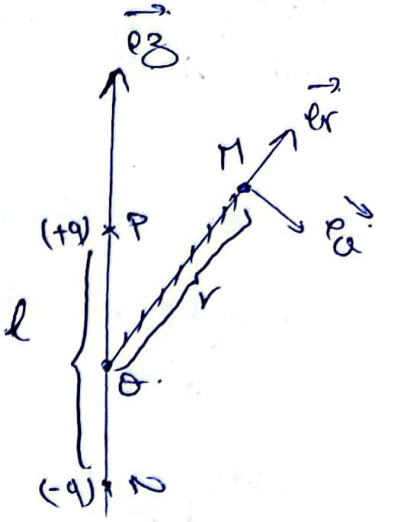
Dipole électrostatique + Dipole oscillants (Rayonnement)

(I) Dipole électrostatique



- moment dipolaire : $\vec{p} = q\vec{NP} = ql\vec{e_z}$. $(\ominus \to \oplus)$.
- approximation dipolaire : $r \gg l$.
- $V(M) = V(P) - V(N) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM}\right)$.

↳ Dém : $\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e_r}}{r^2}$.

$\vec{E}(M) = -\vec{grad}\, V \Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$PM = (\vec{PM}^2)^{1/2} = \left((\vec{PO} + \vec{OM})^2\right)^{1/2}$

$= \left(\left(-\frac{\vec{l}}{2} + \vec{r}\right)^2\right)^{1/2} = \left(\left(\frac{l}{2}\right)^2 + r^2 + \cos\theta \cdot a \cdot r\right)^{1/2}$.

approximation dipolaire $(l/r)^2 \ll 1$ ↳ $= r\left(1 - l/r \cos\theta\right)^{1/2} = r\left(1 - \frac{l}{2r}\cos\theta\right)$

$= r - \frac{l\cos\theta}{2}$

$NM = (\vec{NM}^2)^{1/2} = r + l/2 \cos\theta$.

- $\vec{E}(M) = -\vec{grad}\, V(M)$ $\Rightarrow V(M) = \frac{q\, l\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}$

$= -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\vec{e_\varphi}\right)$ $= 0$.

$= \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2\cos\theta}{r^3}\vec{e_r} + \frac{\sin\theta}{r^3}\vec{e_\theta}\right)$.

↳ $V(M) = V(r, \theta)$

↳ $\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$

2ème méthode :

$\vec{grad}(f \cdot g) = f\,\vec{grad}\, g + g\,\vec{grad}\, f$

$\Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[(3\vec{p}\vec{e_r})\vec{e_r} - \vec{p}\right]$ $\quad \vec{p} = ql\vec{e_z}$.

équation polaire : $\frac{\cos\theta}{r^2} = cte \Rightarrow r^2 = k\cos\theta$.

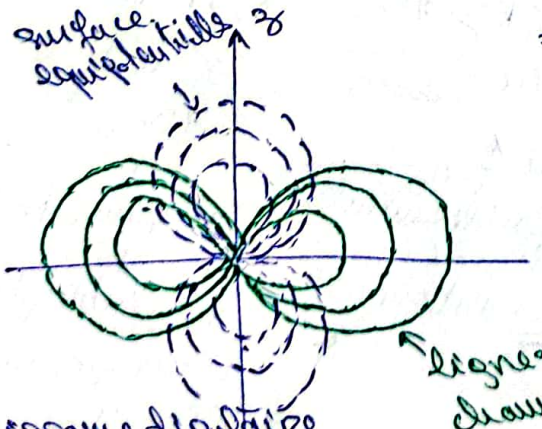
- surfaces équipotentielles : $V = cte$
- lignes de champs : $\vec{E} \parallel \vec{dl}$: $\vec{E} \wedge \vec{dl} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} E_r \\ E_\theta \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} dr \\ r\,d\theta \\ r\sin\theta\, d\varphi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow E_r r\,d\theta - E_\theta\, dr = 0$

$\frac{dr}{E_r} = \frac{r\,d\theta}{E_\theta}$

$\frac{dr}{r} = \frac{E_r}{E_\theta}d\theta = \frac{2\cos\theta}{\sin\theta}d\theta \Rightarrow \ln(r) = \ln(k\sin^2\theta) + cte$

$\Rightarrow r = k\sin^2\theta$.



- Force : $q\vec{E}$.

$\vec{F_R} = \vec{F_P} + \vec{F_N} = q\vec{E} + (-q)\vec{E} = 0$.

- Moment (couple) : $\vec{M} = \vec{OP} \wedge \vec{F_P} + \vec{ON} \wedge \vec{F_N}$

$= q(\vec{OP} - \vec{ON}) \wedge \vec{E} = q\vec{NP} \wedge \vec{E}$

$= \vec{p} \wedge \vec{E}$

- $U_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

$= -pE\cos(\alpha)$

Scanné avec CamScanner

$\left.\frac{d^2U_p}{d\alpha^2}\right|_{\alpha=0} > 0 \Rightarrow$ eq. stable ①

$\left.\frac{d^2U_p}{d\alpha^2}\right|_{\alpha=\pi} < 0 \Rightarrow$ eq instable. ②

$\frac{dU_p}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$

$\Rightarrow$ ①

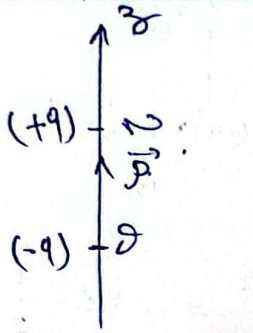
A_r : composante radiale.

A_θ : composante orthoradiale

Force dérive l'énergie potentielle. : $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, U_p$

$\langle F_r \rangle < 0$: force attractive.

(II) Dipole oscillant :



- moment dipolaire : $\vec{p} = q\overrightarrow{ON} = q l \cos(\omega t)\vec{e_z}$.
  $= p_0 e^{i\omega t}\vec{e_z}$.
- approximat° dipolaire : $r \gg l$.
  $(\vec{E}, \vec{B})$ loin du dipole.
- atome non relativiste : $V_{oscillation} << V_{lumière} = c$

$\frac{l}{T} << c \Rightarrow l << cT$ (λ)

$\vec{E}$ = donnée.
$\vec{B}$ = donnée.

ne tient pas compte des nombre complexe.

Zone de rayonnement : $r >> \lambda$.

$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$.

$\left(\frac{r}{\lambda}\right)^2 >> \frac{r}{\lambda} >> 1$.

$k = \frac{\omega}{c}$ $\vec{e_r} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e_r}$.

régime lentement variable : on néglige le retard ($\frac{r}{c}$)

ARQS : $\lambda >> r$

$\Rightarrow r^2k^2 << rk << 1$.

$\vec{B} = \frac{\vec{e_r} \wedge \vec{E}}{c}$, $\|B\| = \frac{\|E\|}{c}$

onde localement plane

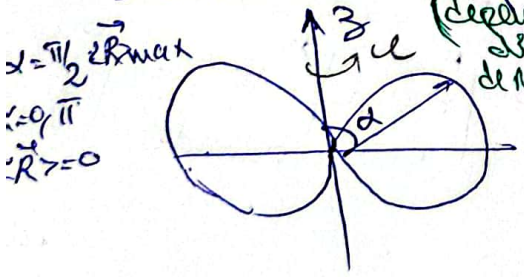
- $\vec{R} = \frac{\text{réel}(\vec{E}) \wedge \text{réel}(\vec{B})}{\mu_0}$ $= \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2\theta \cos^2(\ldots)}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}$

$\langle \vec{R} \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\vec{u_r}$ ($1/r^2$ ctd)

très loin de dipole

$\langle \vec{R} \rangle \propto \sin^2\theta$ ← variable

$\Rightarrow$ emission anisotrope



$\mathcal{P}_R$: puissance moyenne rayonnée

$\mathcal{P}_R = \iint \langle \vec{R} \rangle \, d\vec{S} = \iint \langle \vec{R} \rangle \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \vec{u_r}$

sphère ↘ suivant $\vec{u_r}$ $= \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^2}$

↓ indépendante de r

↓ pas d'absorption d'énergie dans le vide.

(conservat° d'énergie)

$\langle R \rangle \propto \frac{1}{r^2}$

→ affaiblissement de l'onde.

→ non atténuat°

* $(\Pi, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ plan de symétrie pour la distribut° de charge.

* $E(M,t) = E(r,\theta,t)$

$\mu = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \varepsilon_0 E^2 \Rightarrow \langle \mu \rangle = \ldots$

$\Rightarrow \langle \vec{R} \rangle = c\langle \mu \rangle \vec{e_r}$

Scanné avec CamScanner

modèle élastiquement lié : → Régime forcé · → Diffusion.

$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -m\omega_0^2 \vec{r} - e E_0 \cos(\omega t)$.

↑ force de rappel ; ↖ force électrique

$\vec{r} = -\frac{e}{m(\omega^2 - \omega_0^2)} \vec{E}_0 \cos(\omega t)$

$\vec{p} = -e\vec{r} = \dots$

$= \vec{p}_0 \cos(\omega t)$

$\Rightarrow p_0 = |\vec{p}|$

P_i : Puissance moyenne d'onde incidente.

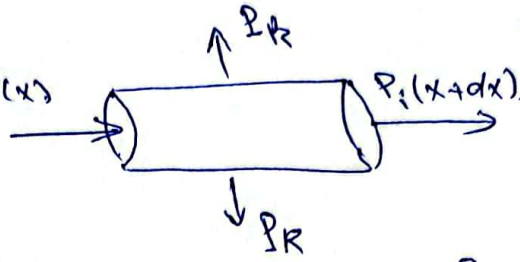
$\langle \pi_i \rangle$

$P_i = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 S$.

Astuce : exprimer P_R en fct de P_i

$= \frac{E_0^2 S}{2\mu_0 c}$

↳ $P_R = \dots$



dipole élémentaire.

$P_i(x) - P_i(x+dx) = p_R \, N \Sigma \, dx$

densité du milieu ; surface latérale.

$PM = r - z\cos\theta$.

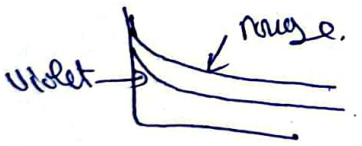
$\frac{1}{PM} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{1 - \frac{z}{r}\cos\theta} \approx \frac{1}{r}$.

$t' = t - \frac{PM}{c} \approx t - \frac{1}{c}(r - z\cos\theta) = t - \frac{r}{c} + \frac{z}{c}\cos\theta$.

$\varphi_p = \varphi_0 + \frac{\omega}{c} z\cos\theta \Rightarrow \varphi = \frac{\omega}{c} z\cos\theta$ · : déphasage élémentaire.

$\int_0^\pi \sin\theta \, d\theta = 4/3$.

$\frac{P_R(\text{violet})}{P_R(\text{Rouge})} = 16$ → le ciel paraît bleu. (ou → bleu.)



$T_0 e^{-z/\ell}$ ← facteur de décroissance (d'atténuation).

Effet Doppler.

élargissement spectrale. MP 2020 MP 2018.

Scanné avec CamScanner

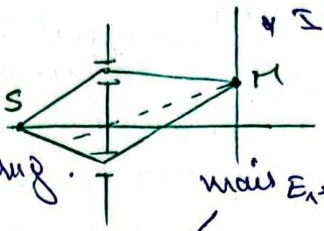
optique ondulatoire :

→ $\langle \cos((\varphi_2 - \varphi_1) + (\omega_2 - \omega_1)t) \rangle \neq 0 \Rightarrow \omega_2 \simeq \omega_1$

* Interférence : superposition de 2 ondes ayant 2 pulsation égales.
↳ terme d'interférence ne sait pas nul : $I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$. (Pém).

Division du front d'onde.

↳ Young.
↳ équivalent à Young.



mais $E_1 + E_2 = E$ ←

$I = \langle E^2 \rangle$
$\langle \vec{E} \times \vec{E}^* \rangle$

* C'est une division spatial (conservation d'énergie)
↳ michelson : division en amplitude

• Sources cohérentes : ont la même pulsation
↳ issue de la même source. ↳ vibration scalaire.

Calcule de diff de marche :

$(S_1 M) - (S_2 M) = \delta(M)$.

↳ 3 Méthodes.
1. les coordonnées de S_1, S_2 et M → DL (schémas simples sans L)
2. les vecteur d'ondes : $\Delta\varphi(M) = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\vec{OM}$ (prisme)
3. Th de Malus + ($\sin\alpha \simeq \tan\alpha$) $= \frac{2\pi}{\lambda}(\vec{e}_1 - \vec{e}_2)\vec{OM}$ (schémas à L) I de S_1 et M surface d'onde $= \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)$

$= 2I_0(1 + \cos(2\pi \frac{x}{i}))$

$I = 2(I_0)(1 + \cos(\Delta\varphi))$.

issus de S

$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$.

{ les $\Delta\varphi > 0$: interférence constructive
{ les $\Delta\varphi < 0$: interférence destructive.

• $\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}$

• $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda}$: ordre d'interférence.

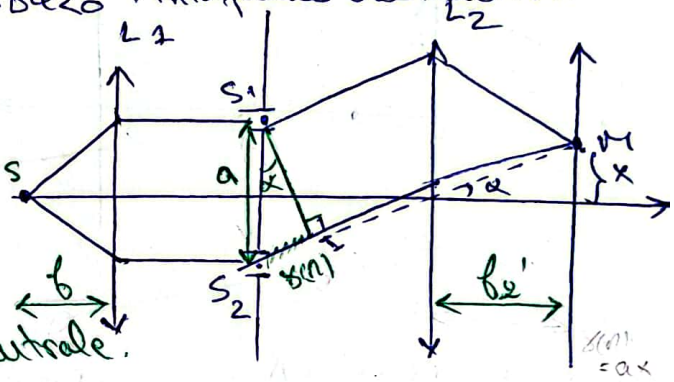
↳ n entier : franges Brillantes.
• $n + 1/2$: franges sombres

• i : interfrange : période spatiale de franges sur l'écran.
→ écart entre 2 franges de même nature

$i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda D}{a}$. $\frac{\lambda f_2'}{a}$ $(\Delta x_1)_{\Delta p = 1}$

↳ $I(x + i) = I(x)$ ↳ par identification

$\delta(M) = 0$ ↳ frange centrale.



L_1 : adapt la source à l'∞ (2 rayons sortants //)
• même polarisation : $\vec{u}_1 // \vec{u}_2$.

L_2 : améliore la luminosité.

Rq importante : lors de la réflexion, la lumière subit un $\Delta\varphi_{sup}$ de π.

$\Delta\varphi(M) = \Delta\varphi(M)_{géo} + \Delta\varphi(\pi)_{sup}$

$= \frac{2\pi}{\lambda}\delta(M) + \pi$

$= \frac{2\pi}{\lambda}(\delta(M) + 1/2)$.

Lois de Descartes (Miroir de Lloyd) Anneau de Newton.



Condition de Gauss : diaphragme

→ les rayons sont faiblement inclinés à l'axe optique ⇝ presque //
⇝ les angles sont très faibles
→ les rayons incidents arrivent au voisinage de centre optique

Pour assurer :
• Stigmatisme : image d'un pt est un pt (n'est pas une tache.
• aplanétisme : conservation du parallélisme et l'orthogonalité.

⇝ limiter l'inclinaison des rayons incidentes.

Source ponctuelle : Franges Non localisées : chaque pt qu'on place l'écran on peut voir le phénomène d'interférence !

Scanné avec CamScanner

« Nombre des franges brillantes :

→ p_{max} (pour $x = x_{max}$) ↳ en général taille de l'écran.

→ p_{min} (pour $x = 0$). ↳ frange centrale.

→ $p_{min} < p < p_{max}$ ⇝ nombres des valeur entier.

⇝ nombres des valeur $1/2$ - entier

2ème Méthode :

→ $N_{Br} = 1 + 2E\left(\frac{H}{2i}\right)$. taille de l'écran.

→ $N_{\bar{B}} = 2\left(\frac{1}{2} + E\left(\frac{H}{2i}\right)\right)$.

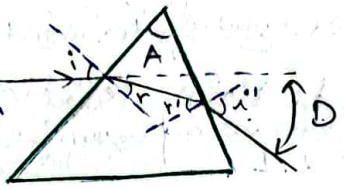
p_{min} et p_{max} ما يتحسبوش.

Rq :

distance entre les 2 sources → a ← abscisse de pt M // fente

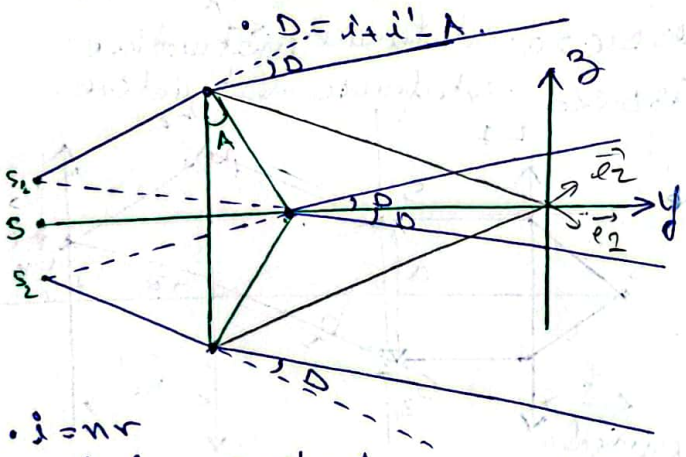
D ← distance entre la fente et l'écran.

Prisme de Fresnel :



Dém +

- $\sin i = n \sin r$
- $n \sin r' = \sin i'$
- $r + r' = A$.
- $D = i + i' - A$.



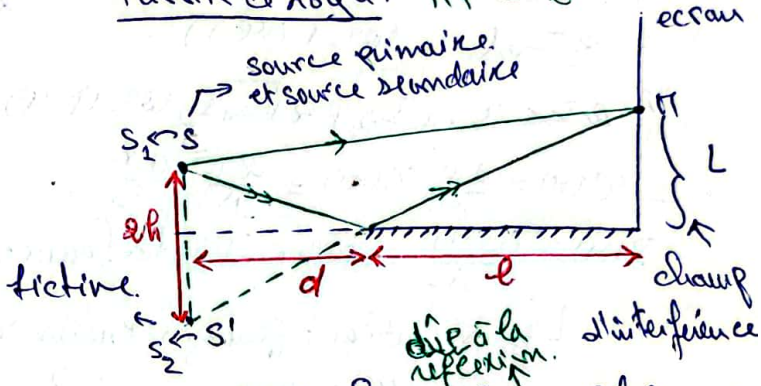
- $i = nr$
- $nr' = i$ • $r + r' = A$.
- $D = (n-1)A$.

+Dém

$= i - r \Rightarrow A(n-1) = nA - A$

$n \sin A = \sin i \Rightarrow nA = i$

Miroir de Lloyd : TP 2006



- $\delta(M) = \delta_{géo} + \delta_{imp} = \frac{2hx_m}{\ell + d} + \lambda/2$
- $p(M) = \frac{2hx}{(\ell+d)\lambda} + 1/2$.
- $i = \frac{\lambda(d+\ell)}{2h}$
- $I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2hx}{(d+\ell)} + \pi\right)\right)$
  $= 2I_0\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2hx}{d+\ell}\right)\right)$
- $\delta = 0 \Rightarrow p = \frac{\delta}{\lambda} = 0$: entier
  ↳ la frange centrale est brillante.
- $L = \frac{h.\ell}{d}$: largeur du champ d'interférence

- $\vec{E_1} = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k_1}.\vec{OH})} \vec{e_1}$ $\quad \vec{k_1} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e_1}$
- $\vec{E_2} = E_0 e^{i(\omega t - \vec{k_2}.\vec{OH})} \vec{e_2}$. $\quad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e_2}$.
- $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-i(\vec{k_1}.\vec{OH} + \vec{k_2}.\vec{OH})}$

$\varphi_2 = \vec{k_2}.\vec{OH} = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos D \vec{e_y} + \sin D \vec{e_z}).(x\vec{e_x} + z\vec{e_z})$

$= \frac{2\pi}{\lambda} z \sin D$.

$\varphi_1 = \vec{k_1}.\vec{OH} = \frac{2\pi}{\lambda}(\cos D . \vec{e_y} - \sin D \vec{e_z}).(x\vec{e_x} + z\vec{e_z})$.

$= -\frac{2\pi}{\lambda} z \sin D$.

- $\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \sin D . z = \frac{4\pi}{\lambda} A(n-1) z$.
- $I = E \times E^* = E_0^2 (1 + e^{i\Delta\varphi})(1 + e^{-i\Delta\varphi})$

$= 2E_0^2 (1 + \cos\Delta\varphi)$

$\langle \|\vec{E}\|^2 \rangle$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$ $= 2I_0 (1 + \cos(\ldots))$. (2)

$\tan D = \frac{a/2}{d} \sim D = \frac{a/2}{(D'-d)}$

- $\delta(M) = 2zD$.

$L = 2dD = 2dA(n-1)$

$N_{\bar{B}} = E(L/i)$.

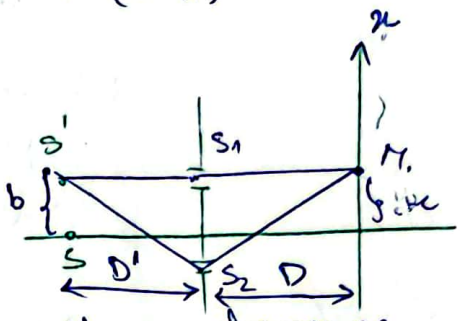
Scanné avec CamScanner

Cohérence spatial. ⇝ Sets' identiques (synchrones) spatialement distincts.
↳ Source large (etendue).

Cohérents (+ Synchrones (même λ)) → interférence

Rq : ∑ intensité : sources incohérentes : $I = \int dI$

∑ amplitude : source cohérentes (réduit de moitié)



être synchrones ne suffit pas pour interférer

1ère Cas : S S'

$$I_{Tot} = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right) + 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta'\right)\right).$$

↳ $\delta' = \frac{ab'}{D'} + \frac{ax}{D}$.

$$I_{Tot}(M) = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)+1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ab}{D'}+\frac{ax}{D}\right)\right)\right]$$

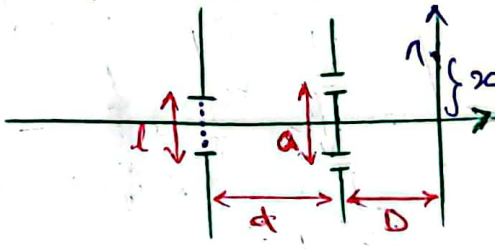
$$= 2I_0\left[2 + 2\cos\left(\frac{\pi ab}{\lambda D'}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D} + \frac{\pi ab}{\lambda D}\right)\right]$$

↳ facteur de visibilité. ↳ terme d'interférence.

→ Sets' indépendantes.
↳ pas d'interférence.

2ème Cas : Source spectralement large :

- chaque pt de l'emmetteur (ou fente fine) va donner sa propre figure d'où brouillage et une perte de contraste.



$$dI(M) = 2\,dI_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right)\right).$$

$$\left(I_0 = \frac{I_0}{\ell}dX\right) \quad = 2\frac{I_0}{\ell}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\underbrace{\frac{ax}{D}+\frac{aX}{d}}_{\delta(M)}\right)\right)\right)dX.$$

$$I(M) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dI(M) = \frac{2I_0}{\ell}\int_{-\ell/2}^{\ell/2}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{aX}{d}\right)\right)\right)dX.$$

$$= \frac{2I_0}{\ell}\left\{\ell + \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{aX}{d}\right)\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda d}}\right]_{-\ell/2}^{\ell/2}\right\}$$

$$I(M) = \frac{2I_0}{\ell}\left\{\ell + \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}+\frac{a\ell}{2d}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D}-\frac{a\ell}{2d}\right)\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda d}}\right\}$$

$$I(M) = \frac{2I_0}{\ell}\left\{\ell + \frac{\sin\left(\pi a\ell/\lambda d\right)}{\pi a/\lambda d}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right\}$$

$\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$$I(M) = 2I_0\left\{1 + \frac{\sin\left(\pi a\ell/\lambda d\right)}{\pi a\ell/\lambda d}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right\}$$

$$I(M) = 2I_0\left\{1 + \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi a\ell}{\lambda d}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right\}.$$

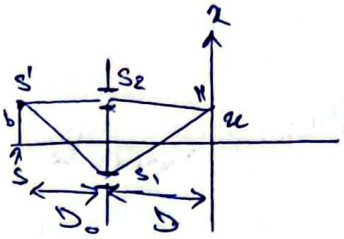
$$I(M) = 2I_0\left\{1 + V(\ell)\cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right\}.$$

Scanné avec CamScanner

« modification des système optique :

$(AB) = n[AB]$ (n : indice du milieu = 1 pour l'air ; [AB] : distance)

→ <u>déplacement de source</u> :



. suivant (Ox) : déchalage de l'observation ;

. suivant (Oy) : l'observation est inchangée

⇝ la diff de marche ne dépend que de "x" Alle suite à une translation suivant (Oy) rien ne se passe $\delta(M) = \frac{ax}{D}$

$\delta'(M) = (S'S_1) - (S'S_2) + (S_1M - S_2M)$.

$= \frac{ab}{D_0} + \frac{ax}{D}$.

Rq : $\gamma = 0 \Leftrightarrow \delta = 0 \Leftrightarrow x = 0$. ↳ frange centrale.

$\delta(M) = k\lambda$.

$\frac{ax_k}{D} = k\lambda$.

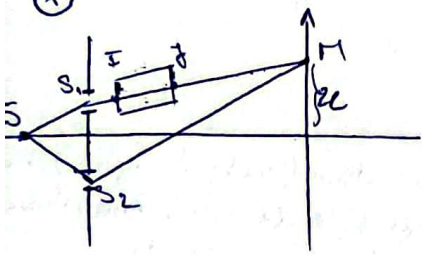
. $x_k = k\frac{\lambda D}{a}$. (objet se décale vers le bas.)

. $x'_k = k\frac{\lambda D}{a} - \frac{Db}{D}$ (1)

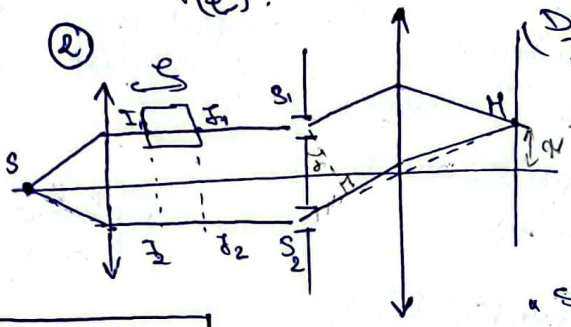
→ <u>ajoute une lame de verre</u> : (d'indice (n)) d'épaisseur (e).

↳ les franges sont décalés de $\left(\frac{Db}{D_0}\right)$.

(1)



(2)



« sous lame : $\delta(M) = \frac{ax}{\beta'_2}$.

$\delta(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$

$= (SS_2 - SS_1) + S_2M - (SI + nIJ + JM)$

$= 0$

$= S_2M - [SI_1 + IJ + JM] - nIJ + IJ$.

$= S_2M - S_1M - (n-1)e$.

$= \frac{ax}{D} - (n-1)e$.

$\delta'(M) = \lambda\varphi(M) = \frac{ax\beta}{D} - (n-1)e$.

$x'_\beta = \varphi(M)\frac{\lambda D}{a} + \frac{(n-1)De}{a}$

Frange centrale : $\delta'(M) = 0$.

$x'_c = \frac{(n-1)eD}{a}$

Tout le système de franges subit un déphasage d'une distance $\frac{(n-1)e}{D}$ du côté de la lame de verre.

a avec la lame :

$\delta'(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$

. $(SS_2M) = SI_2 + I_2J_2 + J_2S_2 + S_2M$.

. $(SS_1M) = SI_1 + nI_1J_1 + J_1S_1 + S_1M$.

$\begin{cases} SI_1 = SI_2 \\ J_1S_1 = J_2S_2 \end{cases}$.

$\delta'(M) = \cancel{e} - ne + S_2M - S_1M$.

$= (1-n)e + \frac{ax}{\beta'_2}$.

→ $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta'(M)\right)\right)$

$= 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(1-n)e + \frac{ax}{\beta'_2}\right)\right)$

$\varphi(M) = \frac{(1-n)e}{\lambda} + \frac{ax}{\lambda\beta'_2}$.

. $x_\beta = \frac{\lambda\beta'_2}{a} - \frac{(1-n)e\beta'_2}{a}$

↳ décalage se fait vers les $x < 0$.

Scanné avec CamScanner

→ largeur de cohérence spatiale :

∴ → critère semi quantitatif : la figure est brouillée si $\Delta p(M)_{1/2} \geq 1/2$

↳ $|p(l/2) - p(0)| \geq 1/2$.

autrement :

$\left|\frac{\Delta I_{max}}{2 I_{max}}\right| \geq 1/2$

$\left|\frac{p(l) - p(-l)}{p(\infty) - p(-\infty)}\right| \geq 1/2$

$\frac{p(\infty) - p(-\infty)}{2}$

$\begin{cases} p_{(l/2)}(M) = \frac{a\,l/2}{\lambda d} + \frac{ax}{\lambda D} \\ p_0(M) = \frac{ax}{\lambda D} \end{cases}$ → $\Delta p(M)_{1/2} = \frac{a\,l/2}{\lambda d} \geq 1/2 \Leftrightarrow l \geq \frac{\lambda d}{a}$.

fente très fine ≃ source ponctuelle.

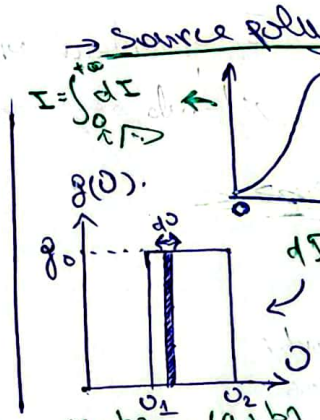
largeur de cohérence spatiale ← $\left[l_c = \frac{\lambda d}{a} \right]$.

• si on dépasse l_c on perd les interférences.

Cohérence temporelle :

↳ phénomène de battement.

→ Source Polychromatique :



$\begin{cases} z = \sigma \frac{x_0}{D} \\ \sigma = \sigma_0 + z\Delta\sigma \end{cases}$ → $d\sigma = dz\,\Delta\sigma$.

$\int_{-\infty}^{+\infty} A = 2\int_0^{+\infty} A$ A pair

$g(0) = \frac{dI_0}{d\sigma}$

$\int_{-\infty}^{+\infty} A = \int_0^{+\infty} A$ A = 0 [ ]

$I_1 = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta(M)\right)\right)$

$I_2 = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\delta(M)\right)\right)$.

$I(M) = I_1(M) + I_2(M)$ $\quad \cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$= 4I_0\left\{1 + \cos\left(\pi\delta\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2\lambda_1}\right)\right)\cos\left(\pi\delta\left(\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}\right)\right)\right\}$

$= 4I_0\left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\delta\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right)\right)$.

$\lambda_1 + \lambda_2 \simeq 2\lambda_0$

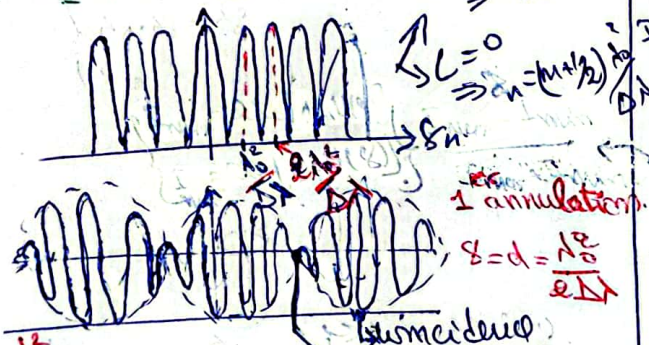
$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \simeq \lambda_0^2$

$\lambda_2 - \lambda_1 \simeq \Delta\lambda$. c

$\frac{1}{2\tau_0} = \frac{\Delta\nu}{2}$

$C = 1 \Rightarrow \delta_n = n\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

$\delta_n = (n+1/2)\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$



$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2d}$ $\quad \begin{cases} \sigma = \frac{c}{\lambda} \\ \Delta\sigma = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \end{cases}$

$\Delta\sigma = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$

$\delta_2 - \delta_1 = 2(e_2 - e_1)$

↑ 2ème brouillage. ↑ 1er brouillage

$\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = 2\Delta e$

$l_c = \frac{c}{\Delta\sigma}$.

graphiquement :

la 1ère annulation donne le contraste

$l_c = 2(e_2 - e_1)$

↑ annulation suivante

$I(M) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} 2\frac{I_0}{\Delta\sigma} d\sigma \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\sigma}{c}\delta\right)\right]$

↑ intensité totale.

intensité reçue dans un intervalle de fréquence.

$d\mathcal{I}(M) = 2\,d\mathcal{I}_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right]$

$d\mathcal{I}(M) = 2\,d\mathcal{I}_0\left[1 + \cos\left(2\pi\sigma\frac{\delta}{c}\right)\right]$

$\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$= 2I_0\left[1 + \sin c\left(\pi\delta\frac{\Delta\sigma}{c}\right)\cos\left(2\pi\sigma\frac{\delta}{c}\right)\right]$

$\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = C = |\gamma(\delta)| = \left|\sin c\left(\pi\delta\frac{\Delta\sigma}{c}\right)\right|$

→ 1 max principal : $\sin c(\ ) = 1$. $\quad \left(\frac{\sin x}{x} \to 1\right)$

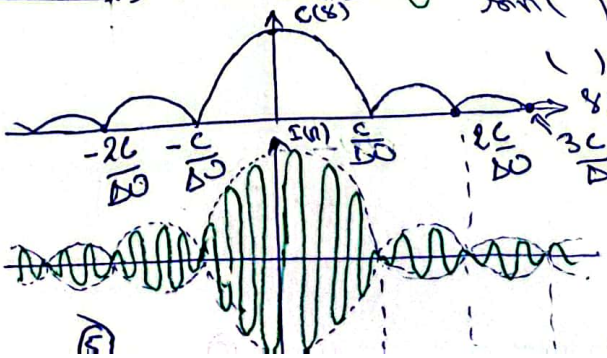
$C = C_{max} = 1$. $\quad (\ ) = 0$.

→ min nuls : $\sin(\ ) = 0$

$C = C_{min} = 0$. $\quad (\ ) = n\pi$.

→ max secondaires : $\sin(\ ) = \pm 1$.

$(\ ) = (n + 1/2)\pi$



Scanné avec CamScanner

→ critère semi quantitatif :

les interférences sont perdues au pt M. (Brouillage et perte (annulation) de contraste). si $\Delta p^{(m)}]_{1/2} = |p_{U_2}(M) - p_{U_0}(M)| \geq 1/2$.

$\Delta p(M)]_{1/2} = \left| \frac{\delta(M)}{c} (U_2 - U_0) \right| \geq 1/2 \Rightarrow \delta(M) \geq \frac{c}{\Delta U}$.

la gamme permise pour la diff de marche. ← longueur de cohérence temporelle. ← $\left[l_c = \frac{c}{\Delta U} \right]$

* si $\delta > l_c$
  ↳ annulation de contraste.

Michelson Fresnel :

Rq :
temps de cohérence temporelle. ← $T_c = \frac{l_c}{c} = \frac{1}{\Delta U}$

* pour une source ponctuelle $l_c \to \infty$ ($\Delta U \approx 0$)
  ↳ pour cela la lumière monochromatique n'existe pas !

	bleu	vert	jaune	rouge
λ (nm)	500	550	590	630
U (Hz)	6.10^{14}	$5,5.10^{14}$	$5,1.10^{14}$	$4,8.10^{14}$

Scanné avec CamScanner

$n \sin u i = n \sin u$.

Division d'amplitude:

→ c'est une division énergétique.

Vitesse. déplacement
$V = \frac{x(t)}{t}$ ← temps.

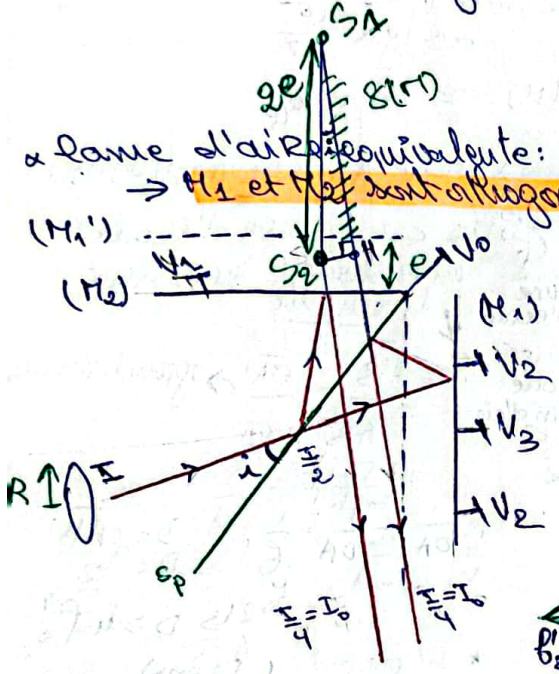
Yahia. Channani

$I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M)\right)\right)$.

I_0: intensité sortie de l'interféromètre $= \frac{I}{4}$.
I: intensité du faisceau incident.

Source étendue → franges localisé.

(éviter l'échauffement)
pour protéger on place un filtre anticalorifique.



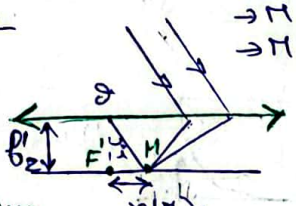
S_p, S_c: semi réfléchissante.
S_p: lame séparatrice + dépot métallique.
S_c: lame compensatrice: compenser la diff de marche supplémentaire.

α Les de reglage:
→ V_0: parallélisme (S_p, S_c).
→ V_3: chariotage / Mobilité de M_1.
→ V_1: reglage fin
→ V_2: reglage grossière.



$i_{max} = \tan i_{max} = \frac{R}{f'_1} = \frac{r}{f'_2}$

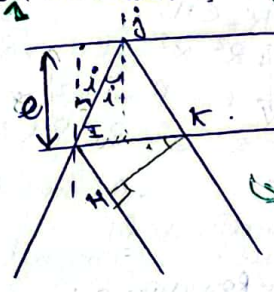
α Miroirs:
→ M_1: mobile.
→ M_2: fixe.



Rq:
- raie quasi-monochromatique
  ↳ un filtre interférentiel
- incidence quasi normale
  ↳ source placé au foyer objet d'une lentille
- L_1: focalisation sur le système interférentiel.
- L_2: rayon à l'infini → vers → au plan focal image (projection).

diff de marche: Fresnel Malus.

→ $\delta(M) = S_2M - S_2M = SH = 2e\cos i$ ← angle de refraction.
↳ 2ème Méthode:



lame à face parallèle.

$\delta(M) = (IJK) - (IH)$
$= 2Ij - IH$.

- $\cos i = \frac{e}{Ij} \rightarrow Ij = \frac{e}{\cos i}$
- $\sin i = \frac{IH}{IK} \rightarrow IH = IK \sin i$.
- $\tan i = \frac{IK/2}{e} = \frac{IK}{2e} \Rightarrow IK = 2e\tan i$.

$\rightarrow IH = IK \sin i = 2e\tan(i)\sin(i) = 2e\frac{\sin^2 i}{\cos i}$.

$\delta(M) = \frac{2e}{\cos i} - 2e\frac{\sin^2 i}{\cos i} = \frac{2e}{\cos i}(1 - \sin^2 i) = 2e\cos i$.

angle d'incidence

nature des franges: ↙
$I(r) = cte \Leftrightarrow \delta(r) = cte \Leftrightarrow i(r) = cte$.

$\cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2}$.
$i \approx \tan i = \frac{r(M)}{f'_2}$.

→ $\delta(M) = 2e\left(1 - \frac{r^2(M)}{2f'^2_2}\right)$.

interférange variable ← → frange d'égal inclinaison (circulaires)

→ $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{r^2(M)}{2f'^2_2}\right) = p_0\left(1 - \frac{r^2(M)}{2f'^2_2}\right)$.

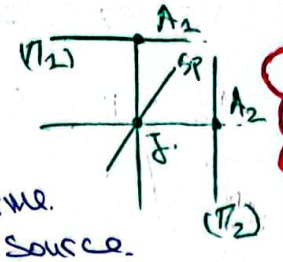
→ $r(M) = f'_2\sqrt{2(1 - p(M))}$.

- $e \nearrow$ $p_0 \nearrow$: $r(M) \nearrow$. les anneaux défilent (s'éloignent du centre vers la périphérie)
- $e \searrow$: les anneaux défilent vers le centre (s'élargissent)

• à cause de racine carré (centre → bord): l'écart entre les anneaux

Scanné avec CamScanner

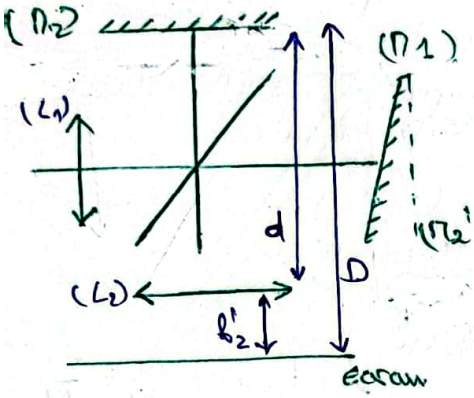
* Contact optique :
C.A → $\alpha = 0$
L.E → $e = 0$: $M_1' = M_2$.
$\delta(M) = 0$ ($j_{A_1} = j_{A_2}$)
- on observe une teinte plate uniforme sensible, ni couleur de la source.



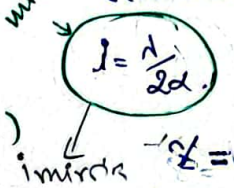
principe.
→ légèrement incliné.
* Lun d'air → $\alpha \ll$; → incidence normale ($i = 0$).
→ M_1 et M_2 ne sont pas orthogonaux.

$I\Pi + \Pi J = 2IH \simeq 2e$.
$\delta(M) = \delta_1 M - \delta_2 M = 2e(M) \simeq 2\alpha x$.

$\alpha \simeq \tan\alpha = \frac{e}{x}$



$\delta(M) = cte \rightarrow e(M) = cte \Rightarrow x = cte$: frange rectiligne.
interférentiel des lois ↔ frange d'égale épaisseur.
en présence de lentille

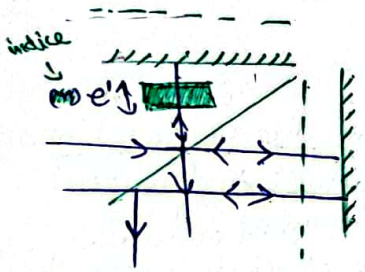


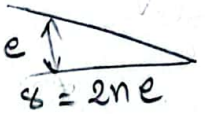
$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ → agrandissement
$i' = \gamma i$

$\gamma = -\frac{D}{d}$.
$i_{écran} = |\gamma| i_{miroir}$
$= \left|\frac{f_2'}{f_2' - D}\right| i_{miroir}$

$= \frac{D}{-d} = -\frac{D}{d}$.
$\frac{1}{D} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow D = \frac{f_2' d}{d - f_2'}$

* la projection de la source n'est possible que si $f_1' < D/4$ (Dém).







$\delta(M) = 2e$.
$e = ?$ $\begin{cases} e = R - CH \\ CH^2 = R^2 - x^2 \rightarrow CH = \sqrt{R^2 - x^2} \end{cases}$
$\rightarrow e = R - \sqrt{R^2 - x^2}$
Pour $x \ll R$ $e = R - R\left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)^{1/2}$
$= R - R\left(1 - \frac{x^2}{2R^2}\right) = \frac{x^2}{2R}$

$\delta'(M) = 2e + 2e' - 2ne'$
$= 2e + 2(1-n)e'$
$P_0' = P_0 + \frac{2(1-n)e'}{\lambda}$



$\ln\lambda = \ln e + 2\ln R_k - \ln k - 2\ln e$
$\Rightarrow \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{de}{e} + 2\frac{dR_k}{R_k} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda\left(\frac{\Delta e}{e} + 2\frac{\Delta R_k}{R_k}\right)$ ← erreur de la méthode expérimentale.

TP

* si P_0 est un entier.
→ l'ordre de k ième anneau brillant : $P_k = P_0 - k$.
* si P_0 n'est pas entier :
→ l'ordre de k ième anneau brillant : $P_k = E(P_0) - k + 1$

N'oublie pas P_0 ⚠

si P_0 est $\frac{1}{2}$-entier
P_1 : ordre du 1er anneau sombre.
$P_k - P_{k+n} = n = \frac{2e}{\lambda}\left(\frac{r_{k+n}^2 - r_k^2}{2f_2'}\right)$.
P_k ↑ ordre de k ème anneau sombre. ($P_k > P_{k+n}$)

Rq : $P_k = P_0 - k$.
$\Leftrightarrow \frac{2e}{\lambda}\cos i_k = \frac{2e}{\lambda} - k$.
$\Leftrightarrow \cos i_k = 1 - \frac{k\lambda}{2e}$.
$\Leftrightarrow 1 - \frac{i_k^2}{2} = 1 - \frac{k\lambda}{2e} \Leftrightarrow i_k = \sqrt{\frac{\lambda}{e}k}$

$R_k = f_2' i_k$.

Rayon du k ème anneau

$\Delta_k = R_{k+1} - R_k$ ← distance entre 2 anneaux successifs

$\rightarrow \Pi_1 \perp \Pi_2$ ($j_{A_1} \neq j_{A_2}$) : lame à face //.
$\delta = 2e\cos i$
frange circulaire = anneau.

$\rightarrow \Pi_1 \perp \Pi_2$ ($j_{A_1} = j_{A_2}$) : contact optique.
→ teinte plate. (éclairement uniforme).

$\rightarrow \Pi_2$ légèrement incliné ($j_{A_1} = j_{A_2}$) :
lun d'air.
$\delta = 2\alpha x + N_2$ ← réflexion si il existe
frange rectiligne.

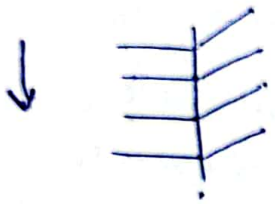
Scanné avec CamScanner

Interférence à N-ondes.

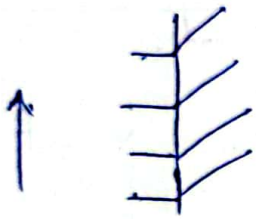
Réseau ① par transmission (N-fentes).
② par réflexion. (N-miroirs).

① $\delta(H) = a\sin i' - a\sin r$
② $\delta(H) = a\sin i + a\sin r$.

a : pas : distance entre 2 centres successifs de 2 fentes



$\underline{A_1} = A_0 e^{j\omega t}$
$\underline{A_N} = \underline{A_1} e^{j(N-1)\varphi}$.



$\underline{A_N} = \underline{A_1} e^{-j(N-1)\varphi}$.
$\underline{A_1} = A_0 e^{j\omega t}$

Intensité résultante

$I = \frac{1}{2}\underline{A}\cdot\underline{A}^* = I_0 \left(\frac{\sin N\frac{\varphi}{2}}{N\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$.

$f(\varphi) = \frac{I}{I_0} = \left(\frac{\sin N\frac{\varphi}{2}}{N\sin\frac{\varphi}{2}}\right)^2$.

I_{max}.

amplitude résultante.

$\underline{A} = \sum \underline{A_k} = \sum_{k=1} \underline{A_1} e^{j(k-1)\varphi}$.

$= \underline{A_1} \sum_1 e^{j(k-1)\varphi} = \underline{A_1} \sum_0 (e^{j\varphi})^k$

$= \underline{A_1} \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}}$

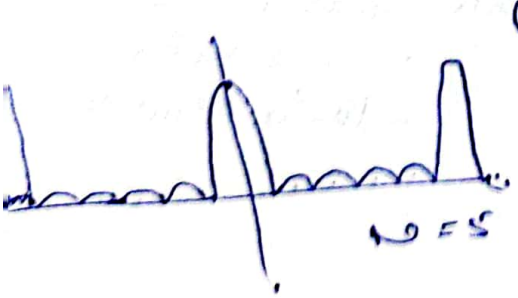
$= \underline{A_1} \frac{e^{jN\frac{\varphi}{2}}\left(e^{-jN\frac{\varphi}{2}} - e^{jN\frac{\varphi}{2}}\right)}{e^{j\frac{\varphi}{2}}\left(e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}\right)}$

$= A_1 \frac{\sin N\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} e^{j(N-1)\frac{\varphi}{2}}$.

- max principale (pic) : $\sin\frac{\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \varphi = 2k\pi$. ← interférence constructif
- max secondaire : $\sin(N\frac{\varphi}{2}) = \pm 1 \Rightarrow \varphi = (2n+1)\frac{\pi}{N}$
- min nuls : $\sin N\frac{\varphi}{2} = 0 \Rightarrow \varphi = 2m\frac{\pi}{N}$.

Relation fondamentale du réseau :
① : $\sin i - \sin r = k\lambda/a$.
② : $\sin i + \sin r = k\lambda/a$.

$k \in \mathbb{Z}$: ordre.
$k = 0$: optique géométrique
$k \neq 0$: dispersion (r dépend de λ) → spectroscope.



Scanné avec CamScanner

Deviation minimale : $dD = 0$.

$D = r - i$ ↳ $dr - di = 0 \Rightarrow dr = di$.

↳ parfois $D = i - r$.

avec la relation fondamentale : $\sin i = n \sin r$

avec dérivation : $\cos i \, di = n \cos r \, dr$

domaine visible $[0,455\,\mu m ; 0,6825\,\mu m]$

$\cos i_m = n \cos r_m$. $i_m = \pm r_m$.

$\Rightarrow D_m = -2 i_m$.

↳ $r_m = i_m$ à rejeter

$\rightarrow r_m = -i_m$.

$\sin 2 i_m = k \frac{\lambda}{2a} \Rightarrow \sin\left(-\frac{D_m}{2}\right) = k \frac{\lambda}{2a}$.

Dispersion d'un réseau :

$D_\lambda = \frac{dr}{d\lambda} \rightarrow -\cos(r)\, dr = k \frac{d\lambda}{a}$.

$\Rightarrow D_\lambda = -\frac{k}{a \cos r}$.

Dispersion plus forte :
$\Rightarrow k$ augmente.
$\Rightarrow a$ diminue.

Critère de Rayleigh :

$\begin{cases} \lambda_2 = \lambda_0 + \delta\lambda \\ \lambda_0 = \lambda_1 \end{cases}$

$\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1 = p \delta\lambda$ ↳ distance qui sépare max à une annulation.

$\Delta\delta \geq \frac{\lambda_0}{N}$.

$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda_0}{pN}$.

$(\delta\lambda)_{min} = \frac{\lambda_0}{pN}$: écart spectral le plus faible qui permet de résoudre à l'ordre p.

$R = \frac{d_0}{\delta\lambda_{min}}$.

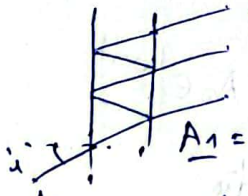
$R \uparrow : \rightarrow P \uparrow$
$\rightarrow N \uparrow$ (ajust).

↳ avec $\delta\varphi$ pour plus

$\frac{k\, d\lambda}{\text{plus}\ \varphi} \geq \frac{\lambda}{pN\cos\theta} \Rightarrow d\lambda \geq \frac{\lambda}{kN} = d\lambda_{min} = d\lambda_0$.

Pour $i = 0$ (incidence normale)
$\sin r = k \frac{\lambda_0}{a}$.
or $-1 \leq \sin r \leq 1 \rightarrow \ldots \leq k \leq \ldots$

réflexion : Fabry Perot :



$A_k = (Re^{i\varphi})^{k-1}$.

$A_{tot} = \sum_1 A_k = \sum_{k=1}^{+\infty} (Re^{i\varphi})^k$

$= A_1 \frac{1}{1 - Re^{i\varphi}}$ ex.

$I = A_{tot} \cdot A_{tot}^* = \frac{a_1 \cdot a_1^*}{1 + R^2 - 2R\cos^2(\varphi/2)}$

$= \frac{I_0}{(1+R^2)^2 + 4R\sin^2\varphi_2} = \frac{I_0}{(1-R)^2 \cdot 1 + \frac{4R\sin}{1-R^2}}$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$.

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$= 1 - 2\sin^2 a$.
$= \cos^2 a - \sin^2 a$.

Scanné avec CamScanner

Equation de maxwell + Etude energétique :

Stockes :

$$\oint_{\Gamma} \vec{A}\, d\vec{l} = \iint_{S(\Gamma)} \vec{rot}\,\vec{A}\; d\vec{S}$$

Γ : contour fermé ; $S(\Gamma)$: surface du contour fermé.

Green orthogradeski :

$$\oint_{S} \vec{A}\, d\vec{S} = \iiint_{\mathcal{C}} div\,\vec{A}\; d\mathcal{C}$$

$$U_{AB} = V_B - V_A = \int_B^A \vec{E}\, d\vec{l}$$



Maxwell Gauss :

$$div\,E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \iint \vec{E}\, d\vec{S} = \iiint \frac{\rho}{\varepsilon_0} d\mathcal{C} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

(Théorème de Gauss)

Maxwell Flux :

$$div\,\vec{B} = 0 \leftrightarrow \iint \vec{B}\, d\vec{S} = 0$$

(éq de conservation du flux magnétique)

Maxwell Faraday :

$$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \leftrightarrow \oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dS \leftrightarrow e = -\frac{\partial}{\partial t}\Phi_B$$

(variation de $\vec{B}$ est une source de $\vec{E}$ ⇒ phénomène d'induction.)

Maxwell Ampère

$$\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\leftrightarrow \oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I_c + \mu_0 \varepsilon_0 I_D$$

$$\leftrightarrow = \mu_0 \iint \vec{j}\, d\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S}$$

(variation de $\vec{E}$ est une source de E ⇒ Th d'Ampère)

Loi d'Ohm local :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \rho \vec{v} = n q \vec{v}$$

γ : conductivité élect.
ρ : charge.
n : densité de charge par unité de volume.
q : $(-e)$ pour un électron ; $(+e)$ pour un proton.

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}.$$

$$\frac{\|\vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} = \frac{1}{c}.$$

AFD sur un électron :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha \vec{v} - e\vec{E} - e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$\alpha = \frac{m}{\tau}$

$-\alpha \vec{v}$: force de frottement. $-e\vec{E}$: force élect F_e. $-e\vec{v} \wedge \vec{B}$: force magnétique F_m. → fait tourner les e^- de leur trajectoire rectiligne.

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{vB}{E} = \frac{v}{c} < 1$$

→ on néglige f_m devant f_e.

en régime permanent : $F_e = -F_m$.

Scanné avec CamScanner

Bilan energétique :

$\vec{R} = \vec{\Pi} = \frac{Re(\vec{E}) \wedge Re(\vec{B})}{\mu_0}$ ⇒ $\langle \vec{\Pi} \rangle = \langle \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \rangle = \frac{1}{2} Re.(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0})$.

↑ vecteur de poynting.

$\frac{\partial U_{em}}{\partial t} = - \mathcal{P}_{perdue} - \mathcal{P}_{rayonnée}$.

$\mathcal{P}_{rayonnée} = \iint_S \langle \vec{R} \rangle \, dS$

$U_{em} = \iiint \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \, d\tau$. : energie electromagnetique.

$\mathcal{P}_{perdue} = \iiint \vec{j} \vec{E} \, d\tau = \iiint \gamma E^2 \, d\tau$. : puissance fournit par le champ elect
↳ puissance instantannée par unité volume.
↳ puissance sera dissipé par effet joule.

(conducteur ohmique : $\mathcal{P}_{perdue} = R I^2$.
① → methode pour determiner R.
② → $R = \frac{V_1 - V_2}{I}$.
• $V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E} \, d\vec{\ell}$
• $I = \iint \vec{j} \, d\vec{s} = \gamma \iint \vec{E} \, d\vec{s}$)

conservation d'energie :

$\frac{\partial U_{em}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{R} = 0$.

conservation de charge : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$. + Dim.

regime permanant :

$\frac{\partial U_{em}}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow \mathcal{P}_{perdue} + \mathcal{P}_{rayonnée} = 0$

→ toute energie fournie par le système sera dissipé par effet joule.

$\langle R \rangle = 0$: pas de propagation
⇒ stationnaire.

approximation des regimes lentement variable :

(ARQS) : il consiste à negliger la dimension caracteristique du problème (ℓ) devant la longueur d'onde ≈
→ negliger le retard de propagation.

$\ell << \lambda = cT$.

$\tau << T$ ← durée caractéristique de l'evolution de la source.
↑ temps caractéristique du problème (retard de propagation).

exple :
condensateur : $\frac{U_m}{\mu_e} = (\frac{cB}{E})^2 = (\frac{\ell}{2c\tau})^2 = \frac{\ell}{2c\tau} << 1$
→ syst purement elect

solenoïde :
→ système purement magnetique.

E en $V m^{-1}$.
B en T : Tesla.
k en m^{-1}
μ_0 en $H m^{-1}$

Scanné avec CamScanner

OPPM : dans le vide - un conducteur - un conducteur parfait - plasma - polarisation.

$\vec{rot}(\vec{grad}\vec{A}) = \vec{0}$

$div(\vec{rot}\vec{A}) = 0$

$\vec{rot}(\vec{rot}A) = \vec{grad}(div\vec{A}) - \Delta\vec{A}$.

$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = (\vec{A}.\vec{C}).\vec{B} - (\vec{A}.\vec{B}).\vec{C}$.

$\Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$

dans le vide :

(pas de charge - pas de courant).

M-Gauss : $div\vec{E} = 0$.

M-Flux : $div\vec{B} = 0$.

M-Faraday : $\vec{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

M-Ampère : $\vec{rot}\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

éq de propagation dans le vide :

$\vec{B}$:

$\vec{rot}\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\vec{rot}(\vec{rot}\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \partial \frac{\vec{rot}\vec{E}}{\partial t}$

$\vec{grad}(\cancel{div\vec{B}}^{0}) - \Delta\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$.

$\Delta\vec{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$.

$\vec{E}$:

$\vec{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{rot}(\vec{rot}\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{rot}\vec{B}$

$-\Delta\vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

$\Delta E - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = 0$.

éq de propagation D'Alembert

$\Delta A - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$.

Sol° :

$\vec{A} = \vec{A_0} \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{OM})$

↳ n'a pas de sens réel.

dû au phénomène de l'élargissement spectral.

(l'énergie de propagat° est finie

OPPM → progressive : distance de même retard. (kx).

→ plane : à t fixé 1^{ere} mat à $\vec{k}$ (si ε = cte) → plane

→ transversal : $\vec{k}.\vec{u} = 0$

→ monochromatique (sinusoïdal).

exple : $\vec{E_0} \cos(-\frac{x}{\delta}) \cos(\omega t - \frac{x}{\delta})$

→ plane.

$E_0 \cos(-\frac{y}{\delta}) \cos(\omega t - \frac{x}{\delta})$

→ n'est pas plane.

$\vec{\mu}$: vecteur unitaire indique la direction de propagation.

$\vec{k} = k_0 \vec{u}$. pour une OPPM : $k_0 = \frac{\omega}{c}$.

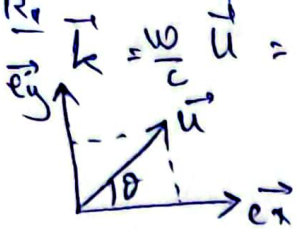
$\vec{E}.\vec{u} = 0$ et $\vec{B}.\vec{\mu} = 0$ ⟹ $\vec{B} = \frac{\vec{\mu} \wedge \vec{E}}{c} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$.

$\vec{E} = c\vec{B} \wedge \vec{u}$

→ la structure de l'OPPM $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ forment un trièdre directe.

Scanné avec CamScanner

$\vec{k} = \frac{\omega}{c}\vec{u} = \frac{\omega}{c}\cos\theta\,\vec{e_x} + \frac{\omega}{c}\sin\theta\,\vec{e_y}$.



Déterminer $\vec{B}$:

* pour une OPPM. : $\vec{B} = \frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}$
* onde quelconque.
  → superposition des ondes : $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$
  → Maxwell Faraday : $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

soit $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\,\vec{e_3}$
$= E_0 e^{i(\omega t - kx)}\,\vec{e_3}$.

$\vec{e_3}$: vecteur de polarisation.
$\vec{e_x}$: vecteur de propagation.

↳ règle facile.
↳ Intégrat° et Dérivat° en cos et sin.

$\vec{rot}\,\vec{E} = -i\vec{k}\wedge\vec{E}$
$\vec{div}\,\vec{E} = -i\vec{k}\cdot\vec{E}$
$\Delta\vec{E} = -k^2\vec{E}$
$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega\vec{E}$
$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 E$.

$2\cos x = e^{ix} + e^{-ix}$
$2i\sin x = e^{ix} - e^{-ix}$.

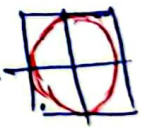
$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$: vitesse de phase.

$v_g = \frac{d\omega}{dk}$: vitesse de groupe : Vitesse de propagation d'énergie.
$= c$ (dans le vide)

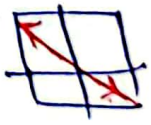
① Polarisat° :

$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x}E_{0y}}\cos\varphi = \sin^2\varphi$: polarisat° elliptique.

↳ $\varphi = \pm\pi/2 \Rightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$: polarisat° circulaire.



↳ $\varphi = \begin{matrix}0\\ \pi\end{matrix} \Rightarrow \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$: polarisat° rectiligne.



exple : $E = E_0 e^{i(\omega t - kz)}(u_x + i\alpha u_y)$ (pt coin)

$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$.
$E_y = -\alpha E_0 \sin(\omega t - kz)$.

→ $\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{\alpha^2 E_0^2} = 1$: éq d'ellipse
pour $\alpha = 0$: rectiligne ($\vec{u_x}$)
$\alpha = 1$: circulaire.

② . circulaire = $\sum$ rectiligne → $\begin{pmatrix} E_0\cos(\omega t - kz) \\ E_0\sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E\cos(\omega t - kz) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_0\sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$

. rectiligne = $\sum$ circulaire

↳ $\begin{pmatrix} E_0\cos(\omega t - kx) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}E_0\cos(\omega t - kx) \\ \frac{1}{2}E_0\sin(\omega t - kx) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2}E_0\cos(\omega t - kx) \\ -\frac{1}{2}E_0\sin(\omega t - kx) \end{pmatrix}$

Scanné avec CamScanner

$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t)\left[\cos\alpha \vec{u}_y + \sin\alpha \vec{u}_z\right]$. (PC 2019)

$\vec{u}$.

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.
$\sin a \sin b = -\frac{1}{2}(\sin(a+b) - \sin(a+b))$.

$\vec{E}$ garde une direction fixe suivant $\vec{u}$ $\Rightarrow$ polarisation rectiligne

sens de polarisation :

① $\sin\alpha > 0$: Gauche.
$\sin\alpha < 0$: droite.

② $\vec{E} \wedge \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\Big|_{t=0}$ $\begin{cases} \rightarrow \parallel +\vec{k} : \text{Gauche.} \\ \rightarrow \parallel -\vec{k} : \text{droite.} \end{cases}$

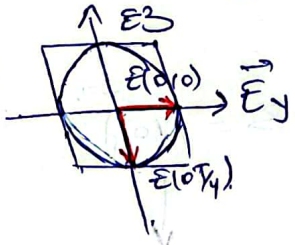
$\vec{S} \rightsquigarrow \vec{S}.\vec{k}$ $\begin{cases} > 0 \ G. \\ < 0 \ D. \end{cases}$

③ Etude $E(x=0, t=0)$
$E(x=0, t=\frac{T}{4})$.

exple :

$E = E_0 \cos(kx - \omega t)\vec{u}_y + E_0 \sin(kx - \omega t)\vec{u}_z$.

$E(0,0) = E_0 \vec{u}_y$.
$E(0, T/4) = -E_0 \vec{u}_z$

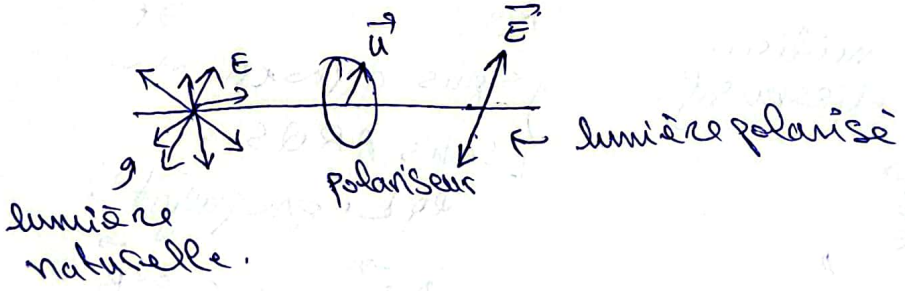


droite.

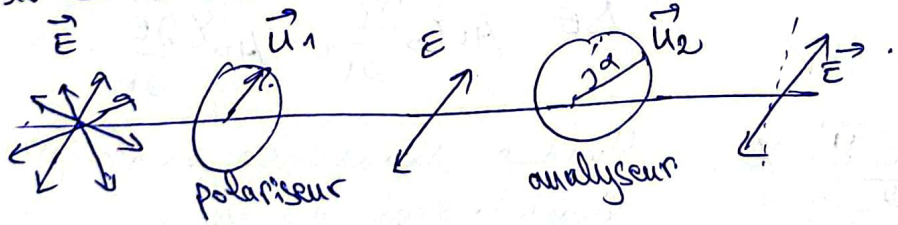
Polariseur :

transforme une lumière naturelle en lumière polarisée rectilignement selon sa direction de transmission $\vec{u}$.

PC 2020.



loi de Malus :



$I = I_0 \cos^2\alpha = E^* . E$

$I_0 = E_0^2$.

. extinction de lumière.

$I = 0 \Rightarrow \alpha = \pm \pi/2$

Scanné avec CamScanner

Onde stationnaire : $\psi(x,t) = \varphi(x).f(t)$: couplage spatio-temporel.

↳ son énergie ne se propage pas ($\langle \vec{R} \rangle = 0$)

exple : $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t) \sin(kz)$.

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\alpha x} \sin(\omega t)$. : stationnaire atténuée ⇒ évanescente.

$E = \vec{E}_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - kx)$: progressive atténuée.

Conducteur Métallique :

↳ milieu dense : $\rho = 0$ (localement neutre).

$\operatorname{div} \vec{E} = 0$

$\operatorname{div} \vec{B} = 0$

$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ $\Rightarrow \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$.

approximation des Basses fréquences (A.B.F)

$\frac{|j_D|}{|j|} = \frac{\gamma_0 \omega \mathcal{E}}{\gamma \mathcal{E}}$

en Basses fréquences : $\omega \ll \frac{\gamma}{\varepsilon_0}$.

$\Rightarrow \frac{j_D}{j} \ll 1$.

$\Rightarrow \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} = \mu_0 \gamma \vec{E}$

Relation de dispersion :

$k = f(\omega)$.

↳ non linéaire. ⇒ milieu dispersif.

① $\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$-k^2 = \mu_0 \gamma i \omega$.

$k^2 = -i \mu_0 \omega \gamma$.

$k = \begin{cases} (1-i)\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \gamma}{2}} & \checkmark \\ -(1-i)\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \gamma}{2}} & \times \end{cases}$.

$\Rightarrow k = \frac{1}{\delta} - \frac{i}{\delta}$ ↙ épaisseur de peau. ↘ coeff d'atténuation

② $\vec{k} \wedge \vec{k} \wedge \vec{E} = (\vec{k}.\vec{E}).\vec{E} - k^2 \vec{E}$.

$=0$ (l'onde transverse).

OR $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \gamma E + \mu_0 i \omega \varepsilon_0 \vec{E}$.

$-i \vec{k} \wedge \vec{B} = \mu_0 (\gamma E + i \omega \varepsilon_0) \vec{E}$

$k = (1-i)\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \gamma}{2}}$ ← A.B.F

Régime de propagation : A.B.F ou ARQS).

$\Delta \vec{B} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Rq

{ sans approximation.

{ sans ARQS :

éq de propagation :

$\Delta \vec{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$

$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$.

l'onde transmise se propage dans le sens de x croissant

tq : $\gamma \ll \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0 \omega \gamma}}$

Coef de transmission t, T

$-i \vec{k} \wedge \vec{k} \wedge \vec{E} = \mu_0 (\gamma - i \omega \varepsilon_0) E$

$i k^2 E = \mu_0 (\gamma + i \omega \varepsilon_0) E$

$k^2 \varepsilon = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - i \omega \mu_0 \gamma$. ④

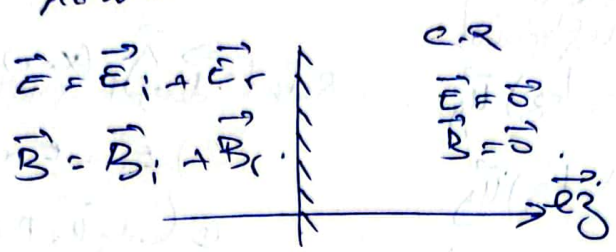
Scanné avec CamScanner

Conducteur parfait ($\gamma = 0$; $\rho = 0$).

↳ le champ $(\vec{E}, \vec{B})$ est nul dans le CR.

$\delta \to 0$: $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ne pénètrent pas dans le conducteur.

$\delta \to \infty$: $\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \omega \gamma}}$: épaisseur de peau.



$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r$

$\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r$

$\vec{E}_i$: incident.

$\vec{E}_r$: réfléchi.

$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{i(\omega t - k_i x)} \vec{e_z}$

$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{i(\omega t - k_r x)}$

Relation de passage (réflexion totale) :

$$\begin{cases} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{1\to 2} & (1) \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_D \wedge \vec{n}_{1\to 2} & (2) \end{cases}$$

$(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$ $\xrightarrow{\vec{n}_{1\to 2}}$ $(\vec{E}_2, \vec{B}_2)$

↓

$\vec{E}_r = \vec{E}_{0i} e^{i\pi} = -\vec{E}_{0i}$

réflexion.

Ra $\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$.

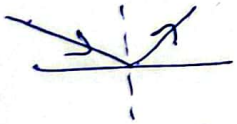
↳ onde stationnaire

(1) : $\vec{E}_i$ et $\vec{E}_r \perp \vec{u}$ (OPPM transversal)

donc $\sigma = 0$.

$\vec{k}_r = -\vec{k}_i$: incidence normale.

loi de Descart : incidence oblique.



* origine physique de l'onde réfléchie :

- $\vec{E}_i$ déplace de façon ordonnée les e^- de la surface ($z = 0$) du cond parfait → création d'un courant surf variable de même pulsation que $\vec{E}_i$ → créa° de $\vec{B}_r(t)$ → créa° de $\vec{E}_r(t)$ grâce au Maxwell-Faraday.

- nœuds : $\vec{B} = 0$; $\vec{E} = 0$ } $\sin(kx) = 0$.

- ventre : $B = B_{max}$; $E = E_{max}$ } $\sin(kx) = \pm 1$

$\langle \vec{R} \rangle = 0$: l'énergie de l'onde ne se propage pas → stationnaire.

$\langle u_{em} \rangle = 2 \langle u_{em}(OPPM) \rangle$.

↳ somme de 2 OPPM.

(2) détermination de $\vec{j}_D$: (voir partie cauté).

la propagation n'est possible que. $k^2 > 0$.

cas de conducteur réel : distance d'une onde transmise.

Relat° de passage : $\begin{cases} E_1 - E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{2\to 1} \\ B_1 - B_2 = \mu_0 \vec{j} \wedge \vec{n}_{2\to 1} \end{cases}$

Relat° de continuité : $\begin{cases} E_i + E_r = E_t \\ B_i + B_r = B_t \end{cases}$

Scanné avec CamScanner

onde incidente → | onde transmise →

$\vec{E}_i = E_0 e^{i(\omega t - n_1 \frac{\omega}{c} x)} \vec{u}_y$

$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{i(\omega t + n_1 \frac{\omega}{c} x)}$ ← onde réfléchie

$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{i(\omega t - n_2 \frac{\omega}{c} x)}$

$\vec{B}(x=0,z,t) = \mu_0 \vec{j}_p(x=0) \wedge \vec{u}_x$

$\Rightarrow \vec{E}_{0r} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \vec{E}_0$

$\Rightarrow \vec{E}_{0t} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \vec{E}_0$.

Relat° de continuité en $x = 0$

① $\vec{E}_0 + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t}$.

② $n_1 \vec{u}_x \wedge \vec{E}_0 - n_1 \vec{u}_x \wedge \vec{E}_{0r} = n_2 \vec{u}_x \wedge \vec{E}_{0t}$

↳ $\vec{u}_x \wedge$ ② $\Rightarrow n_1(\vec{E}_0 - \vec{E}_{0r}) = n_2 \vec{E}_{0t}$

↝ ni état de polarisat°.

$r = \frac{\vec{E}_{0r}}{\vec{E}_0}$: coeff de réflexion en amplitude

$t = \frac{\vec{E}_{0t}}{\vec{E}_0}$: coeff de transmission en amplitude.

$R + T = 1$: conservat° de puissance.

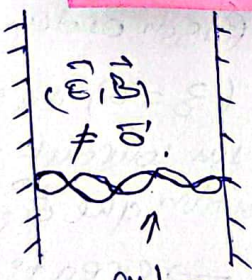
si $T = 0$: réflexion totale.

$R = \frac{\| \langle \Pi_r \rangle \|}{\| \langle \Pi_i \rangle \|} = |r|^2$: coeff de réf en énergie

$T = \frac{\| \langle \Pi_t \rangle \|}{\| \langle \Pi_i \rangle \|} = |t|^2$.

n la densité volumique

Cavité.



- Dans une cavité les ondes stationnaires qui peuvent exister sont appelées "mode propre de la cavité"
- "le mode transverse électrique d'ordre : 1.
- "mode fondamental"
  ↳ $\boxed{n_m = m\,n_1}$

- $\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$

en amont ↓ de côté de source.

en aval ↓ après la source

Scanné avec CamScanner

onde incidente → | onde transmise →

onde réfléchie ←

$\vec{E_i} = E_0 e^{i(\omega t - n_1 \frac{\omega}{c} x)} \vec{u_y}$

$\vec{E_r} = \vec{E_{0r}} e^{i(\omega t + n_1 \frac{\omega}{c} x)}$

$\vec{E_t} = \vec{E_{0t}} e^{i(\omega t - n_2 \frac{\omega}{c} x)}$

$\vec{B}(x=0^-, z, t) = \mu_0 \vec{j_p}(x=0) \wedge \vec{u_x}$

$\Rightarrow \vec{E_{0r}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \vec{E_0}$

$\Rightarrow \vec{E_{0t}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \vec{E_0}$.

↝ ni état de polarisat°.

Relat° de continuité en $x = 0$

① $\vec{E_0} + \vec{E_{0r}} = \vec{E_{0t}}$.

② $n_1 \vec{u_x} \wedge \vec{E_0} - n_1 \vec{u_x} \wedge \vec{E_{0r}} = n_2 \vec{u_x} \wedge \vec{E_{0t}}$

↳ $\vec{u_x} \wedge$ ② $\Rightarrow n_1(\vec{E_0} - \vec{E_{0r}}) = n_2 \vec{E_0}$

$R + T = 1$: conservat° de puissance.

si $T = 0$: réflexion totale.

$\underline{r} = \frac{\underline{E_{0r}}}{\underline{E_0}}$: coeff de réflexion en amplitude

$\underline{t} = \frac{\underline{E_{0t}}}{\underline{E_0}}$: coeff de transmission en amplitude.

$R = \frac{\| \langle \Pi_r \rangle \|}{\| \langle \Pi_i \rangle \|} = |\underline{r}|^2$: coeff de réf en énergie

$T = \frac{\| \langle \Pi_t \rangle \|}{\| \langle \Pi_i \rangle \|} = |\underline{t}|^2$.

n la densité volumique particulaire

$n = \frac{N}{V} = \frac{N / N_A}{V}$

$= \frac{N_{moles} \cdot N_A}{V} = \frac{\frac{m}{M} \cdot N_A}{V}$

$= \frac{\rho_{Na} \cdot V_0}{V_{Na}}$.

Cavité.

$(\vec{E}, \vec{B})$

ou le stationnaire.

"Dans une cavité les ondes stationnaires qui peuvent exister sont appelées "mode propre de la cavité"

" le mode transverse électrique d'ordre : 1.

" mode fondamental"

↳ $\boxed{l = m = n = 1}$

$\vec{B_2} - \vec{B_1} = \mu_0 \vec{j_s} \wedge \vec{n_{12}}$

en amont ↓ de côté de source.

en aval ↓ après la source

Scanné avec CamScanner

Plasma : milieu globalement neutre. ($\rho = 0$)

↳ gaz fortement ionisé constitué d'électrons et d'ions.

(exple ionosphère)

①

$\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$-i\vec{k} \wedge \vec{E} = -i\omega \vec{B}$.

$(\vec{k} \wedge \vec{E}) = \omega \vec{B}$.

$-k^2 \vec{E} = \left(\frac{\mu_0 n e^2}{m} - \frac{\omega^2}{c^2}\right) \vec{E}$

$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{\mu_0 n e^2}{m}$.

$= \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2}$.

$= \frac{1}{c^2}(\omega^2 - \omega_p^2)$

$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$.

plasma ≡ filtre passe haut. (seul les pulsat° $\omega > \omega_p$ peuvent se propager.).

RFD :

$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{n}{C}\vec{} - e\vec{E} - e\vec{v} \wedge \vec{B}$.

• e^- non relativiste $\|\vec{F}_m\| \ll \|\vec{F}_E\|$

⇒ en notat° complexe.

• $\vec{v} = -\frac{ie}{m_e \omega} \cdot \vec{E}$.

• $\vec{j} = -ne\vec{v} = \frac{in e^2}{m_e \omega} \vec{E}$

$\sigma = \frac{in e^2}{m_e \omega}$

$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m_e}}$ pulsat° de coupure

$\omega > \omega_p$: k réel.

$\omega < \omega_p$: k imaginaire pur.

↳ l'onde ne peut pas se propager.

onde évanescente.

②

$\Delta \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$.

$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

$-k^2 + \frac{\omega^2}{c} = -i\omega\mu_0\sigma$

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$.

Rq : $k = \alpha + i\beta$.

↳ stationnaire.

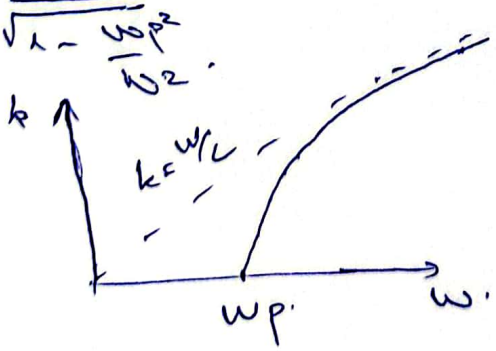
$k = i\beta$

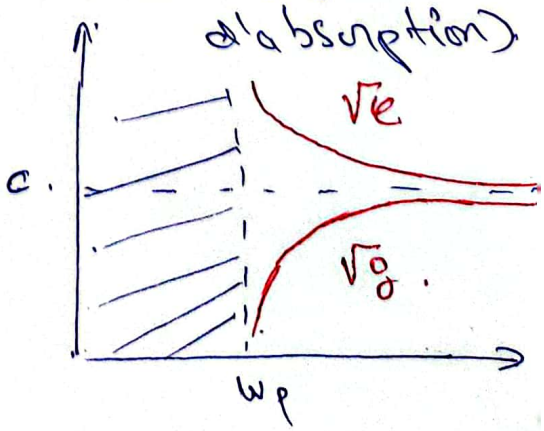
↳ évanescente.

(décroissante exp en module → phénomène d'absorption)

$v_g = \frac{d\omega}{dk} = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$.

$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$.





Scanné avec CamScanner

Quantique :

→ mecanique classique : { masse + vitesse = mouvement. } $\lambda = \frac{c}{\nu}$

→ mecanique quantique : { la particule n'est jamais au repos → onde electromagnetique }

énergie d'un quantum : $E = h\nu = \hbar\omega$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $\omega = \frac{2\pi}{\nu}$) → fréquence de rayonnement. cte de Plank

$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

relation de De Broglie : $\lambda = \frac{h}{p}$ → quantité de mvt. ($p = mv$) ; vitesse.

↳ $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$ (R.D) ; $p = \hbar k$.

Eq de Shrodinger : $E = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m}$

$E = E_c + V(M,t) \Rightarrow p = \frac{\hbar}{\lambda}$

pour une particule libre : $V(x,t) = 0$

$\Rightarrow E = E_c = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = cte$

$$\left[i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial \psi}{\partial x^2} + V(M,t)\cdot\psi \right]$$

onde stationnaire (le système quantique possède des niveaux d'énergie cte) ($|\psi(x,t)|^2 = |\varphi(x)|^2$: indépendant du temps)

$\psi(x,t) = \varphi(x) \cdot f(t)$.

Eq de shrodinger indépendant de temps :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \varphi''(x) + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x) \right].$$

$\rho(x) = \rho_1 + \rho_2 + 2\sqrt{\rho_1\rho_2}\cos(\dots)$



→ Rx varie de façon sinusoïdale (OPPH propage en x ↑ OPPH propage en x ↓)

$\psi(x,t) = \varphi(x)\cdot f(t) = \varphi(x) e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = \varphi(x) e^{-i\omega t}$.

($\frac{E}{\hbar}$ homogène à une pulsation).

$dP = |\psi(x,t)|^2 dx$: probabilité de présence de la particule $(x, x+dx)$.

$\rho(x) = |\psi|^2 = \psi \cdot \psi^*$ ($e^{i\theta}$ $e^{-i\theta}$) densité de probabilité de présence de particule dans $[x, x+dx]$

condition de normalisation : proba de présence particule dans tout l'espace.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dP(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dx = 1 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi(x)|^2 dx$$

$\vec{J} = |\psi|^2 \vec{v} = |\psi|^2 \frac{\hbar k}{m}$

↳ courant de probabilité

$\operatorname{div}(|\psi|^2 \vec{v}) + \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = 0$.

↳ equation de conservation de la probabilité (Dém : sera étudié Rjili).

principe d'incertitude de Heisenberg :

$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$: $\Delta x \searrow \Rightarrow \Delta p_x \nearrow$.

$\Delta p_x = \sqrt{\langle p_x^2 \rangle - \langle p_x \rangle^2}$

$\Delta x = L$.

les 2 direction sont équiprobable.

$\langle p_x \rangle = 0$. particule isolée $E = cte$

$\Delta p_x = p_x$. ($\langle p_x^2 \rangle = p_x^2$: $p_x = cte$)

Scanné avec CamScanner

Résolut° éq diff : $(a>0)$

$y'' - ay = 0 \Rightarrow \begin{cases} \to A e^{\sqrt{a}x} + B e^{-\sqrt{a}x} \\ \to \alpha \operatorname{ch}(\sqrt{a}x) + \beta \operatorname{sh}(\sqrt{a}x) \end{cases}$

$y'' + ay = 0 \quad (a=0) \Rightarrow \begin{cases} \to A e^{i\sqrt{a}x} + B e^{-i\sqrt{a}x} \\ \to \alpha \cos(\sqrt{a}x) + \beta \sin(\sqrt{a}x) \end{cases}$

$y'' = 0 \Rightarrow y(x) = Ax + B$

$dP = |\psi|^2$

① particule libre : $V(x) = 0$.

$E.S \Rightarrow \left[\varphi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} E \varphi(x) = 0 \right]$

$\Rightarrow \psi(x,t) = A e^{i(kx-\omega t)} + B e^{-i(kx+\omega t)}$ diverge

$e^{ix} - e^{-ix} = 2i \sin x$

$e^x - e^{-x} = 2 \sinh(x)$

$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

→ n'a pas de sens réel : car $\int dP \neq 1$

la particule libre ne peut être représentée par onde plane. → mais par un paquet d'ondes (superposition d'ondes planes de $\omega \neq$.).

relation de dispersion :

Bilan Energétique : $E = E_c \Rightarrow \hbar\omega = \frac{1}{2} m v^2$.

éq de Shrodinger : $\Rightarrow \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow \omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$

$i\hbar(-i\omega) A e^{i(kx-\omega t)} = -\frac{\hbar^2}{2m}(ik)^2 A e^{i(kx-\omega t)}$ (*)

$\psi \cdot \psi^*$

$v_e = \frac{\omega}{k}$; $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ ↓ vitesse de paquet d'ondes = vitesse de particule particul.

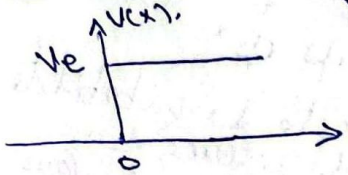
$p = mv = \frac{\hbar k}{m}$

v_g = vitesse de particule particul.

$\Delta k = k_2 - k_1$; $k_1 = k_0 - \frac{\Delta k}{2}$

$k_0 = \frac{k_1 + k_2}{2}$; $k_2 = k_0 + \frac{\Delta k}{2}$

② marche de potentiel :



$V(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ Ve & x>0 \end{cases}$

2 cas : $\to E > Ve$; $\to E < Ve$.

2 region : → region ① : $x<0$; → region ② : $x \geq 0$.

1er cas : $E > Ve$

$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

$k_2 = \sqrt{\frac{2m(E-Ve)}{\hbar^2}}$

① $\varphi''(x) + \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}^2 \varphi(x) = 0$.

② $\varphi''(x) + \sqrt{\frac{2m(E-Ve)}{\hbar^2}} \varphi(x) = 0$

$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} + \varphi(x) \cdot V(x) = E \varphi(x) \right]$.

① : $\varphi(x) = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x}$.

$\Rightarrow \psi(x) = A e^{i(k_1 x - \omega t)} + B e^{-i(k_1 x + \omega t)}$

onde incidente. → onde réfléchie.

② : $\varphi(x) = C e^{ik_2 x} + D e^{-ik_2 x}$

$\Rightarrow \psi(x) = C e^{i(k_2 x - \omega t)} + D e^{-i(k_2 x + \omega t)}$.

onde transmise. ← $(C e^{i(k_2 x - \omega t)})$.

OR il n'y a pas de source. ⇔ pas de propagation dans le sens de x négatif. (à dire). ⇔ $D = 0$.

Scanné avec CamScanner

A, B, C ? ⇒ par raccordement :

conditions de continuité de $\varphi(x)$ et $\varphi'(x)$ en $x = 0$.

$$\begin{cases} \varphi(x=0^-) = \varphi(x=0^+) \\ \varphi'(x=0^-) = \varphi'(x=0^+) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = C \\ k_1(A - B) = k_2 C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C = \dfrac{2k_1}{k_1 + k_2} A \\ B = \dfrac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} A \end{cases}$$

$\vec{J} = |\psi|^2 \dfrac{\hbar}{m} \vec{k}$ ⇒ $\begin{cases} J_i = |A|^2 \dfrac{\hbar}{m} k_1 \vec{e_x} \\ J_R = |B|^2 \dfrac{\hbar}{m} k_1 (-\vec{e_x}) \\ J_t = |C|^2 \dfrac{\hbar}{m} k_2 (\vec{e_x}) \end{cases}$

$R = \dfrac{\|J_R\|}{\|J_i\|}$; $T = \dfrac{\|J_t\|}{\|J_i\|}$.

$R + T = 1 \Rightarrow \|J_i\| = \|J_R\| + \|J_t\|$: conservation de la particule.

en cas : $E < V_e$ $\begin{cases} \text{(I)} \ \varphi''(x) + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\varphi(x) = 0 \\ \text{(II)} \ -\dfrac{\hbar^2}{2m}\varphi''(x) + V_e\varphi(x) = E\varphi(x) : \end{cases}$ $k_1 = \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}}$; $k_2 = \sqrt{\dfrac{2m(V_e - E)}{\hbar^2}}$

(I) $\varphi(x) = Ae^{i(k_1 x - \omega t)} + Be^{-i(k_1 x + \omega t)}$

(II) $\varphi(x) = Ce^{k_2 x} e^{-i\omega t} + De^{-k_2 x} e^{i\omega t}$ → sol° réelles.

, pour $x \to +\infty$; $\psi(x) \to +\infty$. (impossible)

donc $C = 0$.

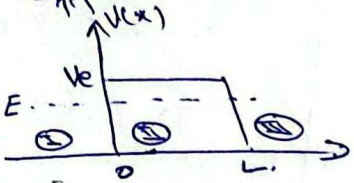
onde évanescente. ⇒ $De^{-k_2 x} e^{-i\omega t}$ ⇒ n'est pas une onde progressive.

$\xi = \dfrac{1}{k_2}$: longueur caractéristique d'atténuation.

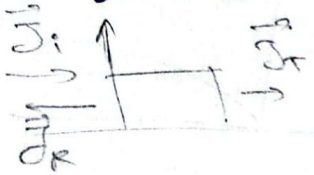
* pour $E \leq V_e$ la particule n'est pas capable de franchir la barrière (mécanique classique)

saut quantique ← mais elle existe (mécanique quantique).

Effet Tunnel : (TP n°18)



$V(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ V_e & 0 < x \leq L \\ 0 & x > L \end{cases}$



$\begin{cases} \text{(I)} \ \varphi(x) = Ae^{ik_1 x} + Be^{-ik_1 x} \\ \text{(II)} \ \varphi(x) = Ce^{k_2 x} + De^{-k_2 x} \ \text{(ne sont pas progressive)} \\ \text{(III)} \ \varphi(x) = Ee^{ik_1 x} + Fe^{ik_1 x} \end{cases}$ ⇒ pas de propagation dans le sens des x ↘

R : proba de réflexion sur la barrière

T : proba de transmission à travers la barrière.

continuité de φ et φ' en 0 et L

$\begin{cases} \varphi(x=0^-) = \varphi(x=0^+) \\ \varphi'(x=0^-) = \varphi'(x=0^+) \end{cases}$ et $\begin{cases} \varphi(x=L^-) = \varphi(x=L^+) \\ \varphi'(x=L^-) = \varphi'(x=L^+) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A + B = C + D \\ ik_1(A - B) = k_2(C - D) \\ Ee^{ik_1 L} = Ce^{k_2 L} + De^{-k_2 L} \\ ik_1 Ee^{ik_1 L} = k_2(Ce^{k_2 L} - De^{-k_2 L}) \end{cases}$

$R = \dfrac{|J_R|}{|J_i|} = \dfrac{|B|^2}{|A|^2}$

$T = \dfrac{|J_T|}{|J_i|} = \dfrac{|E|^2}{|A|^2}$ ↘ en fct de E :

① éliminer 1-2

② exprimer C en fct de E 3-4.

D en fct de E

remplacer C et D dans 1

$\Rightarrow T = \dfrac{1}{1 + \dfrac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \sinh^2(k_2 L)}$

$R + T = 1$: puisque la particule soit ↳ réfléchie / ↳ transmise

⇒ la somme des proba = 1.

↳ conservat° de particule.

* barrière épaisse ($L \gg \frac{1}{k_2}$) ⇒ $T = T_0 e^{-2k_2 L}$

$k_2 L \gg 1$

$\sinh^2(k_2 L) \simeq \dfrac{e^{2k_2 L}}{4} \gg 1$

proton : T très faible ↓ effet de masse

électron : $T \approx 0{,}18$

$T(r + dr) = T(r) \cdot \dfrac{dx}{\text{épaisseur}}$

$T = 0$: la particule immobile ne ($E = 0$) peut pas franchir la barrière.

$\Delta E_c = -V_0 E$

Scanné avec CamScanner

Puit de Potentiel infini



$$V(x) = \begin{cases} +\infty & x \le 0 \\ 0 & 0 \le x \le L \\ +\infty & x > L \end{cases}$$

la particule est piégé (confiné) à l'intérieur du puit.
⇒ elle est en état lié d'où la quantification d'énergie.

$$\rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > L \end{cases} \Rightarrow \varphi(x) = 0.$$

ES : $\left[\varphi'' + \frac{2m}{\hbar^2} E\varphi(x) = 0 \right]$

$\rightarrow E < 0$ ① impossible.
$\rightarrow E = 0$ ② impossible. (car $\varphi(x) \neq 0$ la particule piégé n'est jamais en repos.)
$\rightarrow E > 0$ ③ ✓

③ : $\varphi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$

$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

conditions aux limites :

$\begin{cases} \varphi(x=0) = 0 \Rightarrow B = 0. \\ \varphi(x=L) = 0 \Rightarrow kL = n\pi. \end{cases}$

$\hookrightarrow E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$

spectre d'énergie.

$$E_n = \frac{n^2\hbar^2\pi^2}{2mL^2} = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$$

si $L \searrow$ $E_n \nearrow$. (Δx).

$$\Rightarrow \varphi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

$$\Psi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) e^{-\frac{E}{\hbar}t}$$

$A = ?$ $\rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} dp = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx = 1$

$L_{+\infty} + 0_{/\infty} - \infty$

$A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = 1.$

$L/2$

$\Rightarrow A^2 = 2/L$

(vérifie le principe de Heisenberg)

$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

$\Delta x^2 \cdot \Delta p_x^2 \geq \frac{\hbar^2}{4}$

$L^2 p_x^2 \geq \frac{\hbar^2}{4}$

$L^2 2mE \geq \frac{\hbar^2}{4}$

$E \geq \frac{\hbar^2}{8mL^2}$

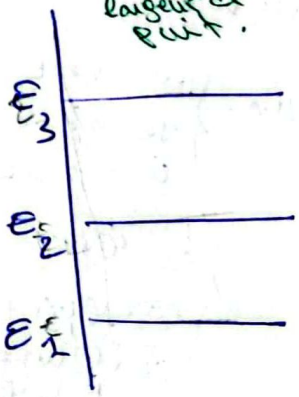
Particules ... جاش تتلاشى

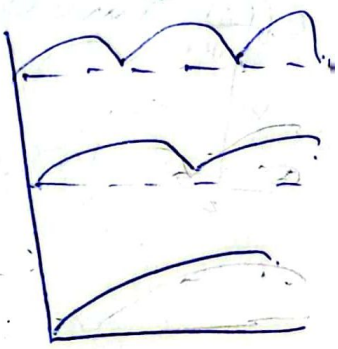
$E_{min_1} = \frac{\hbar^2}{8mL^2} \neq 0$

$E_{min_2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$

$E_{min_2} = 4\pi^2 E_{min_1}$

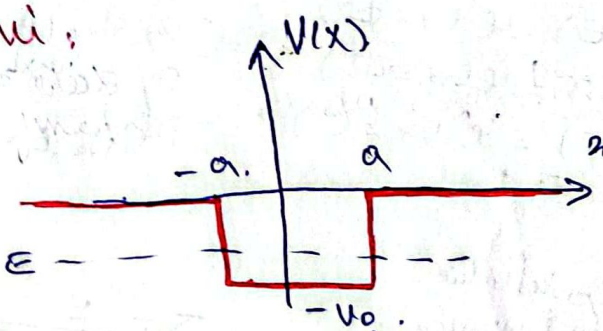
Retour à E.S.





Rq :
2 niveau d'énergie
+
un n >> nbr d'énergie entre ce 2 niveaux. (Δn).
=
energie continue.

puit fini :



$\varphi_1 = A_1 e^{\alpha x}$ $\alpha = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar}$

$\varphi_2 = A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx}$

$\varphi_3 = A_3 e^{-\alpha x}$ $k = \frac{\sqrt{2m(E+V_0)}}{\hbar}$

$\alpha = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

• mode de symetrie pair.

$\varphi_3(-x) = \varphi_1(x) \Rightarrow A_1 = A_3$

$\varphi_2(-x) = \varphi_2(x) \Rightarrow A_2 = B_2.$

• mode antisymetrique :

$\varphi_3(-x) = -\varphi_1(x) \Rightarrow A_1 = -A_3$

$\varphi_2(-x) = -\varphi_2(x) \Rightarrow A_2 = -B_2.$

Scanné avec CamScanner

Transfert de chaleur

+ → radio-activité (statistique (Boltzmann)) + magnétostatique

Se fait par 3 manière :

I) par conduction : entre les solides (le chaleur se propage de proche en proche sans transfert de matière.

II) par convection : entre les fluides (liquides, gaz) avec transfert de matière.

III) par rayonnement : tout corps à une température ⩾ 0 K → onde électromagnétique.

I) → saut de chaleur.

flux thermique = Puissance thermique :

$\Phi = \iint_S \vec{j}_q \, \vec{ds}$. Φ : la quantité de chaleur qui traverse dS par unité du temps.

$[\Phi] = W$ (watt) . → Js^{-1} - no nothing!

$\delta^2 q = \vec{j}_q \, \vec{ds} \, dt$

densité de flux thermique ← $\vec{j}_q$: la quantité de matière qui traverse par unité de temps.

$[\vec{j}_q] = W \cdot m^{-2}$. ($J s^{-1} m^{-2}$)

loi de Fourier : $W m^{-2} \Rightarrow \vec{j}_q = -\lambda \, \overrightarrow{grad} T$ ($K m^{-1}$)

λ : conductivité thermique.

$[\lambda] = W K^{-1} m^{-1}$.

⊖ . transfert thermique : chaud → froid.

. grad T : T° faible → T° élevée !

$[T] = K$

« le flux de chaleur ne dépend pas de x. $\phi_s = \phi_e$: vérifié. la conservation du flux du régime permanent sans dissipation ».

$\overrightarrow{grad} A = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial z}$.

$\overrightarrow{grad} A = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial z}$

$\delta Q + \delta W = dU$. (1ère principe)

$\delta W = -p \, dV$.

$\delta Q = \rho V c \, dT = m c \, dT$ (ρ : $kg \, m^{-3}$; c : $J kg^{-1} K^{-1}$)

. par les solide indéformable. $dV = 0$ ⇒ $\delta W = 0$.

. régime permanent : $dU = 0$.

eq de chaleur → $\delta Q = dU$ (1)

→ bilan énergétique en flux : $\delta Q = \phi \, dt$ (en présence de source)

→ bilan enthalpique.

Scanné avec CamScanner

$\delta Q = j_q(x) S dt - j_q(x+dx) S dt$

$= -\frac{\partial j_q}{\partial x} dx S dt$.

Loi de Fourier → $\delta Q = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx S dt$

$dU = \rho S dx c (T(t+dt) - T(t))$

$= \rho S dx c \frac{\partial T}{\partial t} dt$.

$\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

diffusivité thermique K : $m^2 s^{-1}$.

$\partial A = A(x+dx) - A(x)$

$\frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} + A(x) B = 0$.

$[B] = [x]^{-2}$ ← dimension.

$\phi(x) + \phi_p(x) = \phi(x+dx)$

$j(x) S + P_v S dx - j(x+dx) S$

P_v : source d'énergie : production supplémentaire de chaleur (puissance) thermique volumique.

$\delta Q_e + \delta Q_j - \delta Q_s = dU$.

$j(x) S dt + P_v S dx dt - j(x+dx) S dt = dU$.

chaleur qui entre en x ; chaleur produit par effet Joule ; chaleur qui sort en $x+dx$.

décharge par effet Joule : $\Rightarrow P_J = \vec{j}\vec{E} = \frac{j_0^2}{\gamma} = R I^2$

$j m^{-3} \leftarrow P_v = \frac{dP_j}{dV} = \frac{dR . I^2}{S dx}$.

$dH = \delta Q_e - \delta Q_s$

$dm(H_2 - H_1) = j_q(x) - j_q(x+dx)$

hauteur

$\delta Q_e + \delta Q_j - \delta Q_s = dU$.

$\phi(x) dt + P_v dt - \phi(x+dx) = dU$

$\delta Q_j = dP_j dt$.

$= \rho \frac{I^2}{S^2} S dx dt$

$= P_v S dx dt$.

En régime permanent : $dU = 0$.

$dA = \overrightarrow{grad} A \, d\vec{x}$

Terme source :

→ effet joule si le matériau traversé par un courant (Diffusion courant élect TP 2003).

→ métabolisme humain. (DP 2008)

→ matériaux radio actifs (radioactivité).

* production de chaleur (d'énergie) supp par unité de volume. P_v ($J m^{-3}$).

• $W = P_v . S . L . 3600$.

↳ énergie produite par une heure.

surface S, longueur L

Sol° de l'éq de chaleur :

* Pb à géométrie cartésienne :

• Pb à 1 Dimension.

• régime stationnaire : $T(x,y,z) = T(x)$.

: $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$.

Régime stationnaire

$T(M,t) = T(M)$.

$\frac{dT}{dt} = 0$.

T_1, T_2, $T(x)$, ϕ_1, ϕ_2, e, x

* sans terme source.

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T(x) = Ax + B$.

allure de répartition de température :

avec $\begin{cases} T(x=0) = T_1 \\ T(x=e) = T_2 \end{cases}$

$\Rightarrow T(x) = \frac{T_2 - T_1}{e} x + T_1$

T, T_1, T_2, e, x

$\Delta T = R_c \phi$.

résistance thermique

• $m L_v = x c W$

L_v : chaleur latente ($kJ kg^{-1}$) (liq → vap).

→ énergie produite pour faire évaporer

1 kg de matière

x : pourcentage d'énergie.

* avec terme source :

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{P_v}{\lambda}$.

$T(x) = -\frac{P_v}{\lambda} x^2 + Ax + B$.

2 cas de parabole

Ex :

$\phi = \iint j_q dS = j_q S = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} S$

$= -\lambda \frac{(T_2 - T_1)}{e} S$

$\phi = \frac{\lambda S}{e} (T_1 - T_2)$

$\frac{\partial T}{\partial x}$, T_1, T_2

Scanné avec CamScanner

* Pb à géométrie cylindrique :



$\Delta A = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A}{\partial r}\right)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$ ← donnée.

$\Delta T = 0$

$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right) = 0.$

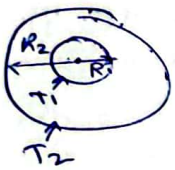
$\Rightarrow r\frac{\partial T}{\partial r} = C_1 \Rightarrow T(r) = C_1 \ln(r) + C_2.$ avec : $\begin{cases} T(r=R_1) = T_1. \\ T(r=R_2) = T_2 \end{cases}$

$\Rightarrow T(r) = \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}\ln(r) + \frac{T_2 \ln(R_1) - T_1 \ln(R_2)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}.$

$R_c = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi\lambda h}$

* Pb à géométrie sphérique : rpp to 12.

$\Delta A = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2}.$ ← donnée.



$\Delta T = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0.$

$r^2\frac{\partial T}{\partial r} = \text{cte} \Rightarrow T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2.$

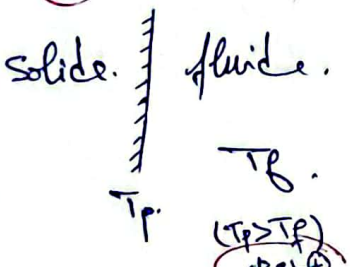
avec $\begin{cases} T(r=R_1) = T_1. \\ T(r=R_2) = T_2. \end{cases}$

$T(r) = -\frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} + C_2.$

$R_c = \frac{R_2 - R_1}{4\pi\lambda R_1 R_2}$



(II) Convection rpp to 20.



$\Phi = \iint_S \vec{j}\cdot\vec{dS}$

$P = \iint_S \vec{j}(x)\cdot\vec{dS}.$

$P_J = R I_0^2.$

puissance reçues par ① ② : $\begin{cases} P_1 = -P(x=0) \\ P_2 = P(x=L). \end{cases}$

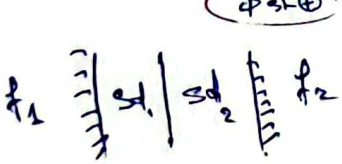
puissance totale dissipée par effet Joule : $P_1 + P_2 = P_J.$

$\Phi = h S (T_p - T_f)$

↳ h : coef de transfert par convection.

$[h] = W.m^{-2}.K^{-1}$

$\frac{\Phi}{S} = h.\Delta T$: densité de flux.



↳ cable m.

① : $\Phi_1 = h_1 S (T_{f_1} - T_1)$

② $\Phi_2 = \frac{\lambda_1}{e_1} S (T_1 - T_2)$

③ $\Phi_3 = \frac{\lambda_2}{e_2} S (T_2 - T_3)$

④ $\Phi_4 = h_2 S (T_3 - T_{f_2}).$

$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4$: loi de Newton (continuité de flux).

$\Rightarrow T_{f_1} - T_{f_2} = \Phi . R_{eq}.$ Ay $R_e = \sum R_i.$

$R_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$

→ association en parallèle.

$R_{eq} = R_1 + R_2$

→ association en série.

Scanné avec CamScanner

(11)

Corps noir : st le modèle d'un corps qui absorbe la totalité du rayonnement incident à la direction et la longueur d'onde λ, à l'éq thermique il rayonne toute la puissance absorbée.

* **loi de Stephan :**

à T=cte : $\mathcal{P}/\Phi = \sigma S T^4$: puissance rayonnée à travers une surface S.

$J = \frac{\Phi}{S} = \sigma T^4$: densité du flux rayonnée.

$\sigma = 5,62\ 10^{-8}\ W m^{-2} K^{-4}$.
↳ cte de Stephane.

Dém

$\mathcal{P} = \int_0^\infty d\mathcal{P}\, d\Omega$

$= \int_0^\infty \frac{2\pi h \upsilon^2}{c^2 \exp(\frac{h\upsilon}{kT}) - 1} d\upsilon$ (*)

avec : $\int_0^\infty \frac{u^3}{\exp u - 1} du = \frac{\pi^4}{15}$

$\begin{cases} u = \frac{h\upsilon}{kT} \\ d\upsilon = \frac{kT}{h} du \end{cases} \rightarrow \mathcal{P} = \frac{2\pi h k^4 T^4}{c^2 h^4} \int_0^\infty \frac{u^3}{\exp u - 1} du$.

$= \sigma T^4$ avec $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$.

$[\Phi = \sigma S T_2^4 - \sigma S T_1^4 = \sigma S (T_2^4 - T_1^4)$. (*)
↳ 2 corps noirs

Rq : rayonnement ↔ égalité des densités de flux
: équilibre ← $\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_R + \mathcal{P}_C$
⚠ pertes par conduction ↔ corps convection ↔ pas conservatif

(*) linéarisation : $\Delta T = (T_2 - T_1) << T_1$.

$\Phi = \sigma S (T_2^4 - T_1^4)$

$\Phi = \sigma S \left(\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 - 1\right) \cdot T_1^4$

$\Phi = \sigma S \left(\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1} + 1\right)^4 - 1\right) T_1^4 = \sigma S T_1^4 \left(1 + 4\left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right) - 1\right) = \sigma S T_1^3 (T_2 - T_1)$.

$= h S (T_2 - T_1)$

avec $h = \sigma T_1^3$.

* **loi de Wien :**

$\lambda_m T \simeq 3000\ \mu m K$ ← valeur constante.
↑ longueur d'onde pour avoir R_λ max. d'émittance. à T fixé.

* **loi de Planck :**

$M_\lambda = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda k T}) - 1}$ (*)

$J = \frac{\Phi}{S} = \int_0^\infty M_\lambda d\lambda = \sigma T^4$.

↳ le flux surfacique spectral passe par un max pour la T^{ne}

Scanné avec CamScanner

Induction.

Force de Lorentz :

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\wedge\vec{B}$ force magnétique f_m

f_e : force électrique

en RP : $f_e = -f_m$ — vitesse de charge

RP 2012

Force de Laplace :

$E_{tot} = E_p + E$ créée par le courant / le champ magnétique

↳ CCINP RP 2012 Induction.

Rq importante : le choix de $d\vec{\ell}$.

- l'orientation est donnée par l'énoncé, reste les bornes.
- cas de produit scalaire : avec le sens de direction de $\vec{E}$ / $\vec{B}$
- cas de produit vectoriel : $\perp \vec{B}$ (// sens de $\vec{I}$)

Bilforme (plus fréquent) :

Barycentre du circuit ; $\int d\ell$; suivant déplacement du fil appTD

$dF = I\, d\vec{\ell}\wedge\vec{B}$

Volume : $dF = j\, d\tau\wedge\vec{B}$ **surface :** $dF = j\, d\vec{S}\wedge\vec{B}$.

Loi de Lenz : le courant induit s'oppose par son effet à la cause qui lui donne naissance.

Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot d\vec{S}$

- si il y a N spire traversé par Φ_B : $e = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$ — dérivé (anglais)

$e = e_p + e_{ext} = -L\frac{d^2(i)}{dt} - \frac{d\Phi_{ext}}{dt}$

phénomène d'auto induction

Système de translation — **Système en rotation**

eq électrique : loi des mailles.

mode générateur : $P_{méca} \to P_{elec}$

(e)

l'existence du courant induit dans à la variation du flux magnétique dans le circuit

circuit mobile (Neumann) — champ variable (circuit fixe)

Règle de Barlow

eq électrique : loi des mailles.

eq mécanique : RFD : $\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$; **eq mécanique :** TMC : $\frac{dL}{dt} = \sum \vec{M}$.

Système tournant moteur asynchrone.

$\vec{M}\wedge\vec{B}$ — $\vec{OM}\wedge\vec{FL}$

$= ISn\wedge B$

$= ISB\sin(\vec{n},\vec{B})$.

Couplage

EEx ↓

EM ⊥ V.

$\langle \omega s(\omega t+\beta)\rangle = 0$

$\langle \omega s(\beta)\rangle = \omega\beta$.

$\langle \omega s^2(\omega t+\beta)\rangle = \frac{1}{2}$

Couplage

EEx ↓

EM ⊥ ω.

$\Phi_{2\to 1} = M i_2$

$\Phi = L i$; propre $L = \frac{\Phi}{i}$

$\frac{d}{dt}\frac{1}{2}Li^2$: puissance emmagasiné dans la bobine.

Bilan de Puissance :

$\vec{F}.\vec{v}$ / $\vec{M}.\vec{\omega}$: puissance de Laplace.

$f.v$ / $f.\omega$: puissance fourni par l'opérateur.

$E.i$: puissance élect fourni " "

$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$ / $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right)$: puissance cinétique. ← moment d'inertie.

Ri : puissance dissipé par effet Joule.

Rq : Regime permanent : $v/\omega = de \Rightarrow \sum F / \sum \vec{M} = \vec{0}$

Scanné avec CamScanner

$P_{lap} + P_{fem} = 0$

Lenz : $\mathcal{L} + ei = 0$

↳ sinon $N_{lap} = -N_{op}$.

eq électrique

Inductance mutuelle :

$\Phi = \Phi_{propre} + \Phi_{ext}$

$\Phi = Mi_2 + L_1 i_1$

$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$

$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$

Rq : exple de cours

• on prend seulement la partie imagée (Bobine Bobine)

• Pour déterminer M.

$M_{1\to2}$: le flux de circuit 1 sur le circuit 2.

• $\Phi_{2\to1} = Mi_2 = \iint B_2 \, dS_1 \cdot N_1$

• $\Phi_{1\to2} = Mi_1 = \iint B_1 \, dS_2 \, N_2$

Exple ① Rails de Laplace :

dans $\mathbb{R}^3$

mvt → champ $\vec{B}$ → f.e.m induite → force de Laplace → courant induit → freinage.

↳ mode moteur

↳ mode generateur.

Exple ② : Haut parleur.

(cours page 32).

$u + e = Ri$ E.E.

→ fonctionnement du circuit

→ regime forcé (utiliser les complexes)

Exple ③ : Freinage par Induction

mvt → variation du flux → f.e.m → courant induit → freinage.

Exple ④ chauffage par induction :

- courant de Foucault -

; ducl

$\vec{div}\,\vec{rot}\,\vec{A} = \vec{0}$.

$\vec{rot}\,\vec{grad}\,f = \vec{0}$.

Exple ⑤ : moteur asynchrone

→ stator :

→ rotor :

$\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$

$\Delta E_p = -\sum W(\vec{F_c})$

$\Delta E_{mec} = \sum W(\vec{F_{nc}})$

$\vec{grad}\, E_p \, d\ell = -\vec{F_c}$

Exple ⑥ Roue de Barlow.

Pince ampermétrique :

transformateur (ind mutuelle)

$\frac{dx(t)}{dt} + \frac{x}{\tau} = k \to x(t) = Ae^{-t/\tau} + \tau k$

$\frac{d^2x}{dt^2} + a\frac{dx}{dt} + bx(t) = kc(t)$.

↳ voir cours eq diff.

Scanné avec CamScanner

Electrostatique + magnétostatique

→ 2 théorèmes de Gauss
→ 2 théorèmes d'Ampère (Green)

les invariances:

Si la distribution de charge reste invariable par rotation d'un par.
↳ tournant (magnets)

translation d'une variable → le champ ne dépend pas de cette variable

exple $E(r,\theta,z) = E(r,z)$: ↳ lors de la dérivation cet angle est considéré (Manuelle)

les symétries:

symétrie ↳ du tournant : magnets
↳ de charge : electro

exple ①
par symétrie → $\vec{B} = 0$?
$\Pi_1(M,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$ $\vec{\Pi}_2(M,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$
$\vec{B} \perp \Pi_1$ et $\vec{B} \perp \Pi_2$.
↳ $\vec{B} \parallel \vec{u}_\theta$ et $\vec{B} \parallel \vec{u}_\theta$

② Π ps -3 | | 3 ↳ impossible.
$\vec{E}(\Pi') = -\vec{E}(\Pi)$
$\vec{E}(\Pi') = -\vec{E}(-3\Pi)$: $\forall t$ impair

$\oint_{3ds} = \oint_{ds} + \oint_{ds} + \iint_{sl} \cdots$

(Π) plan de symétrie → $\vec{E} \parallel (\Pi)$, $\vec{B} \perp (\Pi)$
(Π) plan d'antisymétrie → $\vec{E} \perp (\Pi')$, $\vec{B} \parallel (\Pi')$

Théorème de Gauss:

- $\oiint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q_{int}$; S: surface fermée
- $\sum Q_{int}$ → $\iiint_\tau \rho\,d\tau$; $\oint_S \sigma\,ds$ (pour $r<R$ $Q_{int}=0$) ; $\int_\Gamma \lambda\,dl$
- $\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}}\,V(M)$ $\left(-\frac{dV}{dr}\right)$
  $V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}(M)\,d\vec{l}$ (règle de la main droite)
  ① virtuel ② réel.
  ! les variables où dépend le champ $\vec{E}$
  → discontinuité du champ.
  ⚠ dans la distribution ≠ continuité dans la volumique
  Pour déterminer les constantes
  $V(r=R) = V(r<R) = V(r>R)$.
  ↳ $\vec{E}$ et $\vec{V}$ sont de parité contraire (obligatoirement)

Théorème d'Ampère:

$\oint_\Gamma \vec{B}(M)\,d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacés}$.

- $I_{enlacés} = \sum \varepsilon I_i$ (↳ + / −)
  $I_{enlacés} = I_1 + I_3 - I_2$
- Γ : contour fermé → cercle ($\vec{B} \parallel \vec{u}_\theta$)
  → rectangle : sinon
- surfacique: $I = \iint \vec{j}_s\,ds\,\vec{n}$
- volumique: $I = \iint \vec{j}\,ds\,\vec{n}$

$I = j\pi R^2$.

$I = j(R^2 - r^2)\pi$

Energie électrique:

$\mathcal{E}_e = \iiint_\tau \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\,d\tau = \frac{1}{2}CU^2$

Energie magnétique:

$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0}\,d\tau$

Rq: à l'intérieur du fondamental (par les symétries) ou (opp de sources)
plan : $\vec{E} = \vec{0}$ plan
méthode pour déterminer milieu globalement neutre ($\rho = 0$)

Scanné avec CamScanner

Calcule de capacité :

$Q = C(V_1 - V_2)$.

$= \frac{\varepsilon_0 S}{e}(V_1 - V_2)$

(cas de condensateur plan) e: épaisseur.

Dipôle électrostatique :

voir cours

Energie potentielle :

$E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E} = qV$

charge (exple électron $q = -e$)

potentiel ($\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$)

travail des forces de Laplace

Rq importante :

$\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} \neq 0$ (Théorème d'Ampère)

$\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ (surface fermée, conservatif de flux)

$\oint_\Gamma \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$ (le flux est conservatif)

$\iint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} \neq \vec{0}$ (Théorème d'Ampère)

Rq

Plaque infinie : champ uniforme.

Cercle rectangle + Th d'Ampère

Moment magnétique :

$\vec{M} = I S \vec{n}$.

$\vec{n}$: normal de cette surface, dont le sens dépend du courant.

S : surface de contour.

Calcule d'inductance

1ère Méthode : énergie

$\frac{1}{2} L I^2 = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$

2ème Méthodes :

$L I_1 = N_1 \iint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1$

N : nombre de spires.

Spire :

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3\alpha \, \vec{u}_z$

Dem (PP 12).

Bobine torique :

N : nbr de spire

n : nbr de spire par unité : $\frac{N}{d\ell}$

$\vec{B} = \begin{cases} \vec{0} \\ \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\vec{u}_\theta \end{cases}$ (cadre circulaire)

Solénoïde :

$\vec{B} = \vec{0}$ (infini) et $\neq \vec{0}$ (fini)

intérieur : $\mu_0 n I \vec{u}_z = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \vec{u}_z$

$\vec{B}_i$ et sens de i → règle de 3 doigts

• $r < R$ } $\Rightarrow B = \mu_0 n I$

• $r > R$ }

Couple de moment

$M = \vec{M} \wedge \vec{B} = M \cdot B \cdot \sin\alpha$.

$\alpha = (\vec{n}, \vec{B})$. $M = 0$ 2 pos d'eq

↳ $\alpha = 0$

↳ $\alpha = \pi$.

⊗ entrant

⊙ sortant

spire

solénoïde

$\tan\alpha = \frac{R}{z_m - z} \Rightarrow z_m - z = R \cdot \cot g\,\alpha$.

$-dz = -R \frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$dz = R \frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$d\vec{B} = \underbrace{n dz}_{\text{solénoïde}} \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3\alpha \, \vec{e}_z$.

$dB = n \frac{\mu_0 I}{2} \sin\alpha \, d\alpha$.

$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} n \frac{\mu_0 I}{2} \sin\alpha \, d\alpha = n \frac{\mu_0 I}{2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \, d\alpha$.

$= n \frac{\mu_0 I}{2} [\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2]$.

flux : $\Phi = \iint_S \vec{A}\cdot d\vec{S}$

S : surface.

Scanné avec CamScanner

Calcule de capacité :

$Q = C(V_1 - V_2)$.

$= \frac{\varepsilon_0 S}{e}(V_1 - V_2)$

(cas de condensateur plan) e : epaisseur.

Dipole électrostatique :

voir cours

Energie potentielle :

$E_p = -\vec{p}.\vec{E} = qV$

charge (exple électron $q = -e$)

potentiel ($\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$)

Remarque :

Solénoïde sans interaction

$M = 0$.

Energie potentielle :

$E_p = -\vec{M}.\vec{B}$

fil : $\vec{B} = \mu_0 n I$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$\alpha \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{u_\theta}$ (r distance)

spire :

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\vec{u_z}$

→ Dem (PP boîte).

Bobine torique :

N : nbr de spire

n : nbr de spire par unité : $\frac{N}{dz}$

$\vec{B} = \begin{cases} \vec{0} & \text{cadre circulaire} \\ \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\vec{u_\theta} \end{cases}$

Solénoïde :

ext → $\vec{0}$ (infini) et $\neq \vec{0}$ (fini)

intérieur → $\mu_0 n I\,\vec{u_z} = \mu_0 \frac{N}{\ell} I\,\vec{u_z}$

$\vec{B}$: et sens de i → règle de 3 doigts

- $r < R$
- $r > R$

$\Rightarrow B(r) = \mu_0 n I$

Rq

plusieurs spires : Elles ont le même centre.

cercle rectangle + Th d'ampère

$\|\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\| = 2\pi f \|\vec{E}\|$

$div\,\vec{rot}\,B = \vec{rot}\,div\,B$

$\vec{V} = \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}$

champ électromoteur $\vec{E_m} = \vec{v} \wedge \vec{B}$

$e = \oint \vec{E_m}.d\vec{\ell}$ e : force induit

N.e : fem motrice totale

$B \sin\alpha$.

$= 0$ 2 pos d'eq

$\alpha = 0$

$\alpha = \pi$.

⊗ entrant

⊙ sortant

$\alpha = \frac{R}{z_m - z} \Rightarrow z_m - z = R.\cot g\,\alpha$.

$-dz = -R\frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$dz = R\frac{d\alpha}{\sin^2\alpha}$

$dB = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,e_z$.

$dB = n\frac{\mu_0 I}{2}\sin\alpha\,d\alpha$.

$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} n\frac{\mu_0 I}{2}\sin\alpha\,d\alpha = n\frac{\mu_0 I}{2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\,d\alpha$

$= n\frac{\mu_0 I}{2}[\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2]$.

flux : $\Phi = \int_S \vec{A}.d\vec{s}$

S : surface.

Scanné avec CamScanner

Thermodynamique -MP-T-PC

Mhamdi Aidi

L'énergie interne d'un système thermodynamique est par définition la somme de l'énergie cinétique macroscopique et de l'énergie potentielle d'interaction.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique macroscopique (correspondant au déplacement d'ensemble notée E_c par la suite) et de l'énergie potentielle des forces extérieures (notée E_p par la suite).

$U = E_{c,mic} + E_{p,int}$; $E_m = E_{c,mac} + E_{p,ext}$

On appelle E l'énergie totale du système : $E = U + E_m$



$U = E_c^{mic} + E_p^{mic}$

1er principe :

~~$\Delta U = W + Q$~~ $\quad \Delta E = W + Q \Rightarrow \Delta U + \Delta E_m = W + Q$

Si $E_m \equiv cte \rightarrow \Delta E_m = 0 \rightarrow \boxed{\Delta U = W + Q}$

- isochore : $V = cte$
- isobare : $P \equiv cte$
- isotherme : $T = cte$
- monotherme : $T_{ext} = cte$
- monobare : $P_{ext} = cte$

} adiabatique : $Q \equiv 0$ (pas d'échange de chaleur)

Système : {Air}

On note p_e la pression extérieure. La force exercée sur le piston vaut $\vec{F} = -p_e S \vec{u}_x$

Le déplacement élémentaire du piston est $d\vec{\ell} = dx\,\vec{u}_x$

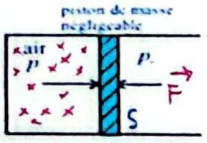
Le travail élémentaire algébriquement fourni par la force $\vec{F}$ au système vaut $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = (-p_e S \vec{u}_x) \cdot (dx\,\vec{u}_x) = -p_e S dx$

On note $dV = Sdx$ la variation de volume au cours du déplacement

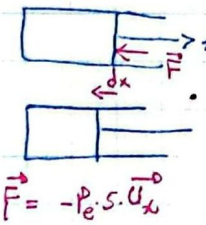
En thermodynamique comme en mécanique, on calcule toujours le travail algébriquement fourni par l'extérieur, c'est-à-dire le travail algébriquement reçu par le système.

Le travail élémentaire algébriquement reçu par le système vaut : $\delta W = p_e dV$

- Si $\delta W > 0$, le travail est effectivement reçu par le système. Les forces de pression sont motrices. Le volume diminue. On dit que l'on a une compression.
- Si $\delta W < 0$, le travail est effectivement fourni par le système. Les forces de pression sont résistantes. Le volume augmente. On dit que l'on a une détente.



$\left(\text{Pression} = \frac{\text{Force}}{\text{surface}}\right)$



$\vec{F} = -P_e \cdot S \cdot \vec{u}_x$

$\delta w(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = -P_e \cdot S \cdot \vec{u}_x \cdot dx\,\vec{u}_x = -P_e\,dV$: Travail élémentaire

(dx : variation ; $\vec{u}_x$: vecteur de variation)

Cas général :

On considère le travail des forces de pression entre un état d'équilibre initial (I) et un état d'équilibre final (F) :

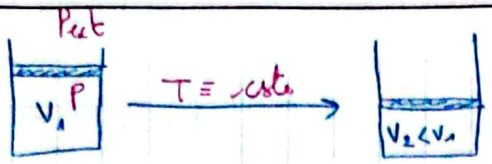
$$W = \int_I^F \delta W = -\int_{V_I}^{V_F} P_e dV$$

exple : Transformation isochore $\Rightarrow$ $dV = 0$ $\rightarrow$ $W = 0$ J

exple ② : Compression isotherme (lente) d'un G. Parfait

↳ quasi-statique

Scanné avec CamScanner



: lente → à chaque instant le piston est en équilibre (apparait fixe)

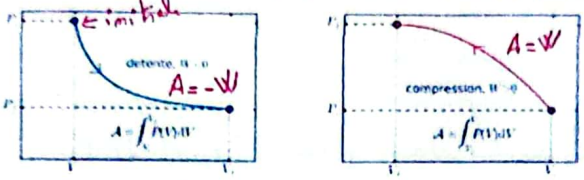
$\Rightarrow P_{ext} = P$

$$\Rightarrow \delta W = -P\,dV = -nRT\frac{dV}{V} \Rightarrow W = -nRT\int\frac{dV}{V} = nRT\ln\left(\frac{V_i}{V_2}\right)$$

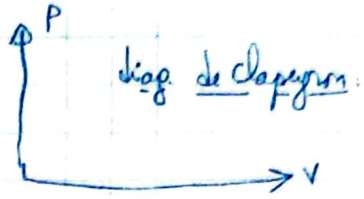
Dans le cas d'une transformation réversible où il y a transformation quasi-statique et non-compensation réversible, le travail des forces de pression s'écrit :

$$W = \int p\,dV$$

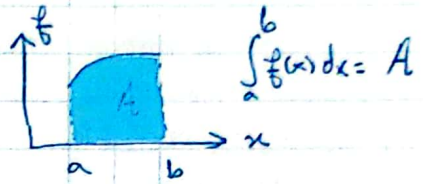
Le travail des forces de pression est lié à l'aire sous la courbe et au sens de parcours.



Dans tous les cas $|W| = A$ l'aire sous la courbe :
lors d'une détente $W < 0$ (le système cède de l'énergie à l'extérieur),
lors d'une compression $W > 0$ (le système reçoit de l'énergie).



diag. de Clapeyron



$$\int_a^b f(x)\,dx = A$$

⊗ Transformation monobare : $P_{ext} = cte \Rightarrow W = \int -P_{ext}\,dV = -P_{ext}\cdot(V_f - V_i)$

⊗ " isobare : $W = \int -P\,dV = -P(V_f - V_i)$

1er principe : Système : $(T, P, V) \xrightarrow{\text{Transformation}} (T+dT;\ P+dP;\ V+dV)$

$$\boxed{dE = d(U + E^m) = \delta W + \delta Q}$$

$$\Delta E = W + Q \Leftrightarrow \Delta U + \Delta E^m = W + Q$$

si $E^m = cte \Rightarrow \Delta E^m = 0 \longrightarrow \boxed{\Delta U = W + Q}$

Gaz parfait.

Caractéristiques du gaz parfait.

Le gaz parfait est un modèle simplifié des gaz. Ce modèle est construit sur les deux hypothèses suivantes.

- Les molécules sont considérées comme des points matériels. C'est-à-dire que l'on néglige leur volume propre devant le volume occupé par le gaz.
- On néglige toutes les interactions entre les molécules [redacted]

Equation d'état du gaz parfait.

Les variables d'état pression P, volume V, température T et quantité de matière n, d'un gaz parfait en équilibre et au repos sont liées par une relation appelée équation d'état des gaz parfaits.

$$P.V = n.R.T$$

P en pascal (Pa)
V en mètre cube (m^3)
T en kelvin (K)
n en mole (mol)
R est la constante des gaz parfaits (R=8,32 S.I)

(2)

Scanné avec CamScanner

Enthalpie : $H = U + PV$

$dH = dU + PdV + VdP = -PdV + \delta Q + PdV + VdP$

$$\begin{cases} dU = -PdV + \delta Q \longrightarrow \delta Q_v = dU \longrightarrow \boxed{Q_v = \Delta U} \\ dH = VdP + \delta Q \longrightarrow \delta Q_p = dH \longrightarrow \boxed{Q_p = \Delta H} \end{cases}$$

1ère loi de Joule : L'énergie interne d'un G.P ne dépend que de T ($U_{GP} = U(T)$)

$$\boxed{dU_{GP} = C_v \cdot dT} \Leftrightarrow \boxed{\Delta U_{GP} = C_v \cdot \Delta T}$$

2ème loi de Joule : L'enthalpie d'un GP " " " T ($H_{GP} = H(T)$)

$$\boxed{dH_{GP} = C_p \cdot dT} \Leftrightarrow \boxed{\Delta H_{GP} = C_p \cdot \Delta T}$$

⊛ Relation de Mayer : $H = U + PV \xrightarrow{GP} H = U + nRT \Rightarrow dH = dU + nR\,dT$

$C_p \cdot dT = C_v\,dT + nR\,dT \Longrightarrow \boxed{C_p - C_v = nR}$

on pose : $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$; $\begin{cases} C_p - C_v = nR \\ C_p = \gamma C_v \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} C_p = \frac{\gamma \cdot nR}{\gamma - 1} \\ C_v = \frac{nR}{\gamma - 1} \end{cases}$

$C_{p_m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ et $C_{v_m} = \frac{R}{\gamma - 1}$: Capacités molaires

⊛ Transformation adiabatique réversible d'un G.P : Loi de Laplace :

$$\begin{cases} dH = VdP + \delta Q = C_p\,dT \quad (1) \\ dU = -PdV + \delta Q = C_v \cdot dT \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \gamma = -\frac{VdP}{PdV}$$

$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} \Leftrightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0 \xrightarrow{\text{on intègre}} \ln P + \gamma \ln V = cte$

$\ln P + \ln V^\gamma = cte \Longrightarrow \ln(P \cdot V^\gamma) = cte \Longrightarrow \boxed{P \cdot V^\gamma \equiv cte}$ (3)

Scanné avec CamScanner

⊙ $P = \frac{nRT}{V}$; ona : $P.V^{\gamma} = cte \Rightarrow \frac{nRT}{V} V^{\gamma} = cte \Rightarrow$ $\boxed{T.V^{\gamma-1} = cte}$

⊙ $V = \frac{nRT}{P}$; ona : $P.V^{\gamma} = cte \Rightarrow P.\left(\frac{nRT}{P}\right)^{\gamma} = cte \Rightarrow$ $\boxed{T^{\gamma}.P^{1-\gamma} = cte}$

ex/ :

G.P (I) $\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{Transf. adiab. reversible}}$ (F) $\begin{cases} P_2 = 2P_1 \\ T_2 = ? \\ V_2 = ? \end{cases}$

$P_1.V_1^{\gamma} = P_2.V_2^{\gamma} \Rightarrow V_2 = V_1.\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} = V_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$

$T_1^{\gamma}.P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma}.P_2^{1-\gamma} \Rightarrow T_2 = T_1.\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1.\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

⊙ Travail des forces de pression au cours d'une Transf adiab, reversible d'un G.P

1ère méthode :

adiab $\rightarrow Q = 0 \Rightarrow W = \Delta U = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_i)$

$\left(W = \frac{P_f.V_f - P_i.V_i}{\gamma-1}\right)$

2ème méthode : (par Déf)

$P_i.V_i^{\gamma} = P_f.V_f^{\gamma}$

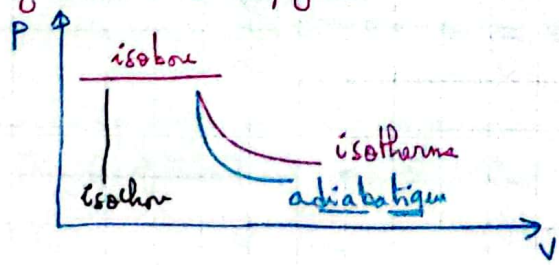
$W = \int -P.dV$; ona : $P.V^{\gamma} = cte = k \Rightarrow P = k.V^{-\gamma}$

$\Rightarrow W = \int -k.V^{-\gamma}.dV = -k\int_{V_i}^{V_f} V^{-\gamma}.dV = -k\left[\frac{1}{1-\gamma}V^{1-\gamma}\right]_{V_i}^{V_f}$

$W = \frac{k}{\gamma-1}\left(V_f^{1-\gamma} - V_i^{1-\gamma}\right) = \frac{k\,V_f^{1-\gamma} - k.V_i^{1-\gamma}}{\gamma-1} = \frac{P_f.V_f - P_i.V_i}{\gamma-1}$

($P_f.V_f^{\gamma}$ ↘ , $P_i.V_i^{\gamma}$ ↙)

Diagramme de Clapeyron :



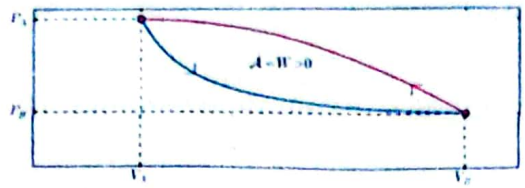
⊙ $P.V = nRT$

$P = \frac{nRT}{V}$ isotherme $\frac{cte}{V}$

Scanné avec CamScanner

⊗ Transformation cyclique (I = F) → $\Delta U_{cy} = 0$ et $\Delta H_{cycle} = 0$

Evolution cyclique



Pour une évolution cyclique, le système partant de l'état A passe par l'état B et



cycle recepteur ⇒ $W_{cycle} > 0$



cycle moteur ⇒ $W_{cycle} < 0$

(pb) :

I. Préliminaires :

On considère n moles de gaz parfait, la capacité thermique molaire à pression constante est notée C_p, la capacité thermique molaire à volume constant est notée C_v.

On pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ (supposé constant) et on désigne par R la constante des gaz parfait.

1. Rappeler l'équation d'état d'un gaz parfait. Quelle est l'unité de R ? → $P.V = nRT$ (R en $j.mol^{-1}.k^{-1}$)
2. Retrouver les expressions de C_p et C_v en fonction de R et de γ.

Les n moles de gaz parfait subissent une transformation poly-tropique définie ici comme une transformation d'équation $PV^a = P_0V_0^a$ ou a désigne une constante.

↑ ($P.V^a = cte$)

($C_{p_{molaire}} = \frac{C_p}{n}$)

② $\begin{cases} C_p - C_v = R \\ \frac{C_p}{C_v} = \gamma \end{cases} \Rightarrow \gamma C_v - C_v = R \Rightarrow (\gamma - 1)C_v = R \rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ et $C_p = \frac{\gamma . R}{\gamma - 1}$

3. Donner la valeur de a pour les transformations suivantes : isotherme, adiabatique réversible, isobare, isochore.
4. Le gaz parfait décrit un cycle quasi-statique. Soit S l'aire du cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, V), donner une relation entre le travail et l'aire du cycle dans le cas d'un cycle moteur et dans le cas d'un cycle récepteur.

③ $PV = nRT$

isotherme ⇒ $T = cte \Rightarrow P.V = cte \Rightarrow a = 1$

adiabatique : $a = \gamma$

isobare : $P = cte \Leftrightarrow a = 0$

isochore : $V = cte$; on a : $P.V^a = cte \Leftrightarrow V.P^{\frac{1}{a}} = cte \Rightarrow a = \infty$

④ $W_{moteur} = -S$ et $W_{recepteur} = +S$

⑤

Scanné avec CamScanner

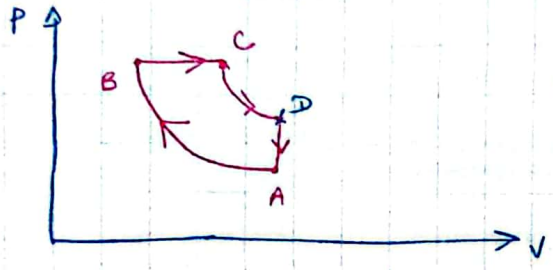
II. Cycle d'un moteur diesel:

Dans un moteur diesel simplifié, tout se passe comme si un système fermé de n moles d'un gaz parfait diatomique décrivait indéfiniment le cycle ABCDA constitué :

- ❖ D'une compression adiabatique réversible AB
- ❖ D'une combustion isobare BC
- ❖ D'une détente adiabatique réversible CD
- ❖ D'un refroidissement isochore DA

On donne : $P_A = 10^5$ Pa ; $T_A = 300K$; $T_B = 723K$; $V_A = V_D = 2,49.10^{-2} m^3$, $V_C = 8,32.10^{-3} m^3$; $\gamma = 7/5$; On donne : R = 8.31 S.I

1. Tracer l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron P=f(V).



② $T_A . V_A^{\gamma-1} = T_B . V_B^{\gamma-1}$

$\Rightarrow V_B = V_A . \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2,49.10^{-2} \left(\frac{300}{723}\right)^{5/2} = \ldots m^3$

$T_A^{\gamma} . P_A^{1-\gamma} = T_B^{\gamma} . P_B^{1-\gamma} \rightarrow P_B = P_A . \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 10^5 \left(\frac{300}{723}\right)^{7/2} = \ldots\ldots Pa$

$P_C = P_B$; $P_C . V_C = nRT_C \Rightarrow T_C = \frac{P_C . V_C}{nR} = \frac{P_C . V_C}{(P_A . V_A / T_A)} \Rightarrow \boxed{T_C = \frac{P_C . V_C}{P_A . V_A} . T_A}$

2. Calculer littéralement puis numériquement P_B, V_B, P_C, T_C, P_D et T_D.
3. Calculer littéralement puis numériquement pour chacune des transformations les travaux et quantités de chaleur reçus par le gaz.

$P_C V_C^{\gamma} = P_D . V_D^{\gamma} \rightarrow P_D = P_C . \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} = P_C . \left(\frac{8,32.10^{-3}}{2,49.10^{-2}}\right) = \ldots\ldots Pa$

$T_C . V_C^{\gamma-1} = T_D . V_D^{\gamma-1} \rightarrow T_D = T_C . \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \ldots\ldots$

③ Transformation AB : $Q_{AB} = 0 J \rightarrow W_{AB} = \Delta U_{AB} = C_V . \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (T_B - T_A)$

$\left(W_{AB} = \frac{P_B . V_B - P_A . V_A}{\gamma-1}\right) \ldots\ldots$

⊙ Transf BC : $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = C_p \Delta T = \frac{\gamma . nR}{\gamma-1} (T_C - T_B) = \frac{\gamma}{\gamma-1} (P_C V_C - P_B V_B) = \ldots\ldots J$

$W_{BC} = \int_B^C -P dV = -P_B (V_C - V_B) = \ldots J$

⊙ Transf CD : $Q_{CD} = 0 J$ et $W_{CD} = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma-1}$

④

Scanné avec CamScanner

Transf. DA : $W_{DA} = 0$ j et $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = C_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_A - T_D) = \frac{P_A V_A - P_D V_D}{\gamma - 1}$

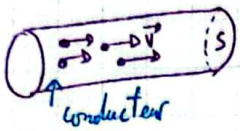
⊙ $W_{cycle} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = \dots\dots < 0$

Scanné avec CamScanner

Magnétostatique

But : calcul de $\vec{B}$:

Source de $\vec{B}$: les courants (déplacement de charges).



$\vec{j} = \rho \cdot \vec{v}$ ♡

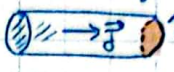
↓

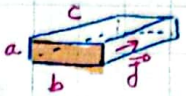
Vecteur densité volumique de courant

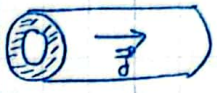
$$I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{s}$$ ♡

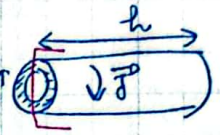
Si $\vec{j}$ uniforme $\Rightarrow I = j \cdot S$

Exples : $\vec{j}$ uniforme

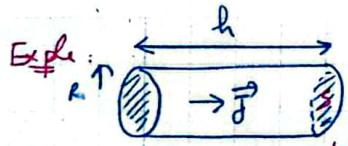
①  $I = j \cdot \pi R^2$

②  $I = j \cdot ab$

③  $I = j\pi(b^2 - a^2)$

④  $I = j \cdot h(b-a)$

Rq unité de $j \equiv (A \cdot m^{-2})$

Exple : 

donné → $\vec{j} = j_0 \cdot \frac{r}{R} \vec{u}_z$ n'est pas uniforme

$$I = \iint_{(S)} \vec{j}\, d\vec{s} = \iint j_0 \cdot \frac{r}{R} \, r\,dr\,d\theta$$

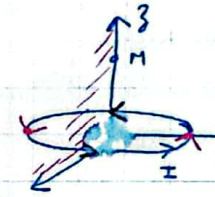
$$= \frac{j_0}{R} \cdot \int_0^R r^2 dr \cdot \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$I = \frac{j_0}{R} \cdot 2\pi \cdot R^3/3$$

Direction de $\vec{B}$: ($\vec{E}$ idem)

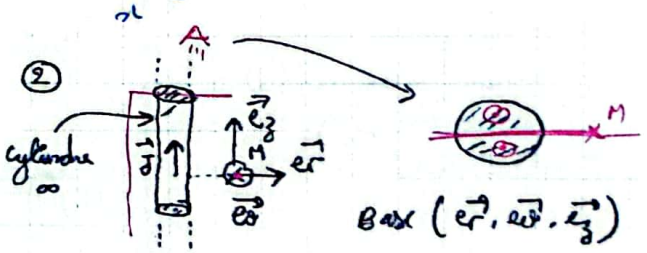
$\vec{B}$ C ps·imp (≥ 2)

$\vec{B} \perp$ ps·p (①)

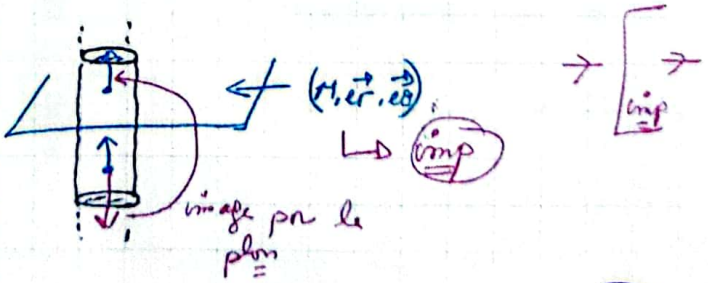
Exples : 

tout plan contenant (Oz) est un p·s imp

$\vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_z$

② 

$(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ psp $\Rightarrow$ $\vec{B}(M) = B(M)\vec{e_\theta}$



①

Scanné avec CamScanner

Remarque ①

($\vec{B} \perp$ Courant) (d'après Biot et Savart)

Remarque ②

en coor cylindriques :

$\vec{B} = B \cdot \vec{e_r}$ (généralement)

Théorème d'Ampère :

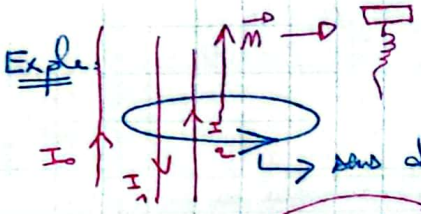
La circulation du champ magnétostatique le long d'un contour fermé orienté est = $\mu_0 \cdot I_{enlacé}$.

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_k \varepsilon_k I_k \rightarrow I_{enlacé}$$

$\in$ Contour avec $\varepsilon_k = \pm 1$

contour d'Ampère : Cercle ($\vec{B} \parallel \vec{e_\theta}$ ou $\vec{e_\varphi}$) ou Rectangle (sinon)

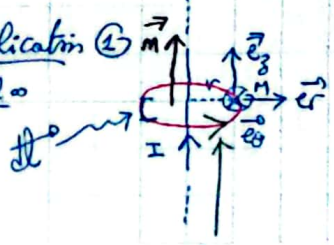
Exple :



sens d'orientation (arbitraire)

$I_e = I_2 - I_1$

Application ① fil ∞



sens d'orientation

1°/ Etudier la symétrie et l'invariance

2°/ Calculer $\vec{B}(M)$

3°/ Tracer l'allure des lignes de $\vec{B}$

Solution :

① $(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$ est un p.s.p pour la distribution de courant

$\Rightarrow \vec{B}(M) = B(r, \theta, z) \cdot \vec{e_\theta}$

Inv. invariance par :

- Rotation autour de $(z'z)$
- translation $\parallel$ à $(z'z)$

$\Rightarrow \vec{B}(M) = B(r)\vec{e_\theta}$

② Contour d'Ampère : Cercle d'axe $(z'z)$ et de rayon r

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e$$

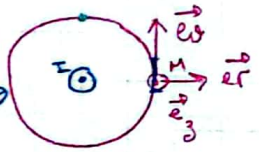
$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} B(r) \vec{e_\theta} \cdot r\, d\theta\, \vec{e_\theta} = \mu_0 I_e$$

$$r \cdot B(r) \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi} = \mu_0 I_e$$

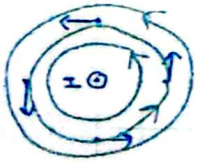
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi r}$$

$I_e = \pm I \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e_\theta}$

projection :



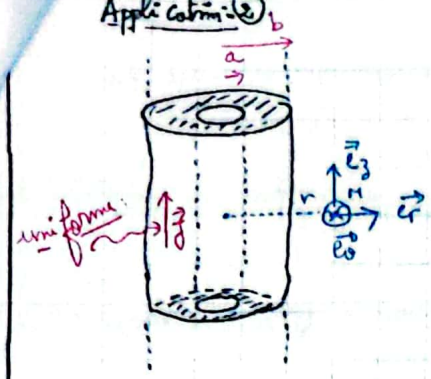
③ ligne de champ : Courbes tg à $\vec{B}$ en tout point :



②

Scanné avec CamScanner

Applicatin ②



① Symétrie ⊕ invariance.

② Calculer $\vec{B}(M)$.

Solutin:

① De même que ① de l'applicatin précédente.

$\vec{B} = B(r)\vec{e_\theta}$

②

② $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_e$

(C) $\int_0^{2\pi} B(r)\vec{e_\theta}\cdot r\,d\theta\,\vec{e_\theta} = \mu_0 I_e$

$2\pi r \cdot B = \mu_0 I_e \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi r}$

si $r \leq a$



$I_e = 0$

$\vec{B}(r \leq a) = \vec{0}$

si $a \leq r \leq b$



$I_e = \iint \vec{j}\cdot d\vec{s}$

$= j \cdot \pi (r^2 - a^2)$

$\vec{B}(a \leq r \leq b) = \frac{\mu_0 j \pi (r^2-a^2)}{2\pi r}\vec{e_\theta}$

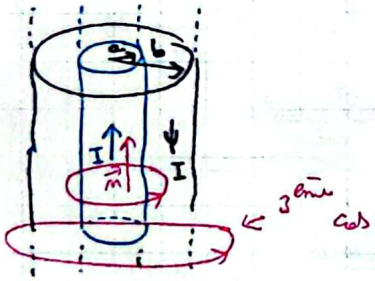
si $r \geq b$



$I_e = j\pi(b^2 - a^2)$

$\vec{B}(r \geq b) = \frac{\mu_0 j (b^2-a^2)}{2r}\vec{e_\theta}$

Appl. ③ Câble coaxial:



1°) $\vec{B}(M) = B(r)\vec{e_\theta}$ (ok!)

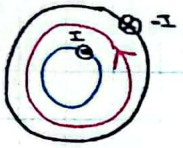
2°) Calculer $\vec{B}$ en tt pt de l'espace.

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_e$

$2\pi r B(r) = \mu_0 I_e$

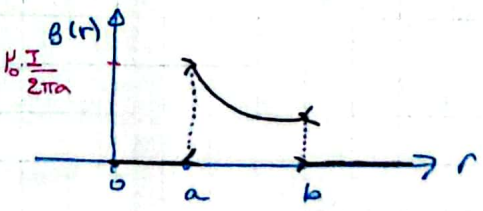
$B(r) = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi r}$

si $r < a \rightarrow I_e = 0 \rightarrow \vec{B}(r<a) = \vec{0}$



si $a < r < b$: $I_e = +I \rightarrow \vec{B}(a<r<b) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e_\theta}$

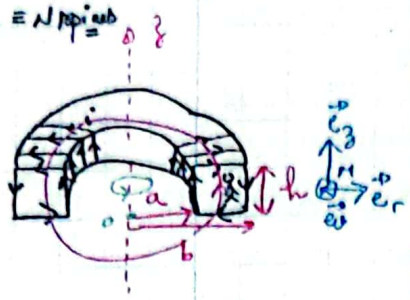
si $r > b$: $I_e = I - I = 0 \rightarrow \vec{B}(r>b) = \vec{0}$



Scanné avec CamScanner

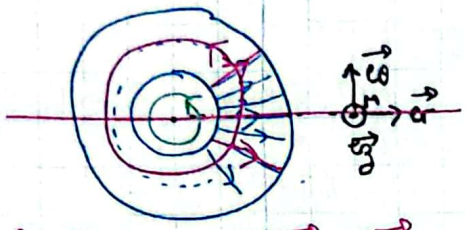
Appl: 4 Bobine Torique :

La bobine ≡ N spires



1°/ Mq : $\vec{B}(M) = B(r,z)\,\vec{e}_\theta$

2°/ Calculer $\vec{B}$ en M pt de l'espace



$(M, \vec{e_r}, \vec{e_3})$ p.s.p $\Rightarrow \vec{B} = B\vec{e}_\theta$

La distribution de courant est invariante par rotation autour de $(z'z)$

$\Longrightarrow \vec{B}(M) = B(r,\theta,z)\,\vec{e}_\theta$

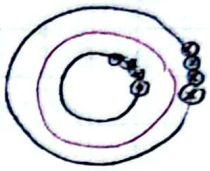
2°) Contour : Cercle d'axe $(z'z)$ et de rayon r

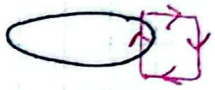
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_e$$

$$\int_0^{2\pi} B(r,z)\,\vec{e}_\theta \cdot r\,d\theta\,\vec{e}_\theta = \mu_0 I_e$$

$$r\cdot B(r,z)\cdot 2\pi = \mu_0 I_e$$

$$B = \frac{\mu_0 I_e}{2\pi r}$$





si $z<0$ ou $z>h$ et $\forall r$:

$I_e = 0 \longrightarrow \vec{B} = \vec{0}$

si $0<z<h$ et $r<a$: $I_e = 0$

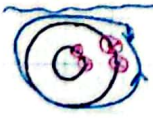
$\longrightarrow \vec{B} = \vec{0}$

si $0<z<h$ et $a<r<b$:

$I_e = N\cdot I$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$$

si $0<z<h$ et $r>b$:



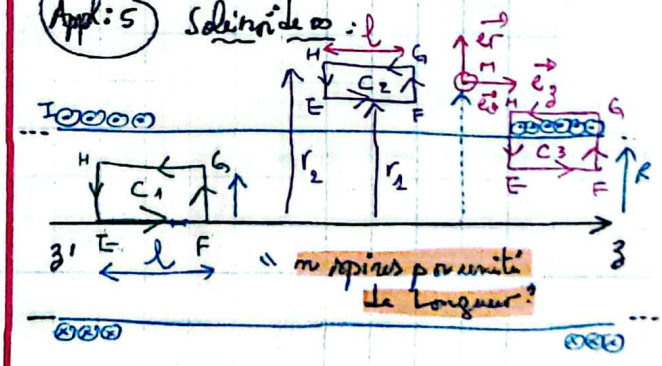
$I_e = NI - NI = 0$

$\vec{B} = \vec{0}$

Conclusion : $\vec{B}_{int} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$

$\vec{B}_{ext} = \vec{0}$

Appl: 5 Solénoïde ∞ : ℓ



1°/ symétrie & invariance.

2°/ Mq : $\vec{B}$ uniforme à l'intérieur

3°/ Mq : $\vec{B}$ " à l'extérieur

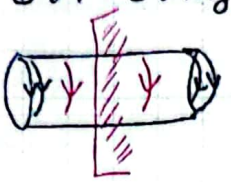
4°/ Calculer $\vec{B}$ en M pt de l'espace

Scanné avec CamScanner

n°11

$(M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ est un p.s.p

Donc : $\vec{B}(M) = B(r, \theta, z)\,\vec{e_z}$



Ona invariance par :
⊙ Rotation autour de $(\delta' 3)$
⊙ Translation // à $(\delta' 3)$

$$\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\,\vec{e_z}}$$

②

① $\oint_{C_1} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$

$\int_E^F \vec{B}(r=0)\cdot d\vec{\ell} + \int_F^G \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_G^H \vec{B}(r<R)\cdot d\vec{\ell} + \int_H^E \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$

($d\vec{\ell} = d_z\vec{e_z}$ sur EF ; $d\vec{\ell} = -d_z\vec{e_z}$ sur GH ; $\vec{B}\perp d\vec{\ell}$ sur FG et HE)

$\ell \cdot B(r=0)$ — $\ell \cdot B(r<R) = 0$

$B(r<R) = B(r=0)$

$\vec{B}$ uniforme à l'intérieur :

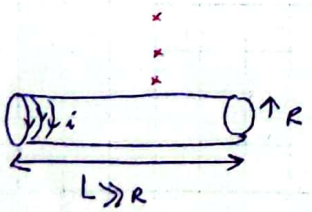
③ $\oint_{C_2} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$

$\rightarrow \ell \cdot B(r_1) + 0 - \ell B(r_2) + 0 = 0$

$B(r_1) = B(r_2)\ \forall\ r_2 > r_1 > R$

$\Rightarrow \vec{B}$ uniforme à l'extérieur

③



$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}(r\to\infty) = \vec{0} \\ \vec{B}_{ext} \text{ unif} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(r>R) = \vec{0}}$

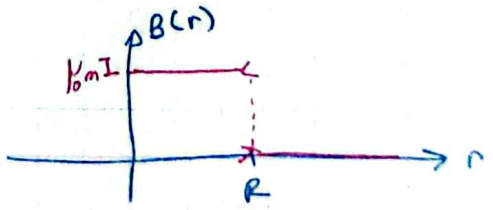
④ $\oint_{C_3} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_e$

$\ell \cdot B_{int} + 0 - \ell B_{ext} + 0 = \mu_0 I_e$

$\ell \cdot B_{int} = \mu_0 I_e = \mu_0\, n\ell \cdot I$

$B_{int} = \mu_0 n I$

$$\vec{B} = \begin{cases} \mu_0 n I\,\vec{e_z} & \text{si } r < e \\ \vec{0} & \text{si } r > R \end{cases}$$

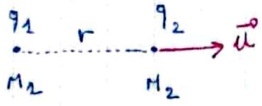


⑤

Scanné avec CamScanner

ELETROSTATIQUE. PC1

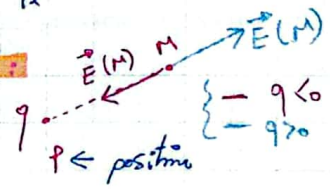
① Loi de Coulomb.



$$\vec{F}_{1/2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3}$$

$$= q_2 \cdot \vec{E}_1(M_2)$$

CAS :

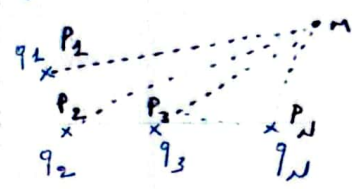


$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

↳ champ électrostatique créé par la charge ponctuelle q

② Champ électrostatique créé par une distribution discrète de charge ②

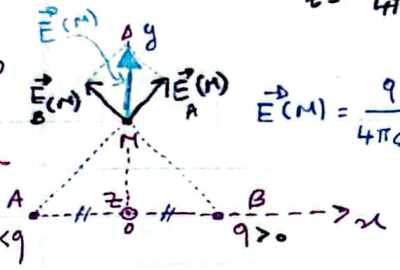
(N charges ponctuelles)



$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{P_iM}}{\|\overrightarrow{AP_i} - \overrightarrow{OM}\|^3}$$

Exple ①



$OM = y$

$OA = OB = a$

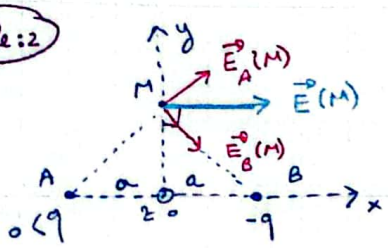
$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{AM}}{AM^3} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\overrightarrow{BM}}{BM^3}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon AM^3} (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) = \frac{2q \cdot \overrightarrow{OM}}{4\pi\varepsilon_0 AM^3}$$

Lo $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}$

$$\vec{E}(M) = \frac{q \cdot y}{2\pi\varepsilon_0 (y^2 + a^2)^{3/2}} \cdot \vec{e}_y$$

Exple : 2



$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon} \frac{\overrightarrow{AM}}{AM^3} - \frac{q}{4\pi\varepsilon} \frac{\overrightarrow{BM}}{BM^3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon AM^3} (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM})$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon AM^3} \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{q \cdot a}{2\pi\varepsilon_0 (a^2 + y^2)^{3/2}} \vec{e}_x$$

③ Distribution continue de charges

③ Volumiques. (Volume chargé)



Volume élémentaire : $d\tau$ ⟹ dq = charge élémentaire

$$dq = \rho \cdot d\tau$$

densité volumique de charge

$$[\rho] = C \cdot m^{-3}$$

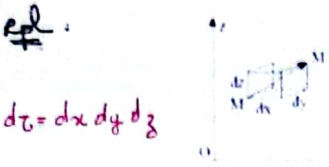
$$Q_{tot} = \iiint dq = \iiint_{(\tau)} \rho \cdot d\tau$$

Rq $Q_{tot} = \rho \cdot (\text{Volume})$ si $\rho = cte$ (uniformément chargé)

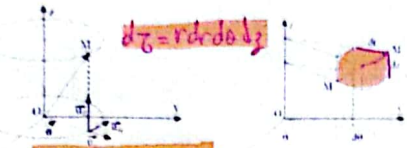
Scanné avec CamScanner

Expl :

$d\tau = dx\,dy\,dz$



$d\tau = r\,dr\,d\theta\,dz$



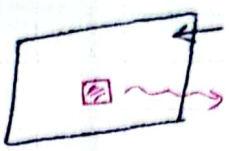
$V_{cylindre} = \pi R^2 H$



$d\tau = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, dr$

$V_{sphère} = \frac{4}{3}\pi R^3$ ♡

⊛ Surfaciques :



surface chargée

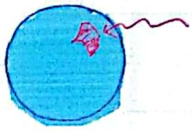
ds = surface élémentaire

$dq = \sigma \cdot ds$ ♡

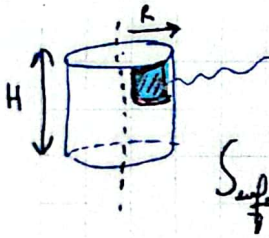
↳ densité surfacique de charge

$[\sigma] = C.m^{-2}$

$Q_{tot} = \iint_{(S)} \sigma \cdot ds$ (Rq) $Q_{tot} = \sigma \cdot$ Surface ↑ si $\sigma \equiv$ cte (uniformément chargé)



$ds_{disque} = r\,dr\,d\theta$ ♡



$ds_{cylindre} = R\,d\theta\,dz$

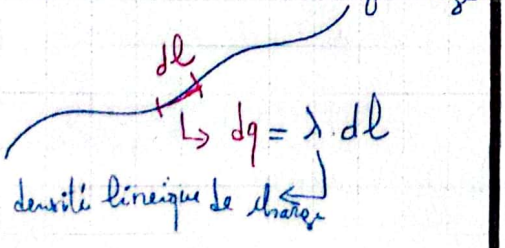
$S_{surface\ cylindre} = 2\pi R H$ ♡



$ds_{sphère} = R^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$S_{sphère} = \iint ds = R^2 \cdot 4\pi$ ♡

⊛ Linéiques



ligne chargée

dl

↳ $dq = \lambda\, dl$

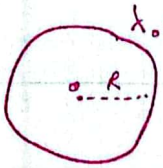
densité linéique de charge

$[\lambda] = C.m^{-1}$

$Q_{tot} = \int \lambda \cdot dl$

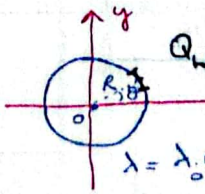
(Rq) si $\lambda \equiv$ cte (uniformément chargé) $\Rightarrow Q_{tot} = \lambda . L$

Exples

① 

$\lambda_0 \equiv$ cte

$Q_{tot} = \lambda_0 \cdot 2\pi R$

② 

$Q_{tot} = \int \lambda\, dl = \int_0^{2\pi} \lambda_0 \cos\theta \cdot R\, d\theta$

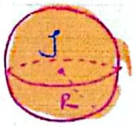
$= \lambda_0 R \int_0^{2\pi} \cos\theta\, d\theta = 0$

$\lambda = \lambda_0 \cos\theta$

Scanné avec CamScanner

③  $\rho_0 = cte$

$$Q_{tot} = \iiint \rho \, d\tau = \rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3$$

④  $\rho = \rho_0 \cdot \frac{r}{R}$

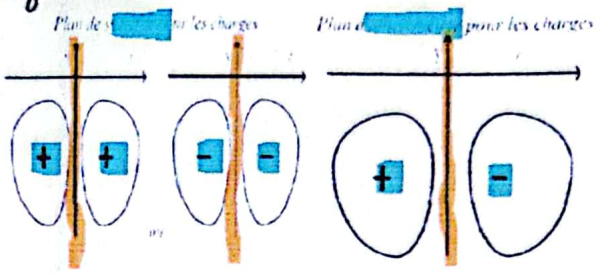
$$Q_{tot} = \iiint \frac{\rho_0 r}{R} \cdot r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\varphi$$

$$= \frac{\rho_0}{R} \int_0^R r^3 dr \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$= \frac{\rho_0}{R} \cdot \frac{R^4}{4} \cdot 2 \cdot 2\pi = \pi \rho_0 R^3$$

Symétrie et Invariance :

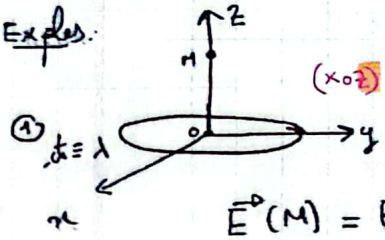
Symétrie (direction de $\vec{E}$)



direction de $\vec{E}$: $\vec{E} \perp$ p.s.inp ♡ (1 p.s.inp)

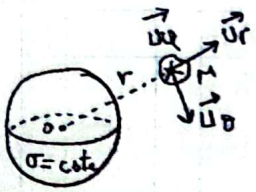
$\vec{E} \subset$ p.s.p ♡ (≥2 p.s.p)

Exples :

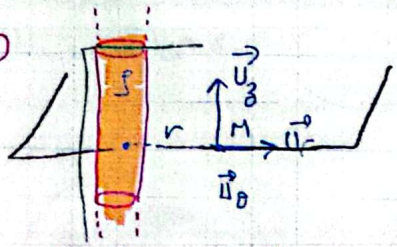


(xOz) et (yOz) 2 p.s.p

$$\vec{E}(M) = E(M)\,\vec{u}_z$$

② 

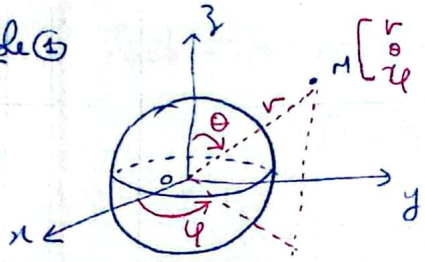
$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\varphi)$ sont 2 p.s.p $\Rightarrow \vec{E}(M) = E(M)\,\vec{u}_r$

③ 

$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ sont 2 p.s.p $\Rightarrow$

$$\vec{E}(M) = E(M)\,\vec{u}_r$$

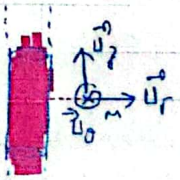
Invariance (les variables dont dépend $\vec{E}$)

exple ① 

$$\vec{E}(M) = \vec{E}(r, \theta, \varphi)$$

La distribution de charges est invariante par toute rotation autour du pt O (θ et φ)

CL : $\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{u}_r$

Exple ② = cylindre 

Scanné avec CamScanner

⊙ La distribution de charge est

invariante par :
⊗ Translation // à $(\vec{z}'z)$
⊗ Rotation autour de $(z'z)$

$\Rightarrow \vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

Théorème de Gauss :

Le flux de $\vec{E}$ à travers une surface fermée est $= \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

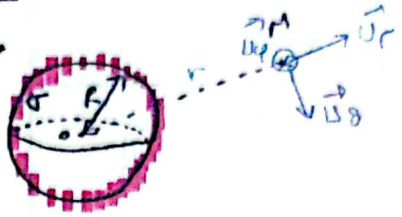
$$\oiint_{(S)} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\vec{dS} = ds.\vec{n}_{ext}$

(S) = surface de Gauss (sphère ou cylindre) selon la symétrie

Exemple ①

$r = ct$



① étudier la symétrie et l'invariance

② Calculer $\vec{E}$ en tt pt de l'espace (Gauss)

③ Tracer E(r). Commenter

Solution :

① $(M, \vec{U}_r, \vec{U}_\varphi)$ et $(M, \vec{U}_r, \vec{U}_\theta)$ 2 psp

$\vec{E}(M) = E(r,\theta,\varphi).\vec{U}_r$

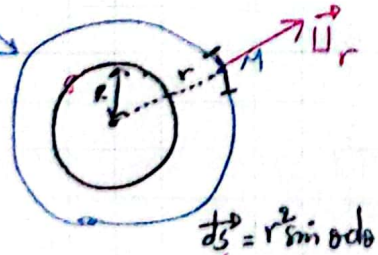
⊙ invariance par rotation d'axe θ et φ

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}(r)$

U : $\vec{E}(M) = E(r).\vec{U}_r$ //

② Surface de Gauss :

sphère $(O, r = OM)$ passe par M



$\vec{dS} = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi.\vec{U}_r$

$$\oiint \vec{E}\,\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\iint E(r).\vec{U}_r.r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi.\vec{U}_r = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

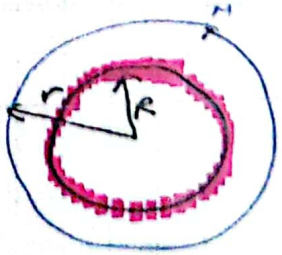
$$r^2 E(r).\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\int_0^{\pi} = 2$; $\int_0^{2\pi} = 2\pi$

$$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

à CDS si pas tt





r < R : M à l'intérieur

↳ $Q_{int} = 0 \rightarrow \vec{E}(r<R) = \vec{0}$

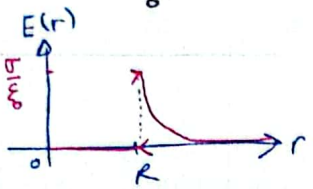
Scanné avec CamScanner

si $r > R$: M à l'extérieur.

$Q_{int} = \iint \sigma \, dS = \sigma \cdot 4\pi R^2$

$\vec{E}^0(r>R) = \frac{\sigma \cdot R^2}{\varepsilon r^2} \vec{u}_r$

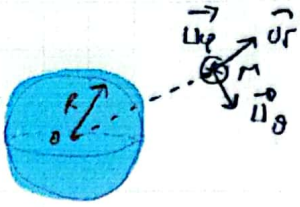
③



$E(r)$ est discontinu en $r = R$

⊙ $\vec{E}$ est tjrs dis à la Traversée d'une surface chargée

Exple 2



sphère uniformément chargé avec ρ.

1°) Direction ⊕ invariance
2°) $\vec{E}^0$ en tt pt de l'espace.
3°) Tracer $E(r)$.

Solution :

1°) m^ rép que l'exple ⊕ : $\vec{E}^0(M) = E(r)\vec{u}_r$
2°) dm^ que l'exple ⊕

$\vdots$

$E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

si $r \leq R$: M à l'intérieur

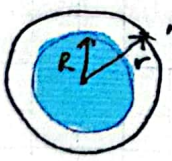


$Q_{int} = \iiint \rho \, d\tau$

$= \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$\vec{E}^0(r \leq R) = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0} \cdot \vec{u}_r^0$

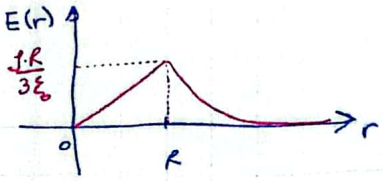
si $r \geq R$: M à l'extérieur



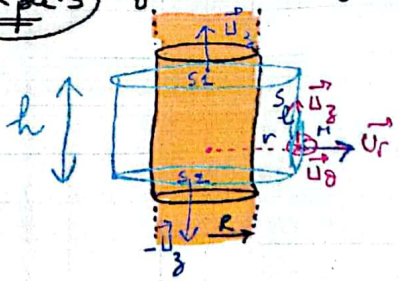
$Q_{int} = \iiint \rho \, d\tau$

$= \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

$\vec{E}^0(r \geq R) = \frac{\rho \cdot R^3}{3\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \vec{u}_r^0$



Exple 3 : cylindre ∞ chargé avec $\rho = cte$



1°) Symétrie ⊕ invariance

2°) Calculer $\vec{E}^0$ en tt pt de l'espace

⑤

Scanné avec CamScanner

① $(M, \vec{U_r}, \vec{U_\theta})$ et $(M, \vec{U_r}, \vec{U_z})$ sont

2 p.sp $\Rightarrow \vec{E}(M) = E(M)\vec{U_r}$

$\vec{E} = E(r,\theta,z).\vec{U_r}$

La distribution de charges est

invariante par :
⊗ Translation // à $(z'z)$
⊗ Rotation autour de $(z'z)$

$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(M) = E(r).\vec{U_r}}$

② symétrie cylindrique $\Rightarrow$

$S_{Gauss} \equiv$ Cylindre de rayon r et de hauteur h

Gauss :

$$\oiint_{(S_G)} \vec{E}\,\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$



$$\iint_{S_1} \vec{E}\,\vec{dS_1} + \iint_{S_2} \vec{E}\,\vec{dS_2} + \iint_{S_\ell} \vec{E}\,\vec{dS_\ell} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

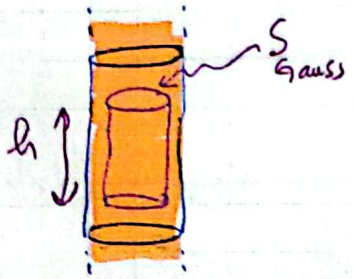
S_1 : $\vec{E} \perp \vec{dS_1}$ donc $\vec{E}\,\vec{dS_1} = 0$; S_2 : $\vec{E} \perp \vec{dS_2}$ donc $\vec{E}\,\vec{dS_2} = 0$

$$\iint_{(S_\ell)} E(r).\vec{U_r} \cdot r\,d\theta\,dz\,\vec{U_r} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$r.E(r).\underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi}\underbrace{\int_0^{h} dz}_{h} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 r.h}}$$

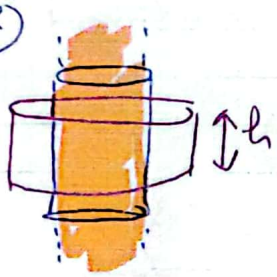
Si $r \leqslant R$



$$Q_{int} = \iiint \rho\,d\tau = \rho.\pi r^2 h$$

$$\boxed{\vec{E}(r \leqslant R) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\vec{U_r}}$$

Si $r \gg R$



$$Q_{int} = \rho\pi R^2 h$$

$$\boxed{\vec{E}(r \gg R) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\vec{U_r}}$$

Scanné avec CamScanner