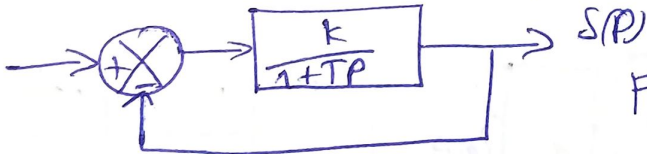
$$45^\circ \leq MCP \leq 60^\circ$$

-) $MP > 0 \Rightarrow$ stable
-) $MP < 0 \Rightarrow$ inst
-) $MP = 0$: limite de stab

$$MCP = \{ +180^\circ + \phi_c \} = \text{Arg}(G=0) + 180 ; |G(\omega_c)| = 1$$

Rapidité d'un syst Bouclé (assemblé)

-) critère $\pm 5\%$: 1er ordre : $t_r 5\% = 3 \tau$; $F(\omega) = \frac{1}{1+\tau p}$
- second ordre : $t_r = \omega_0 t_r 5\%$
- temps réglé $\rightarrow$ abaque

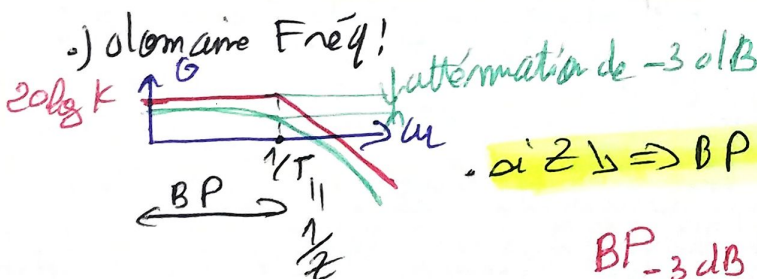


$$FTBO = \frac{K}{1+TP}$$

$$FTBO = \frac{FBO}{1+FTBO}$$

-) τ syst bouclé $\Rightarrow$ plus rapide
-) $\uparrow K$ (gain) en FTBO $\Rightarrow$ syst plus rapide

cd : K de FTBO $\uparrow \Rightarrow$ plus rapide



· si $\tau \Rightarrow BP \uparrow \Rightarrow$ syst plus rapide

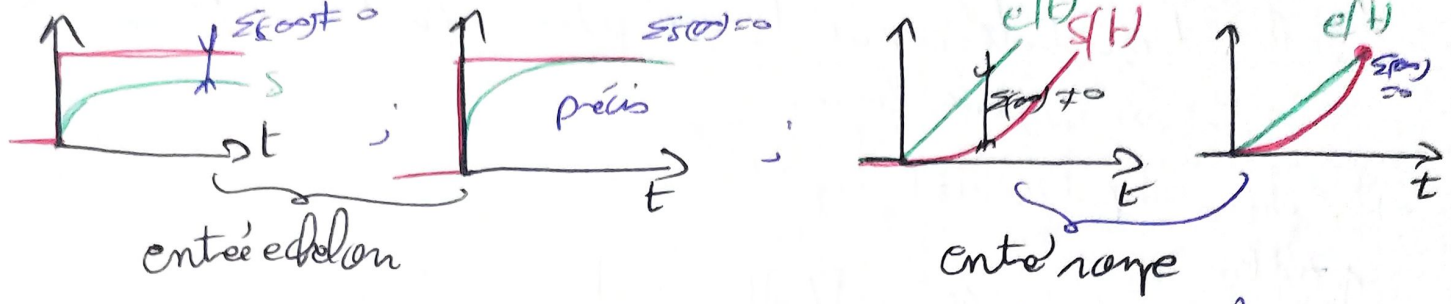
$$BP_{-3dB} FTBF \simeq BP_{dB} \text{ de } FTBO$$

$$\Rightarrow K \uparrow \Rightarrow \text{plus rapide}$$

Précision statique d'un syst Boucle

②

⇒ défini en régime permanent :



1) erreur statique: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t))$ (régime per)
 $= E(p) - FTBO \cdot \varepsilon(p)$

$FTBO = \frac{K}{p^\alpha} \frac{H(p)}{D(p)}$
 α : classe l'ordre, deg de $D(p) + \alpha$ (ordre FTBO)

⇒ $\varepsilon(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)} E(p)$
 + th de val final
 $\lim_{t \rightarrow \infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \times -$

.) erreur stat impuls: $E(p) = a \Rightarrow \varepsilon = 0$

.) erreur stat indicielle: $E(p) = \frac{a}{p} \Rightarrow$ échelon unitaire

.) si $\alpha = 0 \Rightarrow \varepsilon p = \frac{a}{1+K}$

.) si $\alpha \geq 1 \Rightarrow \varepsilon p = 0$

.) erreur stat de Traînage: $e(t) = a t \cdot u(t)$

.) si $\alpha = 0 \Rightarrow \varepsilon p \Rightarrow +\infty$

.) si $\alpha = 1 \Rightarrow \varepsilon p = \frac{a}{K}$ si $K \uparrow \Rightarrow \varepsilon p \downarrow$

.) si $\alpha > 1 \Rightarrow \varepsilon p = 0$

.) si $e(t) = a t^2 u(t)$ échelon d'accélération

.) si $\alpha = 0 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow +\infty$

.) si $\alpha = 1 \Rightarrow \varepsilon \rightarrow +\infty$

.) si $\alpha = 2 \Rightarrow \varepsilon = \frac{a}{K}$

.) si $\alpha > 2 \Rightarrow \varepsilon = 0$

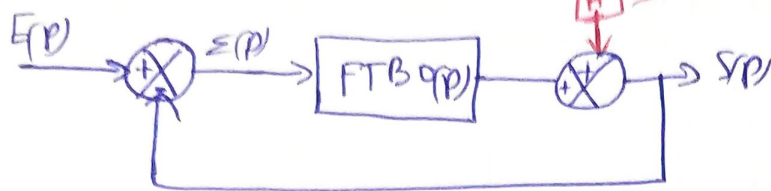
$E(p)$	$\alpha=0$	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha>2$
a	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0$
$\frac{a}{p}$	$\varepsilon = \frac{a}{1+K}$	0	0	0
$\frac{a}{p^2}$	∞	$\frac{a}{K}$	0	0
$\frac{a}{p^3}$	∞	∞	$\frac{a}{K}$	0

Rq ⇒ on n'ajout pas une intégr par la précision de syst car il y a un risque de devenir instable

$\varepsilon(p) = \lim_{E \rightarrow +\infty} \text{entrée - sortie}$
 $H(p) = \frac{S}{E}$

$= \lim_{p \rightarrow +\infty} E - H(p) \cdot E = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(1 - H(p))$

présence d'une perturbation:



(1)

(3)

Analyse de l'influence de pertu: $E(p)=0$

$$FTBO(p) = \frac{K H(p)}{p^\alpha D(p)} \Rightarrow \underline{H(p)} = \frac{K H \cdot H_H(p)}{p^{\alpha_H} D_H(p)}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{-K_H p^{\alpha - \alpha_H}}{1 + p^\alpha} \cdot p_0$$

• si $\alpha = \alpha_H = 0 \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{-KH}{1+K} p_0$

• si $\alpha = \alpha_H \neq 0 \Rightarrow \varepsilon_p = \frac{-KH}{K} p_0$

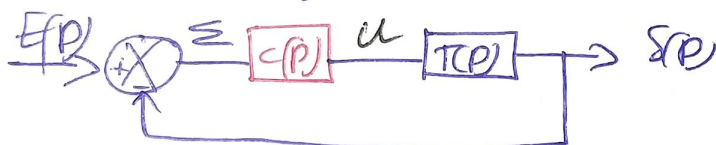
• si $\alpha > \alpha_H \Rightarrow \varepsilon_p = 0$

• si $\alpha < \alpha_H \Rightarrow \varepsilon_p \rightarrow \infty$

Ehemi Fiolaa

Correction des systèmes asservis

$\Rightarrow$ corriger un syst $\Rightarrow$ améliorer ses performances { stabilité, précision, rapidité



1) correction proportionnelle:

$\Rightarrow$ gain $\Rightarrow$ précision (+)
 $\Rightarrow$ rapidité (+)

$\varepsilon(p) \rightarrow \boxed{K_p} \rightarrow u(p)$ stable $\Rightarrow$ corr M01
 $\Rightarrow$ corriger $\varepsilon(p)$

2) correction intégrale:

$$C(p) = \frac{1}{z_i p}$$



$\Rightarrow$ 1 dose de FTBO
 $\Rightarrow$ précision (+)

$\Rightarrow$ déphasage $-90^\circ \Rightarrow$ syst instable (-)

3) correction P.I:

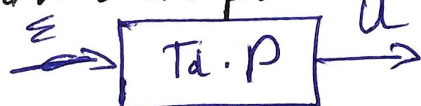
Forme:

$$C(p) = K_p \frac{1 + z_i p}{z_i p} \Rightarrow \varepsilon \rightarrow \boxed{K_p \frac{1 + z_i p}{z_i p}} \rightarrow u$$

$\Rightarrow$ annule l' ε statique (cell d'intégration) (+)

$\Rightarrow$ augmente le temps de réponse $\Rightarrow$ moins rapide (-)

4) Dérivateur pur:



: théorique car $\deg(\text{num}) > \deg(\text{den})$

5) Correcteur Proportionnel dérivé:

$$C(p) = k(1 + z \cdot p) ; k > 0, z > 0$$

Gain infini $\Rightarrow$ théorique (en HP)

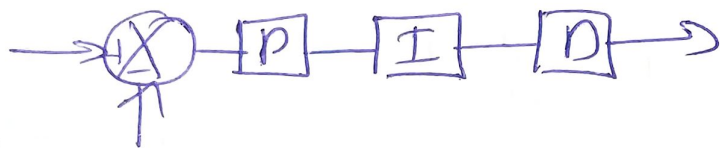
$\Rightarrow$ la correction à action: $\Phi(p) = k \frac{1 + z \cdot p}{1 + z \cdot p}$

$\Rightarrow$ aucun effet sur l'eff. stat

$\Rightarrow$ stabiliser le syst et améliorer le tr

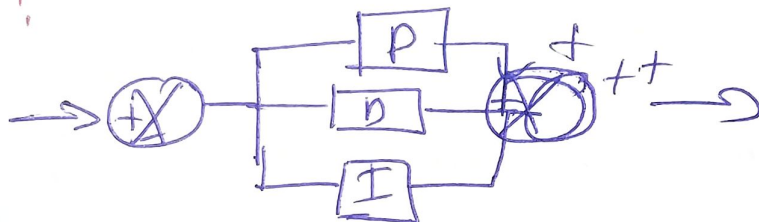
6) correcteur proportionnel intégral dérivé P+I+D;

a) en série:

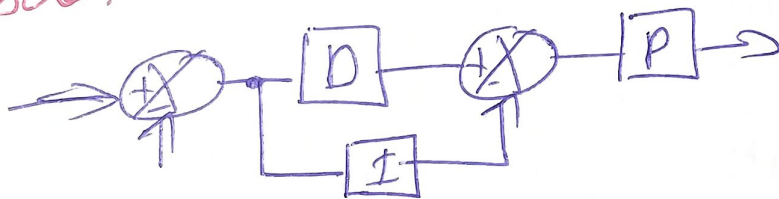


Ehermi Fidaou

b) en //:

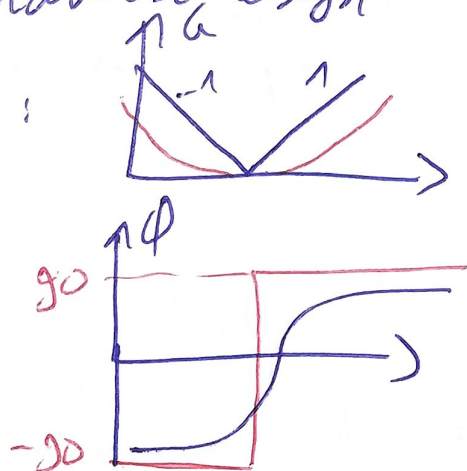


c) mixte:



$\Rightarrow$ stabiliser le syst, $\lim_{s \rightarrow 0} s = 0$, rapidité $\uparrow$

GdB:



cas 2016 auto:

nombre échelon unitaire: $E(p) = \frac{1}{p}$

1^{ère} ordre: $h 5\% = 3\% = \frac{3}{100}$

$\Sigma(p) = KCS - E$

$M\phi = 180 - \phi(G=0)$

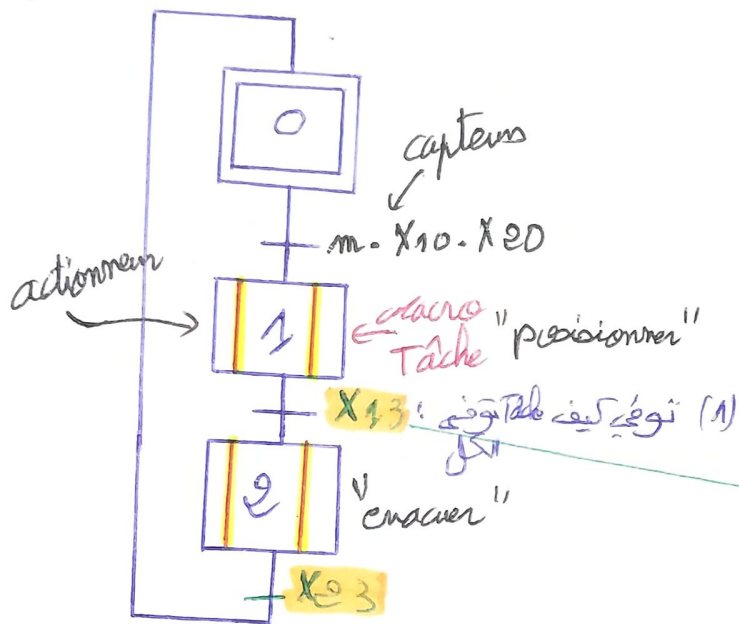
$M\phi = \infty$ si on n'a pas interaction 180

cas 2015 auto:

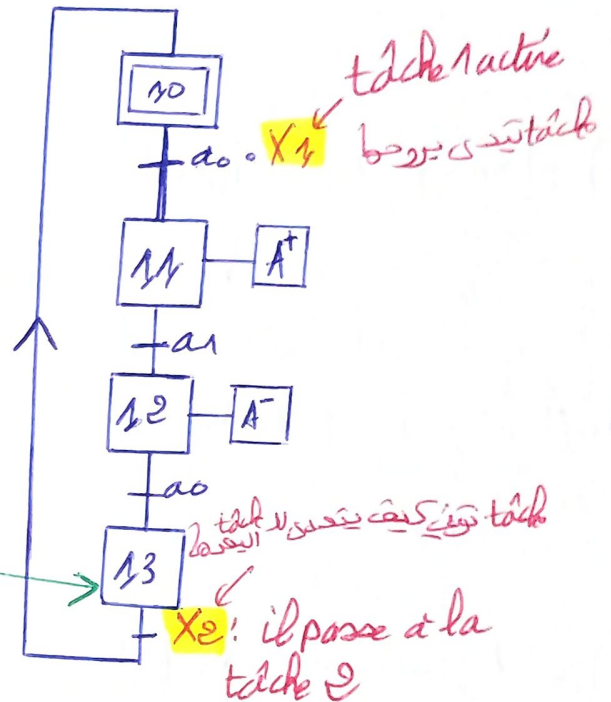
Circuit:

Macro-étape:

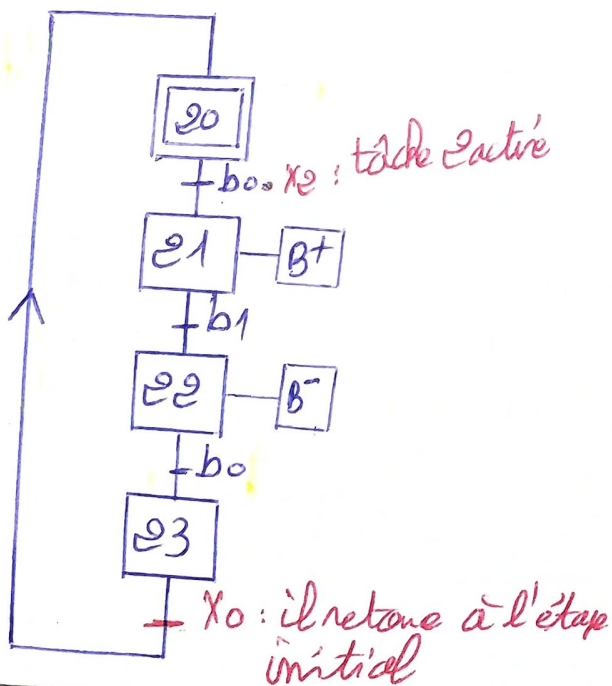
Programme principal:



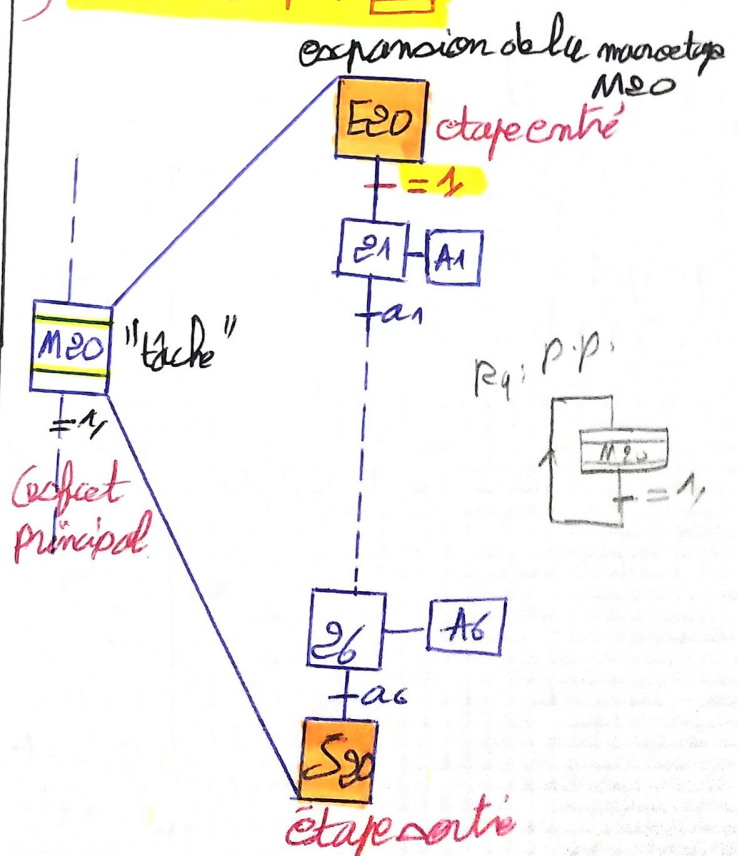
1^{ère} Tâche "Positionner":



2^{ème} Tâche "éteindre":



Macro-étape:



Temporisation:

capteur: $\frac{t}{X_{ji}} / 50s$

Pq: PC: captem $\Rightarrow$ practionneur $\Rightarrow$ PO: actionneur
 $\Leftarrow$ captem $\Leftarrow$

logique combinatoire:

.) OU (+ ; OR): $\frac{a}{b} \rightarrow a+b$; $\frac{a}{b} \rightarrow a+b$ $0+0=0$
 $0+1=1$
 $1+1=1$

.) ET ($\cdot$; AND): $\frac{a}{b} \rightarrow a \cdot b$; $\frac{a}{b} \rightarrow a \cdot b$ $0 \cdot 0=0$
 $1 \cdot 0=0$
 $1 \cdot 1=1$

.) Non (HO ou barre-): $a \rightarrow \bar{a}$
 $a \rightarrow \bar{a}$ $0 \rightarrow 1$
 $1 \rightarrow 0$
 Chermit Fidaou

.) Non-OU; Non-ET:

$\frac{a}{b} \rightarrow \overline{a+b}$; $\frac{a}{b} \rightarrow \overline{a+b}$ $\overline{0+0}=1$
 $\overline{0+1}=0$
 $\overline{1+1}=0$
 ou $\bar{a} \cdot \bar{b}$

.) Non-ET: Hand:

$\frac{a}{b} \rightarrow \overline{a \cdot b}$; $\frac{a}{b} \rightarrow \overline{a \cdot b}$ $\overline{0 \cdot 0}=1$
 $\overline{1 \cdot 0}=1$
 $\overline{1 \cdot 1}=0$

.) OU exclusif: XOR: $\neq \rightarrow 1$; $= \rightarrow 0$

$$S = a \oplus b = ab + \bar{a}b$$

$\frac{a}{b} \rightarrow a \oplus b$
 $\frac{a}{b} \rightarrow a \oplus b$

$0 \cdot 0=0$
 $1 \cdot 0=1$
 $0 \cdot 1=1$
 $1 \cdot 1=0$

"باخو 1 كان كفا بيدياو مختلفين"

$$\overline{b \oplus a} = \bar{a}b + ab$$

propri:

.) $a+b = b+a$

.) $(a+b)+c = a+(b+c)$

.) $a+(b \cdot c) = a \cdot b + ac$

.) $a+0 = a$

.) $a+1 = 1$

.) $a+a = a$

.) $a+ab = a$

.) $a+\bar{a}b = a+b$

$a \cdot b = b \cdot a$

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

$a \cdot (b+c) = ab+ac$

$a \cdot 1 = a$

$a \cdot 0 = 0$

$a \cdot \bar{a} = 0$

$a \cdot a = a$

$a(a+b) = a$

$a(\bar{a}+b) = ab$

Morgan:

$\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$

$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$

$\overline{\bar{a}} = a$

Tab de Karnaugh: max groupement des 1;

Exemple ①:

مربوب

	bc	00	01	11	10
a	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	

$$S = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c}$$

$$= \bar{a}(b \oplus c) + a(b \oplus c)$$

$$= a \oplus (b \oplus c)$$

ا2223

a0a1	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	0	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

sem

a0	a1	a2	a3

حالت 2223: a3

Exemple ②

ناخذ الاعداد ولا نأخذ البتات

ab	cd	00	01	11	10
00	0	1	0	0	1
01	0	1	1	1	1
11	0	0	1	1	0
10	1	0	0	0	1

$$\bar{a} \cdot b \cdot d$$

$$\bar{a} \cdot b \cdot d$$

$$\bar{a} \cdot b \cdot d$$

$$b \cdot d$$

Ehsmi Fidan

1er ordre: $S(s) = a \cdot k$

$$u(z_1) = \alpha \beta u(s)$$

échelon unitaire: $\frac{1}{p}$

$$E(p) = (G(s) - G_0) \cdot k = H(p) \cdot k a = \frac{1}{1 + FTBO} E(p) : E(p) \rightarrow \otimes$$

FTBF = $\frac{A}{D(p)} \Rightarrow$ Routh: tous les coeff de D ont de m même signe que coeff dominant

exemple: FTBF = $\frac{k a (k_i + p k_c) k_1}{z_1 p^2 + (1 + k_i k a k_c) p + k a k_1 k_i}$

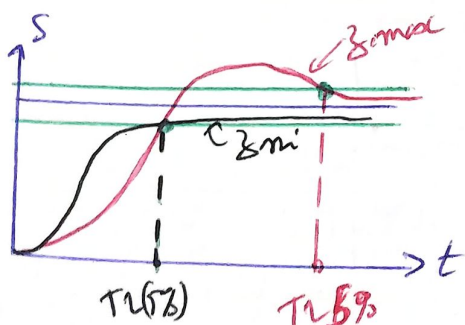
$$\Rightarrow D(p) = z_1 p^2 + (1 + k_i k a k_c) p + k a k_1 k_i$$

et $z_1 > 0 \Rightarrow$ il faut que $1 + k_i k a k_c > 0$

co2013:

$$z_{\min} \rightarrow z_{\max} ; u_{\max}$$

$$z_{\max} \rightarrow z_{\min} ; u_{\min}$$



T2 %?

forme onde: déterminer k, ω_0, ξ !
 $\Rightarrow$ Forme canonique d'FT

$$H(p) = \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$= \frac{k'}{(1-p_1)(1-p_2)}$$

Dg: 2 Formules
 T2T3
 Chermi Fidaou

pour le correcteur: FTBO

FTBO: correcteur: (avec capot)

$$T(p) = \frac{A}{p^2 + 18/p + 200}$$

FTBO: correcteur: ($\frac{1}{p}$ intég),

$$T(p) = \frac{1}{p} \left(\frac{A}{p^2 + 18/p + 200} \right)$$

$$\Sigma(p) = \frac{1}{1 + FTBO} E(p)$$

$$E(p) \rightarrow \otimes -$$

$$\alpha: E(p) \rightarrow \otimes: \Sigma(p) = \frac{K E(p)}{1 + FTBO}$$

Je rem: $FTBO = \frac{K}{p^\alpha} \frac{N(p)}{D(p)}$

état impul: $E=a \Rightarrow \Sigma=0$

indicielle: échelon uni $E=\frac{1}{p}$

FTBO: $\alpha=0 \Rightarrow \Sigma_p = \frac{K}{1+K}$ (avec curve)

FTBO: $\alpha \neq 0 \Rightarrow \Sigma_p = 0$ (avec curve)

Trainage: $e(t) = a t u(t)$ (de vitesse)

$\alpha=0 \Rightarrow \Sigma_v = \infty$

$\alpha=1 \Rightarrow \Sigma_v = \frac{a}{K}$

$\alpha > 1 \Rightarrow \Sigma_v = 0$

FTBO

échelon d'accélération: $e(t) = a t^2 u(t)$

$\alpha=0 \rightarrow \infty$

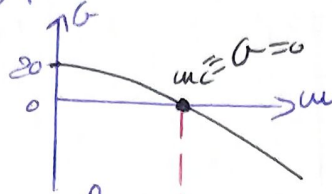
$\alpha=1 \rightarrow \infty$

$\alpha=2 \Rightarrow \Sigma = \frac{a}{K}$

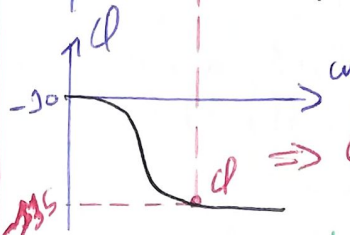
$\alpha > 2 \Rightarrow \Sigma = 0$

FTBO

Remarques:
 1) pour $G=0$ ($H(g \neq 1)$) et $\phi > 180 \Rightarrow$ instable
 2) pour $G=0$ et $\phi < -180 \Rightarrow$ instable

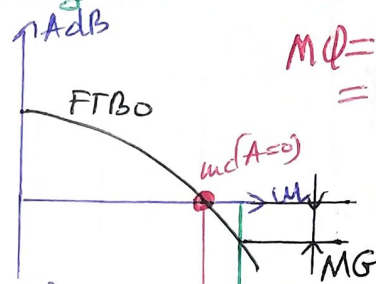


$\Rightarrow$ limite:
 $|H(g \omega)| = 1$ et
 $\arg \neq \phi = -180^\circ$



$\Rightarrow \phi = -135 > -180$
 $\Rightarrow$ stable

allonge de Gain et phase:



$$MC = 180 + \phi_c$$

$$= -180 - \phi_c$$

$$\arg(im) = 90$$

$$\arg(a+ib) = \arctan(\frac{b}{a})$$

FTBO
 $+ H(g \omega) = 1$
 $\hookrightarrow u$

$$MC = \arg(FTBO(g \omega)) + 180$$

$$MG = -20 \log |FTBO(g \omega)|$$

$$Pq: G(p) = \frac{80}{(2+p)(10+p)} = \frac{K}{(1+-)(1+-)}$$

$C(p) = \frac{K_i}{p}$; déterminé K_i pour $MC = 45^\circ$?

$$FTBO = C(p) \cdot G(p) = \frac{K_i}{p} \cdot \frac{80}{(p^2 + 12p + 20)}$$

$p \rightarrow j\omega$

$$FTBO(g \omega) = \frac{80 K_i}{j\omega (p^2 + 12p + 20)}$$

Forme canonique
 $p \rightarrow j\omega$

$$MC = \arg(FTBO(g \omega)) + 180 = 45 \quad (1)$$

$\hookrightarrow u = -$

et $|FTBO(g \omega)| = 1 \quad (2)$

$\hookrightarrow K_i = -$

$MC = 45$ (angle)
 $|FTBO(g \omega)| = 1$
 lim $\omega \rightarrow \infty$ $p \rightarrow \infty$

$MG = 6$ dB
 $\arg(H(g \omega)) = -180$
 lim $\omega \rightarrow \infty$

critère de Routh:

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \xrightarrow{\text{stabi}} \text{FTBF}$$

$$D(p) = B_n p^n + \dots + B_0$$

pour les pôles:

$$D(p) = (1+3p)(1+4p)$$

$$p_1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 \text{ pôles réels}$$

$$p_2 = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{stabi}$$

sans connaître les pôles:

1) tous les coeff $B_n \geq 0$
si $a_i = 0 \Rightarrow$ instable

$$\begin{array}{l} p^n \quad B^n \quad B_{n-2} \quad B_{n-4} \quad \dots \quad B_0 \\ p^{n-1} \quad B^{n-1} \quad B_{n-3} \quad B_{n-5} \quad \dots \quad B_1 \\ p^{n-2} \quad c_1 \\ p^{n-3} \quad c_2 \\ \vdots \end{array}$$

$$c_1 = \frac{-1}{B_{n-1}} \begin{vmatrix} B_n & B_{n-2} \\ B_{n-1} & B_{n-3} \end{vmatrix}$$

$$c_2 = \frac{-1}{B_{n-1}} \begin{vmatrix} B_n & B_{n-4} \\ B_{n-1} & B_{n-5} \end{vmatrix}$$

$$d_1 = \frac{-1}{c_1} \begin{vmatrix} B_{n-1} & B_{n-3} \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}$$

$$d_2 = \frac{-1}{c_1} \begin{vmatrix} B_{n-1} & B_{n-5} \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix}$$

syst stable si colonne $\rightarrow 0$
de m^o signe que B_n

s'il y a 0 dans la colonne
 $\Rightarrow$ syst juste instable.

PQS auto:

(10)

critère de Riesz:

pour $G=0$ si $\phi > 180^\circ$: stable
pour $G=0$ si $\phi < 180^\circ$: instable

$$\begin{aligned} |H(j\omega)| &= 1 \\ \text{et } \text{Arg} = \phi &> -180^\circ \end{aligned}$$

$$\text{ou } \text{Arg} = \phi = -180^\circ$$

$$\text{et } G = |H(j\omega)| < 1$$

quelles conditions impose au paramètre pour le syst soit apériodique? sol réel
apériodique: $\xi > 1$

$$\text{ou } T(p) = \frac{1}{K} \left(\frac{1}{1 + \frac{K}{F}p + \frac{m}{F}p^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial \omega} = \frac{C}{F} \approx 1$$

$$\Rightarrow \xi = \frac{C\omega_0}{2K} > 1$$

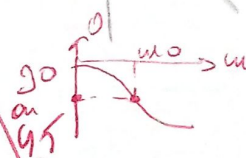
critique: $\xi = 1$
sol double

pseudo-périodique: $\xi < 1$

déterminer ξ : direct: fig:
ou: $G(p) \Rightarrow G = 20 \log |G(p)|$
 $= 20 \log(K) - 20 \log \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \right)$

pour $\omega = \omega_0 \Rightarrow G = -$

gain stat $\Rightarrow \xi = -$



déterminer k pour $MG = 6 \text{ dB}$?

$$-20 \log |FTBO(j\omega)| = 6 \text{ dB} \quad (1)$$

$$\text{et } \arg(H(j\omega)) = -180 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \omega = \dots \Rightarrow k = \dots$$

$$Rq: MG = -20 \log \left(\frac{k}{k_{\text{limite}}} \right) ?$$

$k_{\text{lim}} ? \Rightarrow$ les syst assem. ass.

$$|H(j\omega)| = 1 \text{ et } \arg = -180^\circ \text{ (limites)}$$

$\omega \rightarrow \dots$ $\Rightarrow k_{\text{lim}} = \dots$ *Ethermi Fidae*

.) Rapidité:

1^{er} ordre: $tr_{5\%} = 3\tau$

second ordre: $tr = 4\tau$ $tr_{5\%}$

$$FTBO = \frac{k}{1+TP} \text{ si } k \uparrow \Rightarrow \text{plus rapide}$$

Rq: Quelles cond impose aux paramètres pour le syst assem soit aperioclique ?

aper: $\zeta > 1$

$$T(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{d\epsilon}{d\omega_0} = \frac{c}{k}$$

aperioclique: $\zeta > 1$

.) critique: $\zeta = 1$

.) pseudo perioclique: $\zeta < 1$

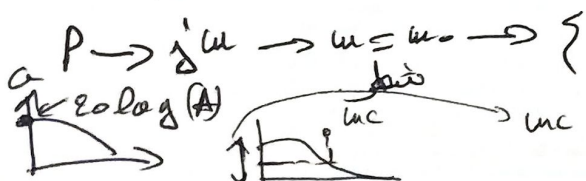
.) déterminer ζ : direct fig

$$\text{ou calcul: } G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$$

$$G_{dB} = 20 \log(A) - 10 \log \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \dots \right)$$

$$\text{pour } G = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$$

$$\Rightarrow \zeta = \dots$$



$$Rq: C(p) = k \frac{(1+T_i p)}{T_i p} \quad (5)$$

déterminer T_i pour compenser le pôle dominant du $D(p)$ (donné) ?

$$FTBO = C(p) \cdot G(p) = \frac{k(1+T_i p)}{T_i p(2+p)(10+p)}$$

$$= \frac{k(1+T_i p)}{T_i p(2+p)(10+p)}$$

$$= \frac{80k \left(\frac{1}{T_i} + p \right)}{p(p+2)(10+p)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{T_i} + p \right) = (p+2) \Rightarrow T_i = 0,5$$

Rq critère de stabilité

les coefficients sont de même signe que an (1)

$$\det(2) \Rightarrow - < B < -$$

$$Rq: T_e(p) = FTBO = \frac{80B}{p(p+10)(p+0,5)}$$

$$AA = \frac{16B}{p(1+\frac{p}{10})(1+2p)}$$

$$\text{coefficient de trainage } \epsilon_v = \frac{1}{16B}$$

$$tr_{5\%} \sim \frac{3}{\omega_0}$$

$$\text{amplitude unitaire: } \alpha(p) = \frac{1}{pe}$$

$$Rq: 1^{\text{er}} \text{ ordre } H(p) = \frac{k}{1+2p}; \quad \zeta = \frac{1}{\omega_0}$$

$$20 \log k = \dots$$

$$Rq: t: 0,63 E(\infty) = E(\zeta)$$

$$tr_{5\%} = 3\tau$$

Rq: stabilité: encadrer k : $D(p)$ de 3^{ème} degré

si 2nd ordre: $k > 0$

Rq:

impulsion: $F(p) = 1$

échelon: $\frac{a}{p}$; unitaire $a=1 \Rightarrow \frac{1}{p}$
 = indicelle

$\cdot e^{-at} \cdot u(t) \rightarrow \frac{1}{p+a}$ (19)

$\cdot e^{-at}$
 Éthermi Fidaq

1) Réponse ramp: $E(p) = \frac{a}{p^2}$

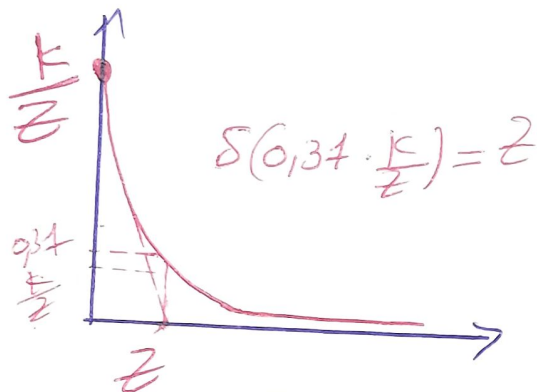
$S(p) = \frac{ak}{p^2(1+Zp)} \rightarrow$ décom

premier cas

1) Réponse impulsionnelle: $E(p) = 1$

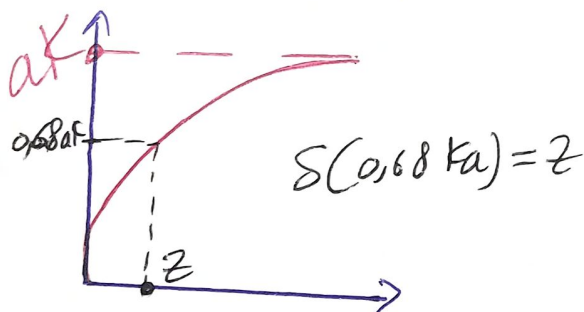
$S(p) = \frac{k}{1+Zp} \cdot E(p)$

$= \frac{k}{1+Zp} \Rightarrow \frac{k}{Z} e^{-\frac{t}{Z}}$



2) Réponse indicelle: $E(p) = \frac{a}{p}$

$S(p) = \frac{k E(p)}{1+Zp} \Rightarrow ak(1 - e^{-\frac{t}{Z}})$



$S(\infty) = ak$

$z_s = a(1-k)$

$t_{5\%} = 3Z$

pende à l'origine: $\frac{ak}{Z}$