

automatique.

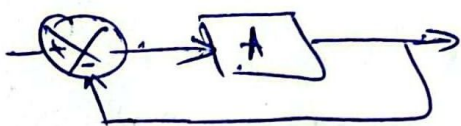
$$\mathcal{L}(f'(t)) = pF(p) - f(0).$$

$$\mathcal{L}(f''(t)) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0).$$

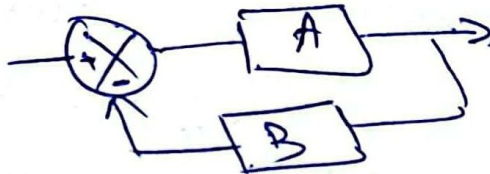
$$\mathcal{L}(\int f(t)) = \frac{1}{p} F(p).$$

$$\mathcal{L}(f(t-T)) = e^{-Tp} F(p). \quad (\text{avec retard}).$$

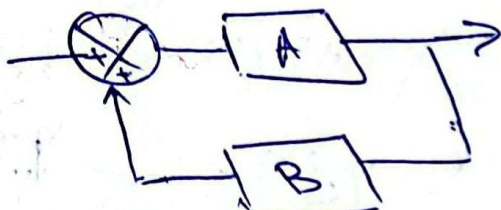
Tableau de Laplace : voir cours.



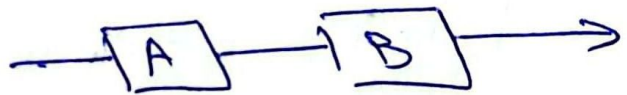
$$H(p) = \frac{A}{1+A}$$



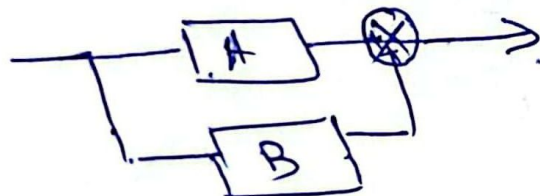
$$H(p) = \frac{A}{1+AB}$$



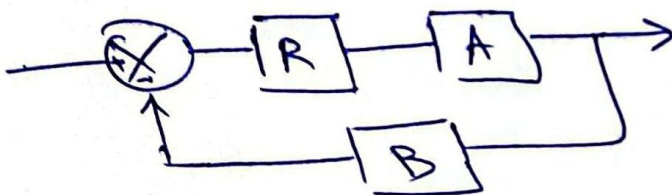
$$H(p) = \frac{A}{1-AB}$$



$$H(p) = A \cdot B$$



$$H(p) = A + B$$



$$FTBO = RAB$$

$$\Rightarrow MG = -20 \log |FTBO|$$

$$\text{avec } \arg(FTBO) = -180$$

$$\Rightarrow MC = 180^\circ + \arg(FTBO)$$

$$\text{avec } |FTBO| = 1$$

→ erreur statique:

→ correction du système

→ class de syst

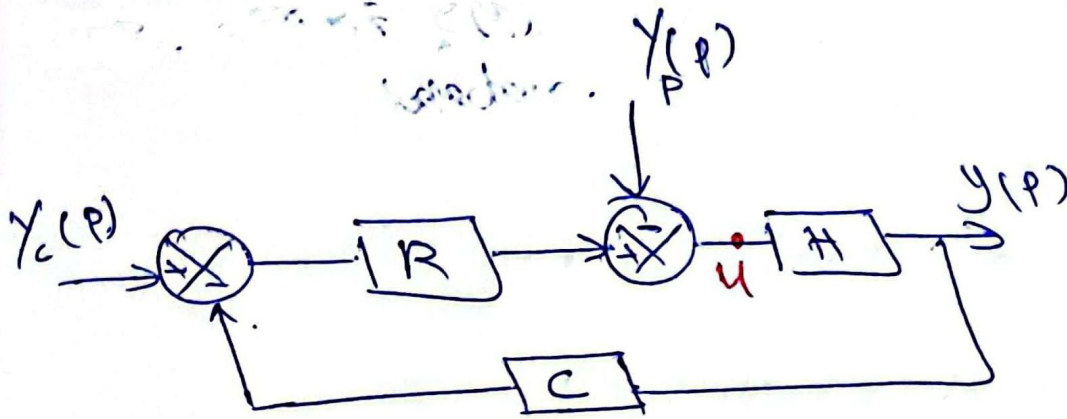
$$FTBF = \frac{AR}{1+AB}$$

→ fonction de transfert

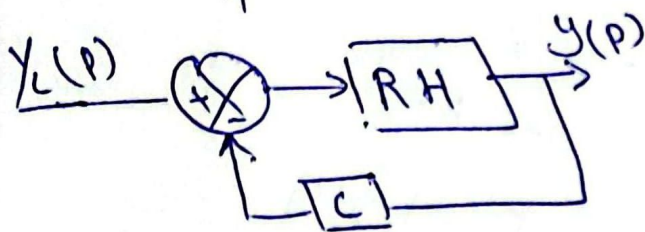
→ Gain / phase

→ stabilité: Routh

C-1

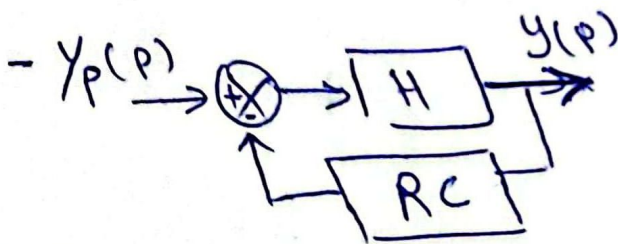


Méthode des superpositions
pour $Y_p(p) = 0$.



$$\frac{y(p)}{Y_c(p)} = \frac{RH}{1 + RHC}$$

pour $Y_c(p) = 0$.



$$-\frac{y(p)}{Y_p(p)} = \frac{H}{1 + RCH}$$

Méthode directe :

$$y(p) = H \cdot u$$

$$= H(-Y_p + R(Y_c - C y(p)))$$

$$= -H Y_p(p) + H R Y_c(p) - \underbrace{H R C}_{H_{BO}} y(p)$$

$$y(p)(1 + H_{BO}) = H R Y_c(p) - H Y_p(p)$$

$$y(p) = \frac{H R}{1 + H_{BO}} Y_c(p) - \frac{H}{1 + H_{BO}} Y_p(p)$$

$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|. \quad \left. \begin{array}{l} \text{avec: } \log(AB) = \log A + \log B \\ \log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B. \end{array} \right\}$$

$$\angle = \arg(H(j\omega)). \quad \left. \begin{array}{l} \text{avec } \arg(a+ib) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right). \\ \arg\left(\frac{A}{B}\right) = \arg A - \arg B. \end{array} \right\}$$

$$H(p) = \frac{(p+1)(p-3)}{(p-4)(p-6)} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{zero} \\ \leftarrow \text{pole} \end{array}$$

$$\arg(a) = 0 \quad (a > 0)$$

$$\arg(a) = \pi; 180 \quad (a < 0).$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ pole: } \searrow (-20 \text{ dB/dc}) \\ 2 \text{ pole: } \searrow (-40 \text{ dB/dc}) \end{array}$$

$$1 \text{ zero: } \nearrow (+20 \text{ dB/dc}).$$

transformer les équations:

exemple:

$$K + i(t) = \mathcal{I} \frac{dU(t)}{dt}$$

$$\hookrightarrow K_t I(p) = \mathcal{I} p U(p)$$

$$U(t) = r i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t).$$

$$\hookrightarrow U(p) = r I(p) + L p I(p) + E(p).$$

$\rightarrow$ on détermine ξ, ω_0, k
par identification

$\rightarrow$ par méthode graphique.

$$G_{Bmax} = 20 \log k$$

$$\Rightarrow k = 10^{\frac{G_{Bmax}}{20}}$$

$$H(j\omega_x) = \frac{K}{1 - \frac{\omega_x^2}{\omega_0^2} + j \frac{2\xi}{\omega_0} \omega_x}$$

$$G = 20 \log |H(j\omega_x)|.$$

$$G(\omega_x) = 20 \log k - 20 \log \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_x}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{2\xi}{\omega_0} \frac{\omega_x}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\hookrightarrow \text{tel que } \arg(\omega_x) = -90^\circ$$

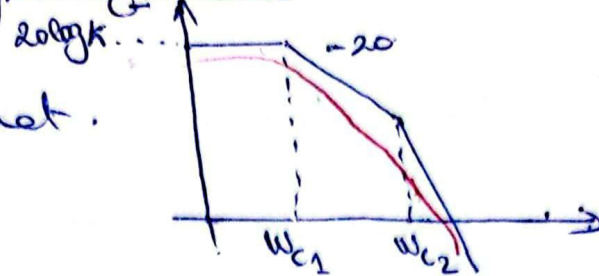
$$\rightarrow \omega_0 = \omega_x \quad \rightarrow \arg(\omega_0) = -90^\circ$$

↑
نقطة الرنين
التي تكون فيها
الطاقة القصوى

aperiodique (hyper hyper) :

$$\rightarrow \zeta > 1$$

$\rightarrow$ sans dépassement.



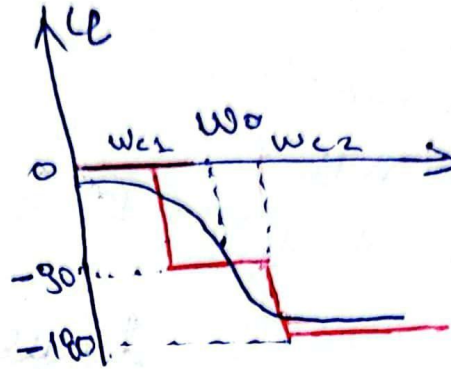
$$\omega_0 = ?$$

$$\rightarrow \arg(\omega_0) = -90^\circ$$

$$z_1 = -\frac{1}{p_1} \quad z_2 = -\frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{z_1} = \omega_{c1} \quad \frac{1}{z_2} = \omega_{c2}$$

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 2\zeta \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \end{cases}$$



Pseudo-periodique :

$$\rightarrow \zeta = 1$$

$\rightarrow$ avec dépassement :

$$D(\%) = 100 \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}}$$

$$= 100 \exp\left(-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

$\rightarrow$ pseudo-période :

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$t_{\text{montée}} = \frac{\pi}{2\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{T_p}{4} \rightarrow 180^\circ$$

$\rightarrow$ intensité :

$$Q = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

résonance :

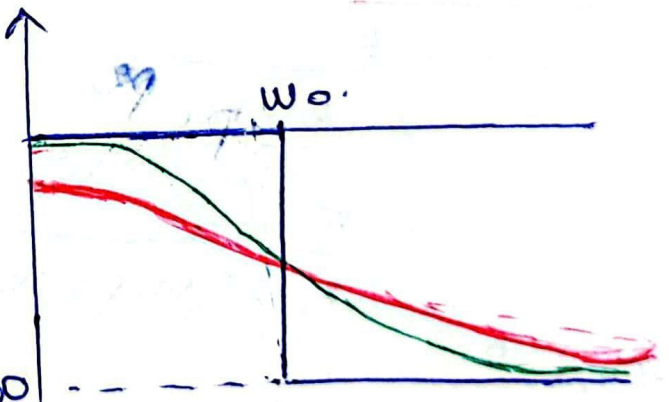
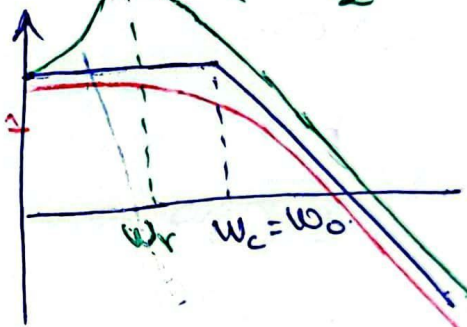
$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

résonance :

$$\zeta \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \zeta < 1$$

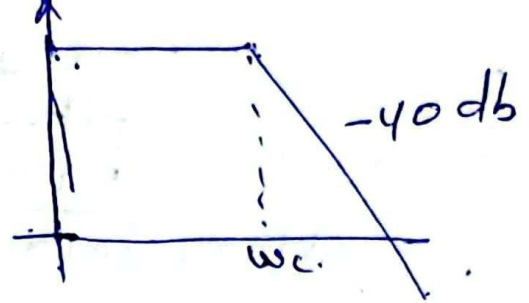


le temps de réponse le plus rapide $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Critique :

→ $\xi < 1$.

→ Sans dépassement.



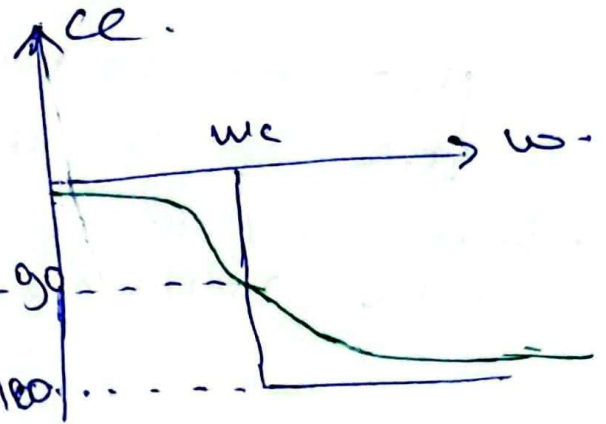
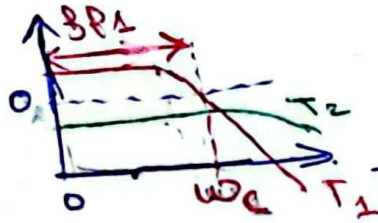
$$G(\omega_c) = 0.$$

$$H_G(\omega_c) \neq 0.$$

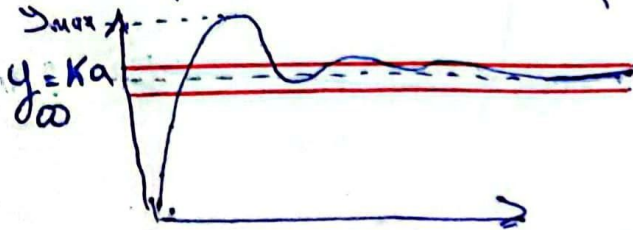
Bande passante.

$B_{p1}] 0, \omega_c] \text{ rad.s}^{-1}$

B_{p2} n'est pas définie ($T_2 \cap 0 = \emptyset$)



Reponse indicielle : $\frac{a}{p} = X(p)$



temps de réponse à 5%.

$$t_r(5\%) = ?$$

→ après $t_r(5\%)$ la source, entre dans le domaine de stabilité

$$[0,95 y_{\infty}, 1,05 y_{\infty}]$$

erreur de précision :
statistique
indicielle
position.

$$\frac{a}{p}$$

erreur de précision :
vitesse,
poursuite
de.
trainage.

$$\frac{a}{p^2}$$

calcul d'erreur.

unitaire : $a = 1$.

$$E(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p X(p)}{1 + FTBO(p)}$$

ou

$$FTBO = \frac{A}{p^{\alpha}} \cdot \frac{1 + a_1 p^1 + \dots + a_n p^n}{1 + b_1 p^1 + \dots + b_n p^n}$$

$$\alpha \geq 1 \rightarrow E_{stat} = 0$$

$$\alpha \geq 2 \rightarrow E_{vitesse} = 0.$$

(5)

	E_{stat}	$E_{vitesse}$
$\alpha = 0$	$\frac{a}{1+A}$	$+\infty$
$\alpha = 1$	0	$\frac{a}{p}$

En de la valeur finale.

$$y_{up} - y(p) = (1 - H_{B_0}) y_{ref}$$

2 : class de système

stabilité.

① graphique:

→ Marge de Gain: $-20 \log |FTBO(j\omega_n)|$

$\uparrow$ MG = +100 (pas d'intérêt).

$\uparrow$ MG = en valeurs abs.

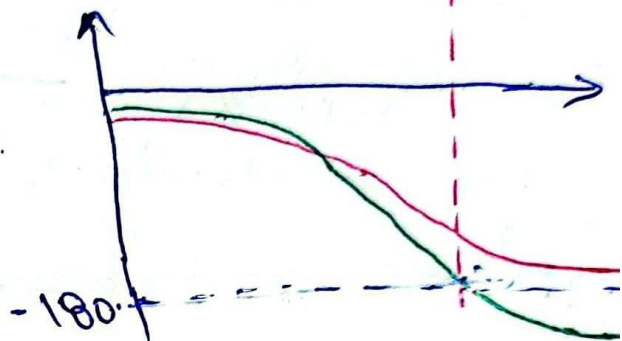
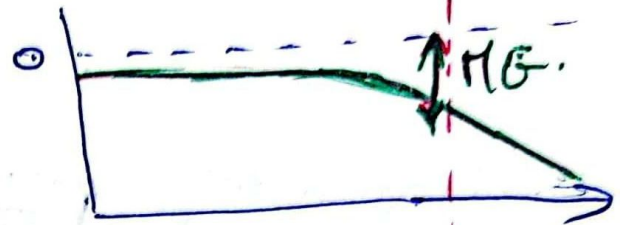
* Déterminer K qui garantit une marge de Gain = 6.

$$-20 \log |FTBO(j\omega)| = 6 \text{ dB. } ①$$

$$\arg(H(j\omega)) = -180. \quad ②$$

③ $\rightarrow \omega$. dans ① on détermine K.

telque $\arg(FTBO(j\omega_n)) = -180$



→ Marge de phase:

$$180 + \arg(FTBO(j\omega_n))$$

telque $|FTBO(j\omega_n)| = 1$

$\uparrow$ MCE = φ pas d'intérêt.

$$\uparrow MCE_2 = 180 + (-A)$$

Déterminer K qui garantit une marge de phase = -45°.

$$MCE = 180 + \arg(FTBO(j\omega))$$

avec $|FTBO(j\omega)| = 1$.

$$FTBO = \frac{K}{20 - \omega^2 + j12\omega} \quad \leftarrow \text{exple.}$$

• calcule.) $20 - \omega^2 + j12\omega$

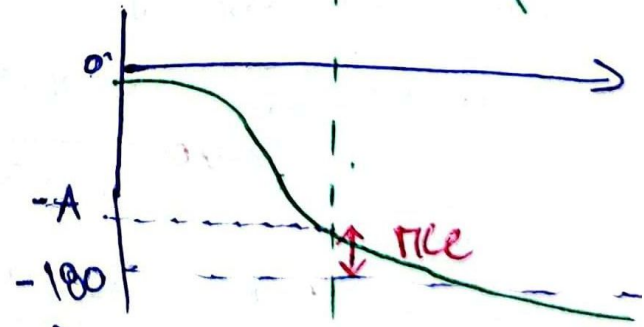
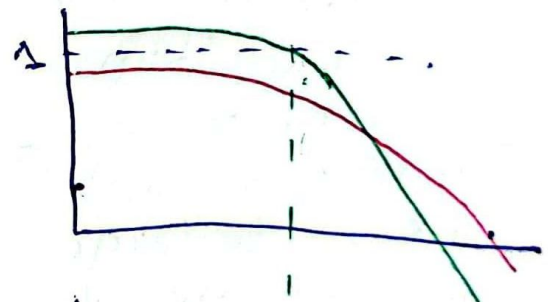
$$|FTBO(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(20 - \omega^2)^2 + (12\omega)^2}}$$

$$\arg(FTBO(j\omega)) = -\arctg\left(\frac{12\omega}{(20 - \omega^2)^2}\right)$$

étape 1: déterminer ω_n tq $MCE = -45$

étape 2: $G(\omega) = 1 \rightarrow$ déterminer alors K

en dB: $20 \log K - G_{dB}(\omega_n) = 0 \text{ dB}$



relation (FTBO)

$MCE \rightarrow \arg$

$\omega_n \rightarrow G(\omega_n)$

$\downarrow K$

② Critère de Routh :

$$\underline{FTBF} = H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$$



1^{re} condition : (a_i) tous de m^{ême} signe.
échelle.

(absence d'un coeff $\rightarrow$ système instable)

2^{me} condition : Tableau de Routh :
 $\rightarrow$ les coeff de la 1^{re} colonne ont le m^{ême} signe.

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	-	-
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	-	-
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	-	-
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
s^0	c_1	c_2			

* toujours on fait référence de la 1^{re} colonne.

$$* b_1 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_{n-3} \cdot a_n}{a_{n-1}} \quad b_2 = \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-4} - a_{n-5} \cdot a_n}{a_{n-1}}$$

$$b_3 = \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1 \cdot a_{n-3} - b_2 \cdot a_{n-1}}{b_1} \quad c_2 = \frac{b_1 \cdot a_{n-5} - b_3 \cdot a_{n-1}}{b_1}$$

$$* \underline{FTBF} = \frac{k_a(k_i + s k_c) k_1}{s_1 s^2 + (1 + k_i k_a k_c) s + k_a k_1 k_i}$$

$$\rightarrow * D(s) = s_1 s^2 + (1 + k_i k_a k_c) s + k_a k_1 k_i$$

ona $s_1 > 0 \rightarrow$ pour le système est stable :

équation caractéristique.

$$\left\{ \begin{array}{l} k_a k_1 k_i > 0 \\ \text{et} \\ k_i k_a k_c + 1 > 0 \end{array} \right.$$

Correction :

regulation : Rejet de l'effet de perturbation lorsque la consigne est constante.

asservissement : le suivi de la réponse du système lorsque la consigne est variable au cours du temps.

Correcteur

- Integral : $\frac{K_i}{P}$: précision $\uparrow$, stabilité $\uparrow$. ①
- Proportionnel intégrateur PI : $C(P) = K_P (1 + \frac{1}{T_i P})$: précision $\uparrow$, stabilité $\uparrow$. ②
- Proportionnel dérivé PD : $C(P) = K_P (1 + T_d P)$: rapidité $\uparrow$, stabilité $\uparrow$. ③
- Proportionnel : $C(P) = K_P$: rapidité $\uparrow$, stabilité $\uparrow$.
- Pro + dérivé + Integ : $C(P) = K_P (1 + \frac{1}{T_i P} + T_d P)$

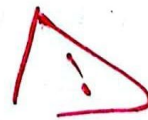
① Il introduit d'une intégration (correcteur intégral) dans la boucle entraîne à la stabilité.

→ Alors, on doit la vérifier (Routh).

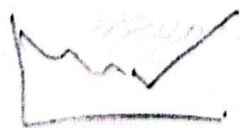
Si le système est instable, on ne peut pas utiliser ce correcteur.

$$FTBO = FTBF \cdot C(P).$$

$$(H_{BO} = G(P) \cdot C(P)).$$



→ Valeur de K pour commander.



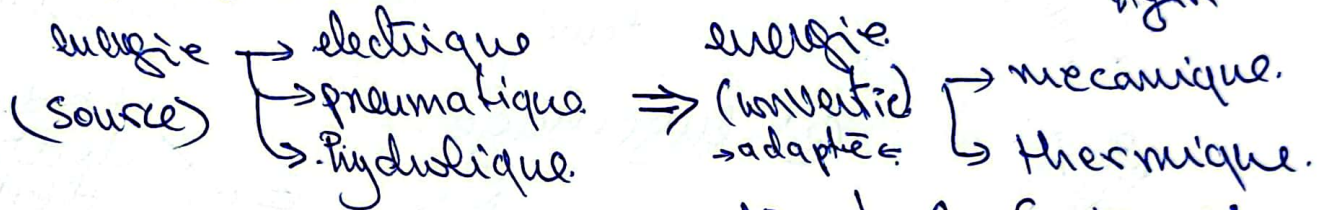
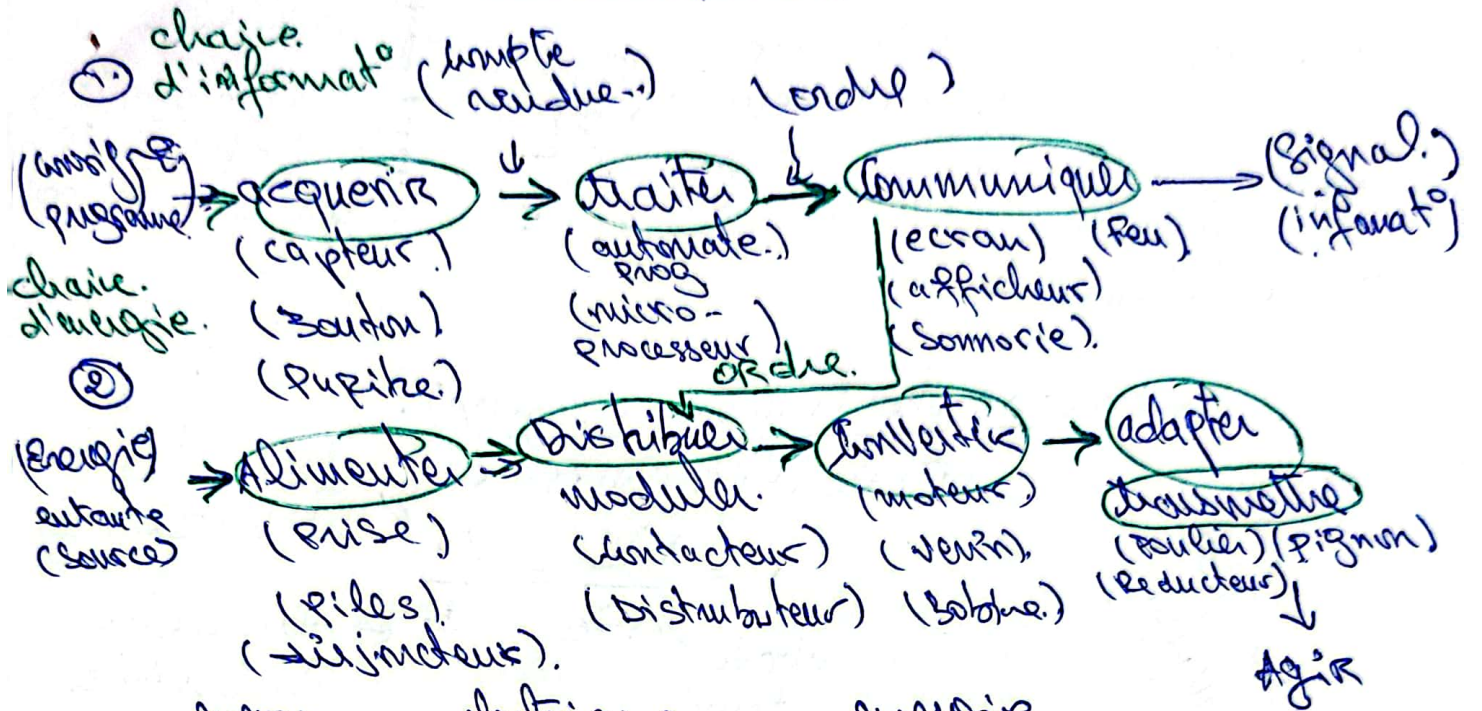
Fiduc

→ logique unidirectionnelle + binaire



→ Graph.

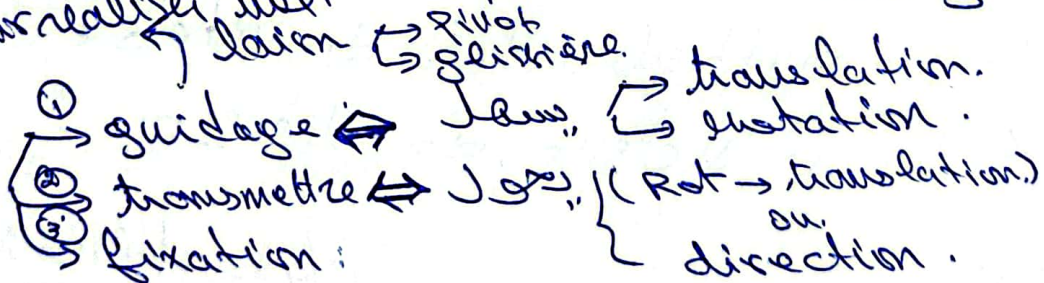
Conception



Ue - Up - condition initial. - lignes
 programme - ordre - Reglage - produit secondaire



Solo Technologie pour realiser une



① : translation.
 → contact direct (prismatique - cylindrique)
 → element roulant (Douille à billes - - -).

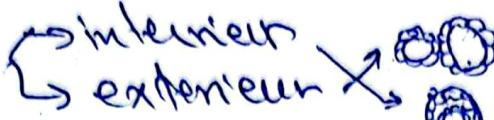
rotation,
 → mouvement
 → bousinnet
 → bagues.
 → Reduct° de la Resistance au Mvt.

②

→ poulie courroie.



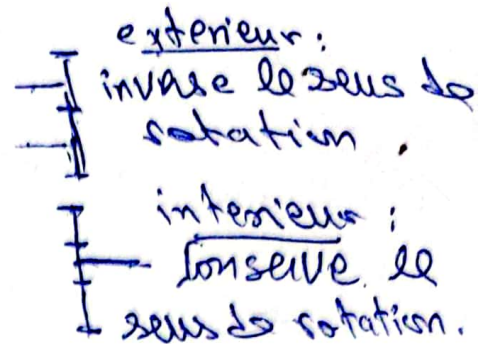
→ engrenage.



→ pignon creux à denture + chaîne.



→ accouplement.



* rapport de transmission (r):

① Poulie courroie.

$$r = \frac{N_s}{N_e} = \frac{d_1}{d_2}$$

← diamètre d'entrée.
← diamètre de sortie.

choix inverse.

11 p 2021.

② engrenage:

$$r = \frac{N_s}{N_e} = \frac{z_e}{z_s}$$

← nbr de dents d'entrée.
← nbr de dents de sortie.

- longue durée de vie.

- utilisé dans.

conditions de travail durs et rudes.

③ chaîne à pignons:

$$r = \frac{N_s}{N_e} = \frac{D_e}{D_s}$$

← diamètre d'entrée.
← diamètre de sortie.

• $r > 1$: multiplicateur de vitesse.

• $r < 1$: réducteur de vitesse.

④ fixation:

→ vis + écrou

→ clavette.

→ clips.

→ Goupille

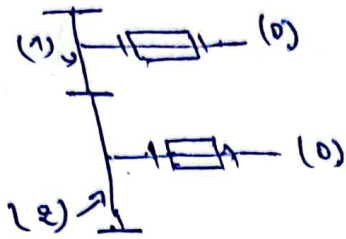
class d'équivalence.
→ suivre le m^o mouvement.

②

lin d'entrée - sortie :

Relat° entre poutre d'entrée et poutre de sortie.
 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Rq :



(1/2) : liaison engrenage.
 (= liaison ponctuelle).

(1/0) : liaison pivot.
 (2/0)

vitesses de translation, liaison équivalent

$$V = p \cdot \omega \cdot r$$

pas → vitesses de rotation

↓
 Somme de forces statiques.

rappat de transmission.

vitesses en mouvement :

$$V = p \cdot \frac{\omega}{2\pi}$$

pas. →

reduire les relations :

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha.$$

.. signe change

.. cos plus sin

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b.$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$$

logique combinatoire

هذا يسمى الكود الجراي ← code GRAY
 ← Binaire reflechi.
 ← code GRAY.

←
 Binaire naturel:

transcodage
 code
 0000
 0001
 0010
 0011
 0100
 0101
 0110
 0111

code
 transcodage
 0000
 0001
 0011
 0010
 0110
 0101
 0100
 0111
 1000
 1001
 1011
 1010
 1100
 1101
 1111
 1110

table de verite + equation:

① $\Rightarrow \sum \pi : 1 \text{ على } 0$

② $\Rightarrow \pi \sum : 0 \text{ على } 0$

① : $S = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$

② : $S = (a+b+c) \cdot (a+\bar{b}+\bar{c}) \cdot (a+\bar{b}+c)$

exple:

	a	b	c	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1

tableau de Karnaugh:

ab \ c	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	0

$S = \bar{a} \bar{b} c + a \cdot \bar{c}$

$\bar{S} = \bar{a} \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b}$

groupement.

$2^x, x \in \{0, 1, 2, \dots\}$

← حسب 1

← حسب 0

← ϕ تخرج يا خويا كذا حاجة.

→ يا خوي كان

Var

يا متبدا لشيء موصوف مشكل يكون $\bar{a}$ و $\bar{b}$ و $\bar{c}$

fonction logique:

CEI.

ANSI.

et de De Morgan:

$$\sum a_i = \prod \bar{a}_i$$

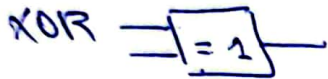
$$\prod \bar{a}_i = \sum a_i$$



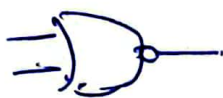
→ $a \cdot b = S$



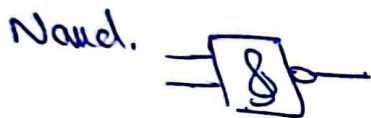
→ $a + b = S$



→ $\bar{a}b + a\bar{b} = S = a \oplus b$

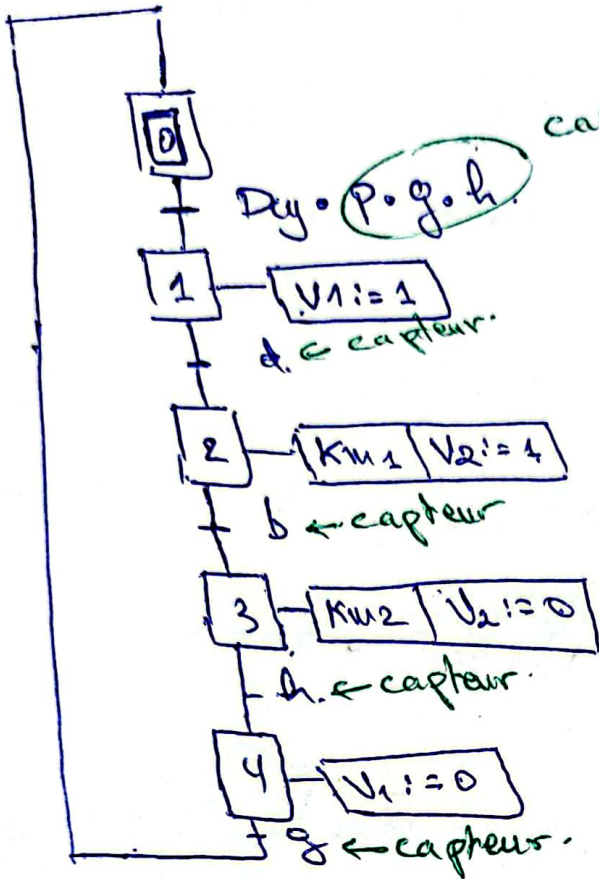


→ $\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b} = S$



→ $\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b} = S$

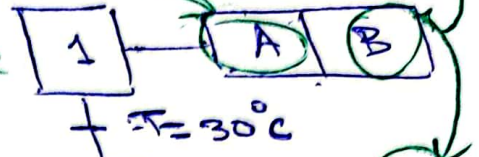
G-RaRceT



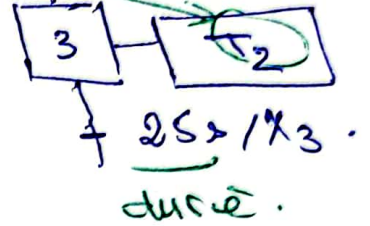
capteurs.

chauffage

effet action à maintenir

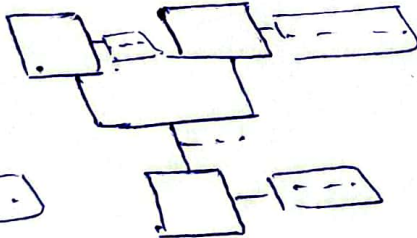
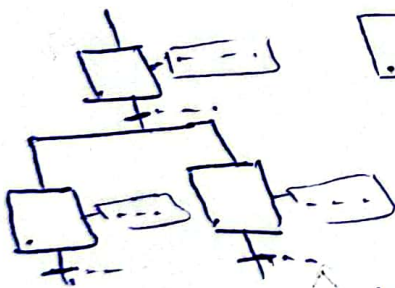


Temporisateur



Divergence ou.

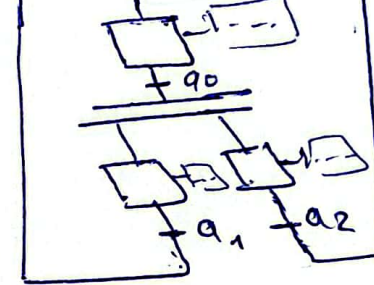
Convergence ou.



1 à ∞ équation $\dot{x} = f(x)$

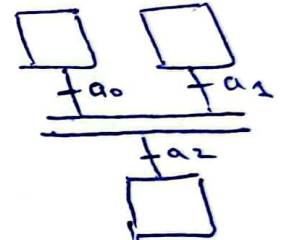
Divergence

ET

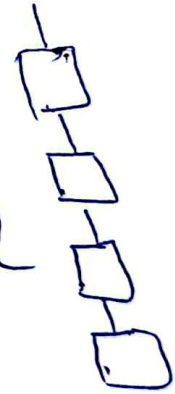


Convergence

ET.



macro-
etape.



Geometrie de masse:

Solide continue:

$$\vec{OG} = \frac{1}{m} \int_{\text{solide}} \vec{OP} \, dm$$

$$\begin{pmatrix} x_G = \frac{1}{m} \int x_i \, dm \\ y_G = \frac{1}{m} \int y_i \, dm \\ z_G = \frac{1}{m} \int z_i \, dm \end{pmatrix}$$

$$dm = \rho dV = \sigma ds = \lambda dl$$

$$m = \rho V = \sigma S = \lambda L$$

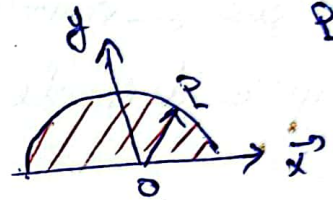
Plaque triangulaire à piz (2)



$$\begin{aligned} dS &= dx \, dy \\ \vec{OP} &= x\vec{i} + y\vec{j} \\ 0 &\leq x \leq R \\ Hx &\leq y \leq H \end{aligned}$$

x_G y_G

à piz (1)
disque → Jett projection.



$$dl = R d\theta$$

$$\vec{OP} = R\vec{e}_r = R \cos\theta \vec{i} + R \sin\theta \vec{j}$$

$$dS = R dr d\theta$$

$$\vec{OP} = R\vec{e}_r = R \cos\theta \vec{i} + R \sin\theta \vec{j}$$

$\theta \in [0, \pi]$
 $r \in [0, R]$

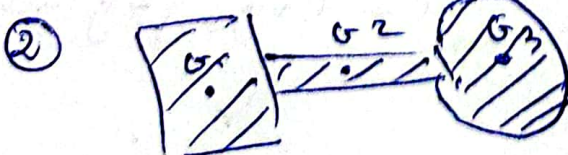
x_G y_G

Solide discontinue:

$$(\sum m_i) \vec{OG} = \sum m_i \vec{OG}_i$$



$$\vec{G_1 G} = \frac{m_1 \vec{G_1 G_1} - m_2 \vec{G_1 G_2}}{m_1 - m_2}$$



$$\vec{G_1 G} = \frac{m_1 \vec{G_1 G_1} + m_2 \vec{G_1 G_2} + m_3 \vec{G_2 G_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

①

Théorème de Guldin :

① $S = 2\pi L |x_G|$ (resp y).

② $V = 2\pi S |x_G|$ ← distance de G (centre de surface) % Δ .

exple ①



$$V = 2\pi(\pi r^2) R$$

← (centre de surface)
نحسب x_G على

Circle. y_G ← remarquable.
→ centre de circle.

exple ②



إذا كان دور
على $\vec{x}$

$y_G = \frac{H}{3}$
(même demande.)

قاعدة دور y_G / S_y .
ناخو x_G على أنا
حسابها

$$x_G = \frac{R}{3}$$

$$V = 2\pi \cdot \frac{\pi R^2 H}{2} \cdot \frac{R}{3} = \pi R^2 \frac{H}{3}$$

تنجو بتد من العكس و نحسب x_G .
خاطر:

Volume cône = $\frac{1}{3}$ Volume du cylindre
donnée : $(\pi R^2 H)$

Matrice d'inertie :

$$[I_0(S)] = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow x \\ \leftarrow y \\ \leftarrow z \end{matrix}$$

la matrice
d'inertie de S exprimée
dans un repère lié à (S)
d'origine O.

$$A = I_{0x} = \int y^2 + z^2 dm$$

$$B = I_{0y} = \int x^2 + z^2 dm$$

$$C = I_{0z} = \int x^2 + y^2 dm$$

$$D = I_{yz} = \int yz dm$$

$$E = I_{xz} = \int xz dm$$

$$F = I_{xy} = \int xy dm$$

Rq
 → un plan de symétrie : annule 2 produit.
 exple: $(\vec{x}, \vec{y})$ plan de symétrie

• $C = A + B$ • $E = I_{xz} = 0$
 • $D = I_{yz} = 0$

$$[I] = \begin{pmatrix} A & F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$$

→ 2 plan de symétrie : matrice diagonale.

→ un axe de révolution : matrice diagonale + $(A=B=\frac{E}{2} + \int y^2 dm)$

• $D = E = F = 0$

(0, $\vec{z}$) axe de Rev) • $A = B = \frac{C}{2} + \int z^2 dm$ interval des valeurs prises $\begin{pmatrix} 0, l \\ 0, l \\ 0, 0 \end{pmatrix}$
 (0, $\vec{y}$) " → $A = C = \frac{B}{2} + \int y^2 dm$ si on le systéme est plan. (2 dim)

Rq: $[I_A(S)] = [I_A(S_1)] + [I_A(S_2)]$ ($S = S_1 + S_2$).
 m' point.

• Théorème de Huygens:

$$[I_O(S)] = [I_G(S)] + m \cdot \begin{pmatrix} b^2 + c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2 + c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

• Si on a matrice d'inertie en A et on va calculer le moment cinétique en B.
 • Calculé en A puis on fait transférer en B.

voir
TD

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

• moment d'inertie % un axe:

$$I_{S/\Delta} = \vec{u}^t \cdot [I_O(S)] \cdot \vec{u}$$

↑
 $\vec{u}$ unitaire
 Δ de D
 (B)

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} : \|\vec{u}\| = 1$$

$$\vec{u}^t = (a, b, c)$$

Rq:

① Si la masse est négligeable $\Rightarrow dm=0$.

$$\Rightarrow [I_A(S)] = 0 \quad \forall A.$$

② Si la masse est concentrée en un point G.

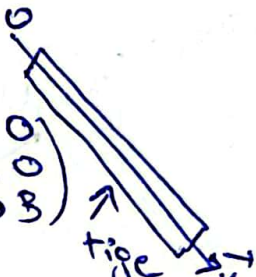
$$\Rightarrow [I_G(S)] = 0 \quad \text{mais} \quad [I_A(S)] \neq 0.$$

MP 2004

③ axe de révolution: si on tourne une partie du système par cet axe, on trouve le système

exple:

① $[I(t)] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}$



↑
tige
(O, $\vec{x}_1$) est un axe de révolution.

② cylindre d'axe $\vec{x}$.

$$[I(S)] = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}$$

③ sphère pleine (m)

$$[I(S)] = \frac{2mR^2}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

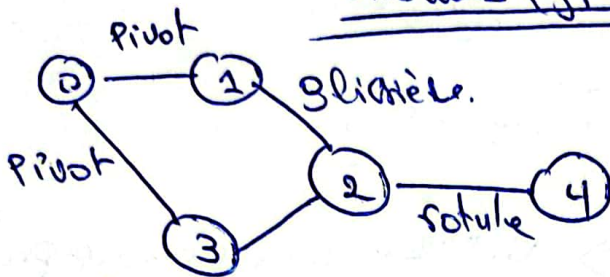
④ sphère creuse

$$\frac{2m'R^2}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cinématique - Cinétique - Statique - Dynamique.

Energie.

Shemas (graphe) de liaison.



→ simple forme.

• Condition de fermeture géo :
(0 - 1 - 2 - 3 - 0).

Vitesse d'un point quelconque
(1 p 618)

$$\vec{AB} + \vec{BF} + \vec{FC} + \vec{CA} = \vec{0} \quad (\vec{AA} = \vec{0})$$

→ voir les données du problème.

Torseur cinématique.

$$\left\{ \vec{0}_{1/2} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\omega}_{1/2} \\ \vec{V}_{A1/2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\omega}_{1/2} \\ \vec{V}_{A1/2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\omega}_{1/2} \\ \vec{V}_{A1/2} \end{array} \right\}$$

Motion équivalente (210) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\omega}_{2/0} = \vec{\omega}_{2/1} + \vec{\omega}_{1/0} \\ \vec{V}_{A2/0} = \vec{V}_{A2/1} + \vec{V}_{A1/0} \end{array} \right.$$

$$\vec{V}_{A2/0} = ?$$

methode (0)

a) BABAR : $\vec{V}_{A2/0} = \vec{V}_{B2/1} + \vec{AB} \wedge \vec{\omega}_{1/2}$

Rq : $\vec{V}_{B2/1} = \vec{0}$ (B centre de liaison pivot).

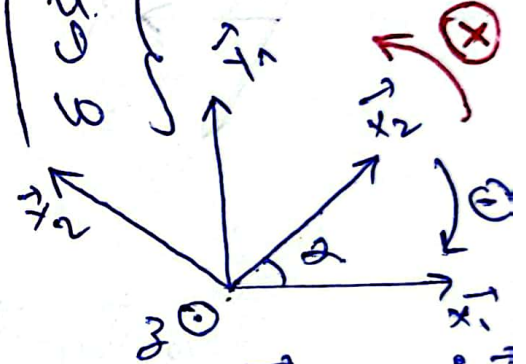
b) dérivation directe :

$$\vec{V}_{A2/0} = \frac{d\vec{OA}}{dt} \Big|_{R_0}$$

Rq : à utiliser uniquement quand je connais la direction de vitesse.

$$\frac{d\vec{OA}}{dt} \Big|_{R_0} = \frac{d\vec{OA}}{dt} \Big|_{R_1} + \vec{\omega}_{1/0} \wedge \vec{OA}$$

formule de changement de base.



$$\vec{\omega}_{1/2} = -\vec{\omega}_{2/1}$$

sens de rotation

$$\vec{\omega}_{1/2} = \vec{\omega}_{1/0} + \vec{\omega}_{0/1}$$

(relation de Chasles)

rotation instantanée centre de

Relevé de
glissière
pivot glissant
linéaire annulaire

c) Composition de vitesses:

$$\vec{V}_{A/R_1} = \vec{V}_{A/R_0} + \vec{V}_{A \in R_0/R_1}$$

$$\vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{V}_{A \in 2/1} + \vec{V}_{A \in 1/0}$$

en $\theta \Rightarrow \vec{V}_{O \in 2/1} = \vec{0}$

Rq: $\odot$ liaison { pivot ou Rotule

$\odot$ liaison glissière $\Rightarrow \vec{S}_{1/2} = \vec{0}$

$\odot$ liaison { Relièdal glissière. pivot glissant. linéaire annulaire

$\Rightarrow$ vitesse admet une seule composante.

$\vec{V}_{A \in (2/1)} = \frac{d\vec{OA}}{dt} / R_1$

glissière

باتت تتحرك
سلياً على طول
محاور.

$\alpha - \psi = \varphi$

Condition de Roulement sans
CRSG glissement: engrenage

$\vec{V}_{2/0} + \vec{V}_{0/1} = \vec{0} \leftarrow$ لا تسقط : $\vec{V}_{I \in 2/1} = \vec{0}$

$\vec{V}_{2/0} = -\vec{V}_{0/1}$ (utilisable pour deduire une relation entre $\dot{\alpha}, \dot{\theta}, \dot{\varphi} \dots$)

$= \vec{V}_{1/0}$



$\vec{a}_{A/R_0} = \frac{d\vec{V}_{A/R_0}}{dt} / R_0$: Vecteur d'accélération.

Composition d'accélération:

$\vec{a}_{A \in 2/0} = \vec{a}_{B \in (2/1)} + 2\vec{\omega}_{2/0} \wedge \vec{V}_{B \in (2/1)}$

$\odot \vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2 = \cos(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$

$\odot \vec{x}_1 \wedge \vec{y}_2 = \sin(\theta) \vec{z}_0$

sans vecteur

$\odot$ Relièdal: $\vec{V} = \pm \frac{p}{2\pi} \vec{\omega}$ (p: pas.)

regle de 3 doigts

$\odot \frac{d \sin \theta}{dt} = \frac{d \sin \theta}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

$= \cos \theta \cdot \dot{\theta}$

$\frac{d\vec{x}_1}{dt} / R_i = \frac{d\vec{x}_1}{dt} / R_0$

$+ \vec{\omega}_i(R_i/R_0) \wedge \vec{x}_1$

la dérivée

$\odot \frac{d\vec{x}_1}{dt} / R_1 = 0$

$\frac{d\vec{x}_2}{dt} / R = \frac{d\vec{x}_2}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

Energie cinétique.

$$E_{C/R}(S) = \sum E_{C/R}(S_i)$$

$$E_{C/R}(S_i) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} m V_{G/R}^2 \\ + I_{G_A}(S_i/R) \omega_A^2 \end{array} \right\}$$

(Note: The original image has a crossed-out diagram showing velocity vectors $\vec{V}_A$ and $\vec{V}_{A/G}$ and angular velocity $\vec{\omega}$.)

① (S_i/R) stoglossière: $E_{C/R}(S_i) = \frac{1}{2} m V_{G/R}^2$

② (S_i/R) rotat°: $E_{C/R}(S_i) = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2$ ($\alpha = \omega$)
moment d'inertie

③ 2 non

$$E_{C/R}(S_i) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} Q_{10} \\ + C_{10} \end{array} \right\}$$

cinématique *cinétique*

Ruissance:

① $R(\vec{S} \rightarrow S) = \frac{d}{dt} E_C(S)$
/R₀

→ cas d'un solide.

② $R(\vec{S} \rightarrow S/R) + R(Pnt \rightarrow S) = \frac{d}{dt} E_C(S)$
ensemble étudié. statique. ensemble de solides

③ $P_{force ou. liaison} \rightarrow 3/0 = \int \mathcal{L} \rightarrow \int \mathcal{L} \rightarrow \int \mathcal{L}$
associe au piece. cinématique. pt d'application de force ou. de liaison.

Rq:

i) Liaison parfaite (sans frottement)

ii) $R(1 \leftrightarrow 2) = 0$

iii) frottement: $R(1 \leftrightarrow 2) \neq 0$

coeff de frottement: $\mu = \frac{\|F_f\|}{\|F_N\|}$

$\|F_f\| = \sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2}$
 $\|F_N\| = \sqrt{z_{12}^2}$

Force de frottement

Principe fondamental de la statique à l'équilibre

$$\sum \{ \vec{r}_{S_i \rightarrow S} \}_\sigma = \{ \vec{0} \}. \leftarrow \begin{matrix} !! \\ 0 \end{matrix}$$

$$\sum \{ \vec{R}_{S_i \rightarrow S} | \vec{\Pi}_O(\vec{R})_{S_i \rightarrow S} \}_\sigma = \{ \vec{0} | \vec{0} \}.$$

* Théorème de la résultante statique à l'éq

$$\sum \vec{R}_{S_i \rightarrow S} = \vec{0}$$

* Théorème de moment statique à l'éq

$$\sum \vec{\Pi}_O \vec{R}_{S_i \rightarrow S} = \vec{0}$$

⚠ Tous les torseurs

doivent être dans la même Base.

(Repère) et le m^{ème} point.

Loi de Coulomb:

$$\tan \varphi = \frac{F}{N} = f \leftarrow \text{coeff. de frottement statique.}$$

$$\frac{F}{N} \leq \tan \varphi : \text{condition d'équilibre.}$$

$$\alpha = \frac{F}{N} \gg \tan \varphi : \text{Pince en mouvement.}$$

* angle d'inclinaison.

statique:

$$M_B(\vec{F}) = \vec{BA} \wedge \vec{F}$$

moment par rapport au pt B de la force $\vec{F}$ qui s'applique en A. (N.m).

$$\pi(\vec{F})_\Delta = \vec{\Pi}_0 \cdot \vec{u}$$

$$\{\mathcal{E}_{1/2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1/2} \\ \vec{\Pi}_{A1/2} \end{array} \right\}$$

2 actions mutuelles.

glisseur $\left\{ \vec{R}_{1/2} \mid 0 \right\}$

$$\vec{F}(S_2 \rightarrow S_1) = -\vec{F}(S_1 \rightarrow S_2)$$

couple $\left\{ 0 \mid \vec{\Pi}_{A1/2} \right\}$: a les mêmes éléments de réduction quelque soit le point.

Forces du poids:

$$\left\{ \vec{R} \mid \vec{\Pi}_G \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -mg \end{array} \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad \text{Poids} = -mg\vec{g}$$

Forces d'action d'un fluide sous pression:

$$\{\mathcal{E}\} = \left\{ \begin{array}{c} -Ps \\ 0 \\ 0 \end{array} \mid \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

statique

$E = 1, 2, 3, 5$

$$\begin{array}{l} m_1 \vec{v}_1 \\ m_2 \vec{v}_2 \\ m_3 \vec{v}_3 \end{array}$$

2 Eh de Resultante dynamique: $\vec{R}_{E \rightarrow E} = m \vec{\Gamma}(G_i/R_i)$

2 Eh du moment dynamique: $\vec{\Pi}_A(\vec{E} \rightarrow E) = \vec{\delta}_A(E/R_i)$

conclusion: 2021!

2 PFD

$$\left\{ \vec{R}_{E \rightarrow E} \right\}_A = \left\{ \vec{D} \right\}_{E/R_A}$$